

Планета знаний



Решение текстовой задачи —интеллектуальный акт

«Наиболее активно и развернуто процесс мышления выступает при решении текстовых задач». **А.Р. Лурия**

Структура интеллектуального акта

1. **Ориентировка** в условии
2. **Анализ условия**, сопоставление данных с искомым
3. **Выбор** пути (стратегии) решения
4. **Подбор средств** и операций
5. **Составление плана** решения
6. **Реализация плана**
7. **Контроль** ответа

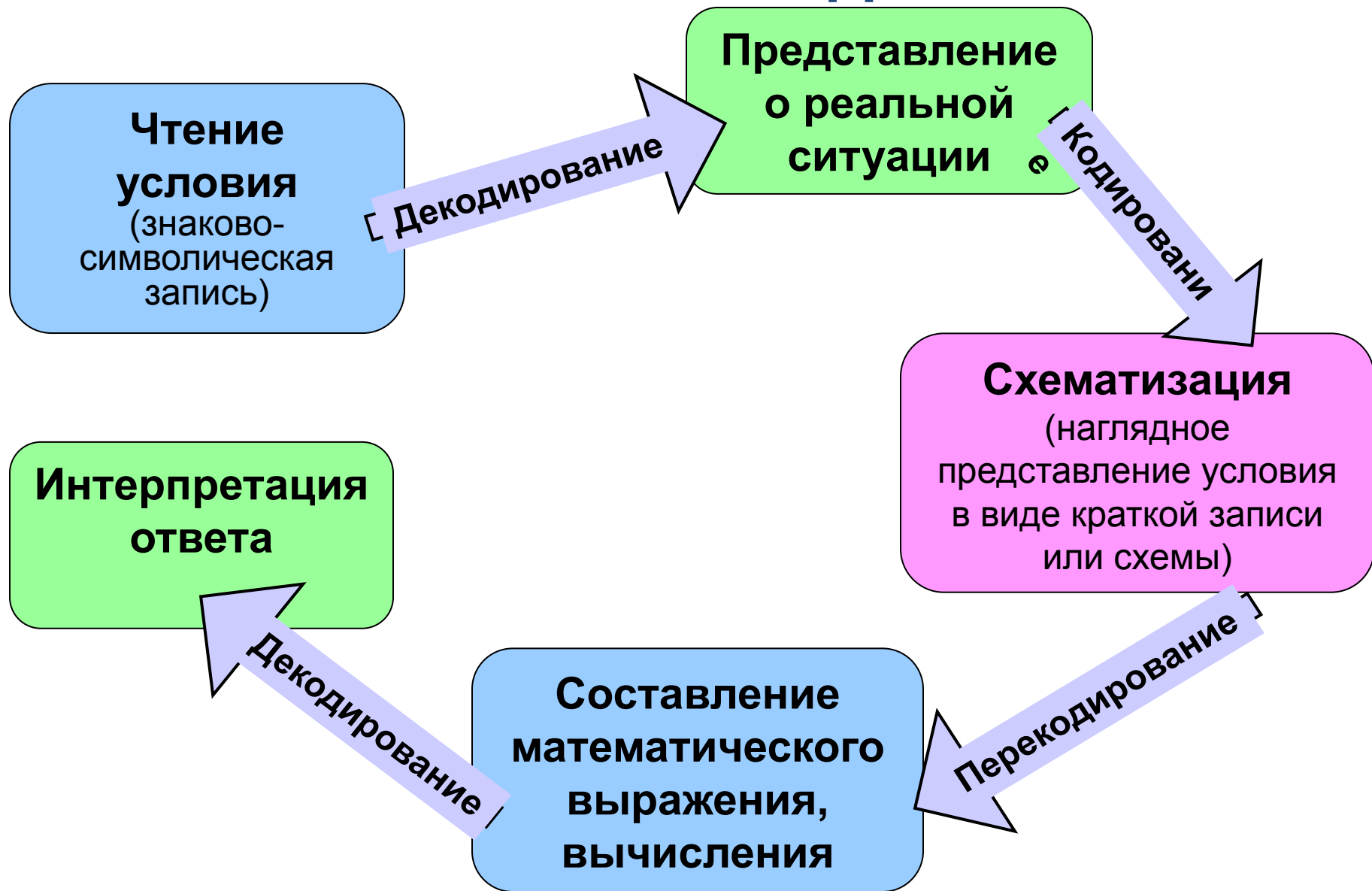
Этапы решения задачи

1. **Смысловое чтение** условия
2. **Выявление данных** и искомого, **установление зависимости**
3. **Построение модели** задачи
4. **Выбор арифметического действия**
5. **Определение последовательности действий**
6. **Выполнение вычислений**
7. **Проверка** решения задачи

Трудности при решении текстовых задач

- **Декодирование логико-грамматических структур**
- **Выделение существенного**
- **Перешифровка логики задачи в математические отношения**
- **Планирование деятельности**
- **Создание общей схемы решения**
- **Выполнение вычислений**
- **Контроль результатов**

Процесс решения текстовой задачи



Декодирование логики-грамматических структур

Работа
с лексикой

Расширение словаря школьников

6. Мастер Виноградинка починил три пары сапог и ещё один сапог. Сколько сапог он починил?



2. На камзоле должно быть 18 пуговиц. Несколько пуговиц потерялось. Сосчитай, сколько пуговиц осталось на каждом камзоле.



• Сколько пуговиц потерял каждый вельможа?

8. Сколько раз нужно переплыть речку, чтобы оказаться на том же берегу, где и одежда?



Наглядность —
ключ к пониманию
ситуации

Словарь: ...камзол, вельможа, эстафета, оркестр, акробат, жонглер, фарфор, кросс, саженьцы, подсвечник, жнецы, косцы...

Грамматические конструкции в 1 классе:

...тот же, что и...

Столько же, сколько...

Больше на..., меньше на...

... из них...

Декодирование логико-грамматических структур

Ориентирование
в ситуации

Работа с иллюстрациями
Разыгрывание ситуаций

Работа
с лексикой

Пространственные
предлоги

В, за, из из-за,

Приставки
(направление
действия):

Положил-выложил,
прилетели-улетели, ...

2. Рассмотрни рисунки. Расскажи, что произошло.
Как изменилось при этом количество тыкв в корзине? птиц на кусте? шариков в связке?



$$\begin{array}{l} 2 + 1 \\ 3 - 1 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 5 + 2 \\ 7 - 2 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 6 + 3 \\ 9 - 3 \end{array}$$

4. а) Из большой корзины переложили в маленькую 2 яблока. Сколько яблок стало в каждой корзине?

б) А если бы переложили 2 яблока из маленькой корзины в большую? Сколько яблок стало бы в корзинах?

в) Придумай похожую задачку. А твой товарищ пусть ответит на вопрос.



Наглядность — ключ к пониманию ситуации

Выделение существенного

Типовые задачи
в 1 действие

Работа
с условием задачи

Отвлечение
от сказочного, смешного

3. Жили в квартире номер четыре
Три леопарда, пятнадцать гусей,
Пять бегемотов, семь бармаглов.
Сколько зверей? Посчитай-ка скорей!



6. На планете Брандашмыг жили 12 мымриков...

Мымриков	Скумбриков	Тилибриков
12	На 5 больше, чем мымриков	На 10 меньше, чем скумбриков

- Сколько скумбриков и сколько тилибриков на этой планете?

Работа
с «главными» словами

5. Рассмотрю таблицу. Расскажи, как менялось количество рыб
в ведёрке.

Было	Утащили	Выплеснул	Наловил	Подарил
19 рыб	2	4	6	5

- Запиши цепочку равенств.



Знакомство
с элементами
условия задачи

Что такое задача

1. Малыши собирали одуванчики для постройки воздушного шара. Они приготовили **4** корзины с пушинками и **11** корзин со стеблями одуванчиков. **Сколько всего корзин** заготовили малыши?



4 и **11** — это известные числа или данные.

Сколько всего корзин? — это вопрос задачи. Общее число корзин неизвестно.

С помощью данных чисел можно найти неизвестное — **решить задачу**.

2. Рассмотрите рисунок. Расскажи, что видишь.
- Вот что подумали об этом герои.

Авоська: Я принёс 2 корзины, а потом ещё 3. Как же я устал!

Незнайка: Я собрал 5 корзин. Сколько же корзин я собрал?

Торопыжка: Я принёс 2 корзины, а потом ещё несколько. Интересно, сколько всего?

Эндейка: Нужно 20 корзин одуванчиков. Мы собрали 15. Сколько же ещё корзин нужно наполнить одуванчиками?



- Чьи слова можно назвать задачей?

Выделение существенного

Знакомство с элементами условия

Работа с «главными» словами

Знакомство с краткой записью

1. На комбинезоне Винтика было 10 карманов. Он пришил ещё 7 карманов. Сколько карманов стало на комбинезоне?

- *Что известно?*
Выпиши данные.

Было —
Пришил —
Стало — ?

- *Что нужно узнать?*
Ты сделал краткую запись задачи.



2. Винтик носит в карманах тяжёлые инструменты. И карманы часто отрываются.

- Рассмотрите записи. Восстановите по ним задачи.

Было — 17 Оторвались — 4 Стало — ?	Было — 13 Пришил — 5 Стало — ?	Было — 18 Оторвались — 10 Пришил — 2 Стало — ?
--	--------------------------------------	---

- Решите эти задачи.

3. а) Пончик съел 7 пончиков, а потом ещё 3. Сколько пончиков съел Пончик?

- *Что известно?* Выпиши данные.
- *Что нужно узнать?*

Съел —
Всего —

- б) На блюде было 15 пончиков. Пончик съел 7 пончиков, а потом ещё 3. Сколько пончиков осталось на блюде?

- *Что известно?* Выпиши данные.
- *Что нужно узнать?*



Перешифровка логики задачи в математические отношения

Задачи в 1 действие:
нахождение суммы, остатка.

Осознанный выбор
арифметического действия

5. Пятачок подобрал под дубом 3 жёлудя. А на другой день ещё 2.
- а) Увеличилось или уменьшилось количество желудей у Пятачка?
- б) Сколько всего желудей нашёл Пятачок?
- в) Увеличилось или уменьшилось количество желудей на дубе?



Детальный анализ
условия

Увеличилось
или уменьшилось?

1. Поставь знак + или - . Запиши равенства.

- Двенадцать солдатиков в зелёных мундирах и 6 солдатиков в красных мундирах отправились на войну с крысами. Сколько всего солдатиков отправилось на войну?

$$12 \dots 6 = \square$$

- Пять солдатиков сели в засаду. Остальные начали бой. Сколько солдатиков вступило в бой?

$$\square \dots 5 = \square$$

- Трое солдатиков были ранены в бою. Сколько осталось целых?

$$\square \dots 3 = \square$$

- Солдатики очень устали сражаться. Но тут подоспели пятеро солдатиков из засады. И все вместе они выиграли этот бой. Сколько солдатиков одержали победу?

$$\square \dots 5 = \square$$

- Раненых солдатиков починили и включили в оркестр. В оркестре уже было 2 солдатика. Сколько солдатиков стало в оркестре?

$$3 \dots 2 = \square$$

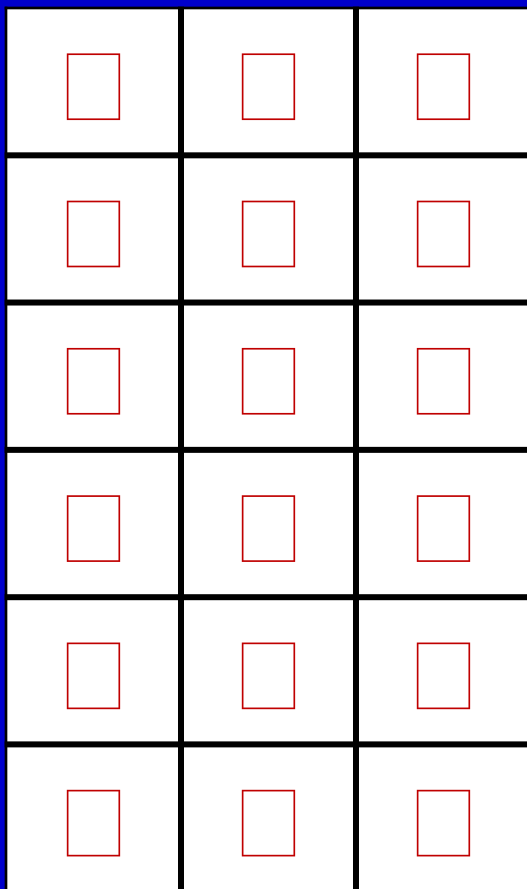
- Оркестр встречал солдатиков-победителей. Вместе они прошли парадным маршем перед королём. Сколько солдатиков участвовало в параде?

$$\square \dots \square = \square$$

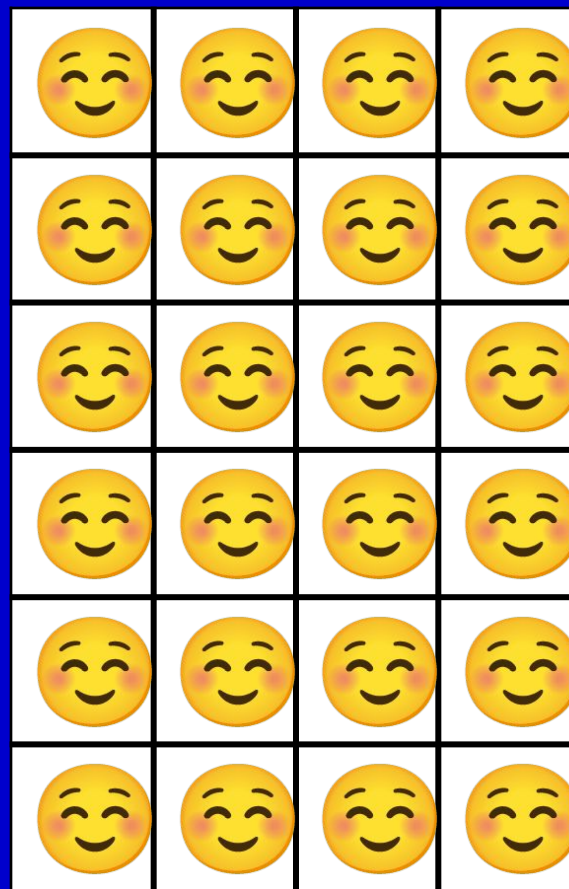


Наглядно-деятельностный подход

Разделить по 3 цветка.
Сколько получится букетов?
(по 2, по 6, по 9)



Разделить на команды по 4.
Сколько получится команд?
(по 2, по 3, по 6, по 8)



«Хорошие»
числа

12

18

24

36

48

Краткая запись

условия

полезна для простых задач
с обилием данных

- 2 В школьном оркестре 9 человек играют на флейтах. На ударных на 3 человека больше. А на скрипках на 6 человек меньше, чем на ударных. Сколько скрипачей в оркестре?

Фл.	9 ч.	
Уд.	? на 3 ч. б.	←
Скр.	? на 6 ч. м.	←

Фл.	9 ч.
Уд.	$9 + 3 = 12$ (ч.)
Скр.	$12 - 6 = 6$ (ч.)

Краткая запись **помогает** систематизировать данные

Подходит для задач в 2-3 действия, состоящих из типовых, хорошо знакомым учащимся

4. В коробке лежат разноцветные ручки. Чёрных ручек — 3 десятка. Красных — на 2 десятка меньше, чем чёрных. Синих — на 3 десятка больше, чем красных. Сколько ручек каждого цвета лежит в коробке?

Запиши ответы цифрами:

Чёрных: 30

Красных:

Синих:

- Сколько всего ручек в коробке?



Задачи

на сложение и вычитание

На состав

На процесс

Имена
или
Названия
предметов
(свойств)

Было
Стало
Глагол,
характеризующий процесс

Краткая запись **не отражает** характер зависимости между данными

- Белочка разгрызла 7 орехов. У неё осталось 13. Сколько орехов было у белочки?

Было: ...

Разгрызла: ...

Осталось: ...

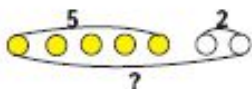
Характер зависимости между данными отражает **схема!**

Обучение моделированию

1. Курица снесла 5 яиц, а потом ещё 2.

Сколько яиц снесла курица?

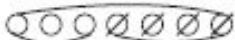
• Изобразим это на схеме:



- *Что известно?* Обозначим на схеме числами.
- *Что нужно узнать?* Обозначим знаком «?».
- Запиши равенство. Ответь на вопрос.

2. Курица снесла 7 яиц. Однажды утром из четырёх яиц вылупились цыплята. Сколько яиц осталось?

• Нарисуй схему.



- *Что известно?* Обозначь на схеме числами.
- *Что нужно узнать?* Обозначь знаком «?».
- Запиши равенство. Ответь на вопрос.



Осознанный выбор арифметического действия (увеличилось или уменьшилось?)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОПИЛКА

1. а) В пункте проката 18 велосипедов. Из них 5 велосипедов для взрослых. Сколько велосипедов для детей?
- Нарисуем схему:



- Обведём столько кружков, сколько было велосипедов для взрослых.

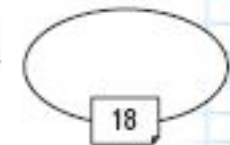


- Сколько велосипедов для детей?

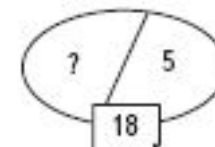
Составь и запиши равенство: $18 - 5 = \dots$



- б) Схема помогает ответить на вопрос задачи. Только рисовать её неудобно. Можно нарисовать и другую схему.



- Обозначим количество велосипедов овалом. Разделим овал на две части — детские и взрослые велосипеды.



- Какую схему удобнее рисовать? Какая тебе понятнее?

7. По дороге к замку Людоода Кот в сапогах встретил жнецов и косцов. Сколько миль он пробежал до косцов? Сколько ему осталось пробежать?

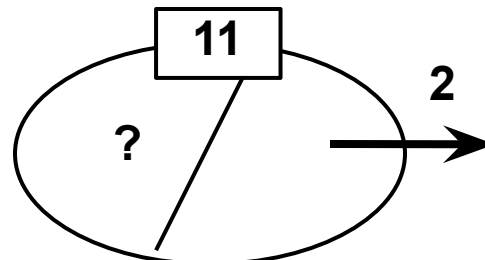


Моделирование условия задачи

5. В футбольной команде 11 человек. Во время матча судья удалил из одной команды двух игроков. Сколько человек осталось в этой команде?

Было 11
Удалил 2
Стало ?

Только
под руководством учителя



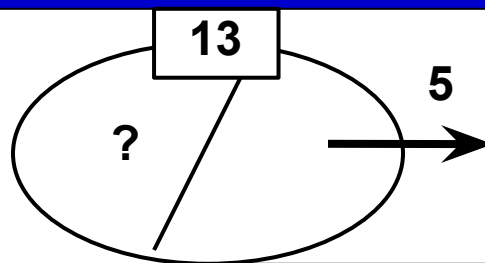
Задача легкая,
но формулировка трудная

6. Было у Егора пять дочерей, а сыновей на 1 больше. Сколько у него всего детей?

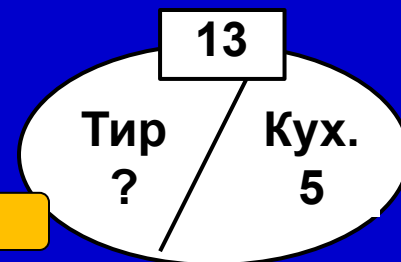
Доч. 5
Сын. На 1 б.
Всего ?

Самостоятельно

7. Выстроился взвод из 13 солдат. «Чёртова дюжина», — подумал сержант и отправил пятерых на кухню. Остальные пошли стрелять в учебный тир. Сколько?



Только схема!



Работа со схемами

Нахождение доли числа

3. Фирма продала 756 автомобилей. На схеме показано, какую часть проданных машин составляют автомобили разных марок.



- Сколько продано автомобилей каждой марки?
- На сколько больше продано фордов, чем фиатов?
- Каких автомобилей продано меньше: российских или импортных?

3. Изобрази на схеме и вычисли.

- Площадь четверти поля равна 183 кв. м. Найди площадь всего поля.

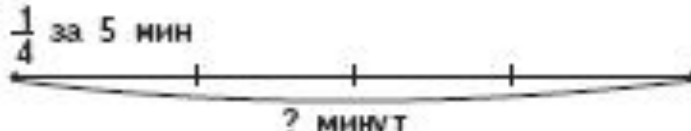


- Путешественник проехал на автобусе 83 км. Это составило десятую часть всего маршрута. Какова длина всего маршрута?



Нахождение числа по доле

1. За 5 минут Вася прошёл четверть пути от дома до школы. Сколько времени займёт весь путь, если он будет идти с той же скоростью?

- Изобразим путь на схеме: 

- Какое действие нужно выполнить, чтобы ответить на вопрос задачи?

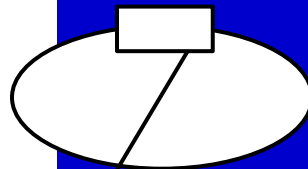
- Маша делала задание по русскому языку 15 минут. Это заняло пятую часть всего времени, затраченного ею на уроки. Сколько времени делала Маша уроки?



5. Выпиши равенства, в которых неизвестно:
 а) уменьшаемое; б) вычитаемое; в) слагаемое.

$370 - \square = 50$ $\square + 80 = 170$ $\square - 40 = 258$

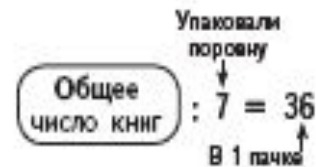
- Найди неизвестное уменьшаемое.
 Сформулируй правило: *Чтобы найти уменьшаемое, нужно...*
- Найди неизвестное вычитаемое.
 Сформулируй правило: *Чтобы найти вычитаемое, нужно...*
- Найди неизвестное слагаемое.
 Сформулируй правило: *Чтобы найти слагаемое, нужно...*



Неявное использование уравнений при решении задач

3. Книги упаковали в 7 пачек поровну. Сколько было книг, если в каждой пачке оказалось 36 книг?

- Составим схему;
- Какое действие нужно выполнить, чтобы найти неизвестное?
- Сделай вывод:
Чтобы найти неизвестное делимое...
- Заметь: ты находил общее число книг.



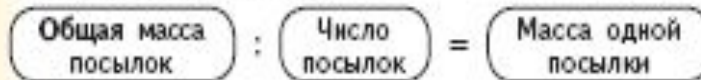
4. Найди неизвестное делимое:

$\square : 8 = 145$

$\square : 7 = 79$

$\square : 6 = 183$

5. Редакция журнала приготовила несколько посылок, чтобы отправить журнал подписчикам. Общая масса посылок 456 кг. Сколько было посылок, если каждая весит 6 кг?



- Сделай вывод: *Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое ... на частное.*

Задачи на стоимость

Работа со схемами

6. Хозяйка купила 3 кг сахарного песка. Она заплатила 75 рублей. Сколько стоит 1 килограмм сахарного песка?



- Составим схему покупки:

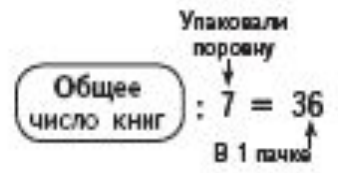
$$\begin{matrix} \text{Цена} \\ \text{за 1 кг} \end{matrix} \times \begin{matrix} \text{Количество} \\ \text{килограммов} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{Стоимость} \\ \text{покупки} \end{matrix}$$

- Подставь в схему известные числа. Найди неизвестное.

Нахождение неизвестного делимого

3. Книги упаковали в 7 пачек поровну. Сколько было книг, если в каждой пачке оказалось 36 книг?

- Составим схему;
- Какое действие нужно выполнить, чтобы найти неизвестное?
- Сделай вывод: *Чтобы найти неизвестное делимое...*
- Заметь: ты находил общее число книг.



Нахождение неизвестного множителя

5. Редакция журнала приготовила несколько посылок, чтобы отправить журнал подписчикам. Общая масса посылок 456 кг. Сколько было посылок, если каждая весит 6 кг?



$$\begin{matrix} \text{Общая масса} \\ \text{посылок} \end{matrix} : \begin{matrix} \text{Число} \\ \text{посылок} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{Масса одной} \\ \text{посылки} \end{matrix}$$

- Сделай вывод: *Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое ... на частное.*

Нахождение неизвестного делителя

Работа со схемами

Составление «уравнений»

У мамы было 496 р. Она купила на 254 р. Продуктов и еще билет на елку. У нее осталось 102 р. Сколько стоит билет на елку?

Сумма денег	—	Стоимость продуктов	—	Стоимость билета	=	Остаток
496	—	254	—	?	=	102

1. Для школ купили новые стулья и парты. Изобразим схему покупки.
 г) Школа № 4 истратила на мебель 215 400 р. Парты стоят 670 р., стул — 450 р. Купили 120 парт. Сколько купили стульев?

Стоимость стульев	+	Стоимость парт	=	Общая стоимость
-------------------	---	----------------	---	-----------------

$$450 \cdot ? + 670 \cdot 120 = 215\,400$$

Работа со схемами

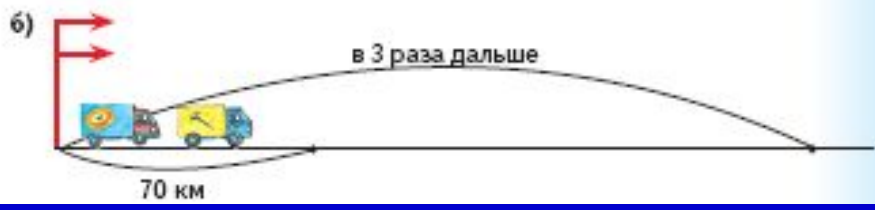
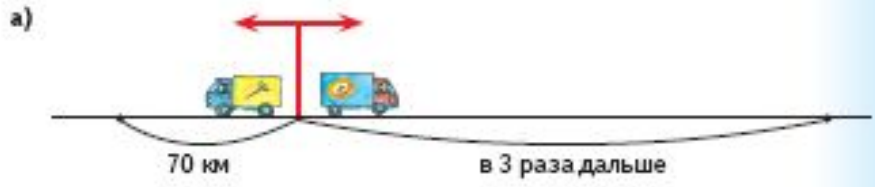
Развитие пространственных представлений

Исследование зависимости

1. В первый день они разъехались в разные стороны. Бублик проехал 80 км, а Гвоздик на 50 км больше. Какое между ними расстояние?



5. Придумайте к следующим схемам задачи в 1 действии; в 2 действия. Решите их.



Нахождение неизвестного множителя

Исследуем зависимость



1. Туристы идут по маршруту со скоростью 4 км/ч. Нарисуй на схеме, на сколько километров они продвигаются за каждый час.



- Сколько километров пройдут туристы за 5 часов? За 7 часов? За 10 часов?

Чтобы найти длину пути, нужно скорость умножить на время движения:

$$\boxed{\text{Путь}} = \boxed{\text{Скорость}} \times \boxed{\text{Время}}$$

5. Подставь числовые данные в схему:

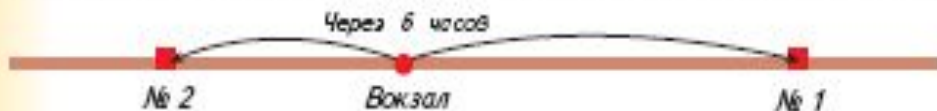
$$\boxed{\text{Путь}} = \boxed{\text{Скорость}} \times \boxed{\text{Время}}$$

- | | | | |
|-----------|---------|-----------|--------|
| а) Путь: | 300 км | б) Путь: | 300 км |
| Скорость: | 10 км/ч | Скорость: | ? |
| Время: | ? | Время: | 6 ч |

- Определи неизвестную величину.
- Сделай выводы: как найти время, если известны пройденный путь и скорость; как найти скорость, зная длину пути и время движения.

Движение в противоположных направлениях

- Покажи на схеме расстояние, которое прошёл первый поезд за 6 ч. Вычисли его.
- Покажи расстояние, которое прошёл второй поезд.
- Покажи расстояние между поездами. Вычисли это расстояние.



Встречное движение

- Покажи это расстояние на схеме. Вычисли его.
- Через 2 часа
- Ст. упр. М.
3. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали две машины. Скорость одной — 75 км/ч, скорость другой — 52 км/ч. Через 3 ч машины встретились.
- Какое расстояние проехала каждая машина до встречи?
 - Каково расстояние между этими городами?



Движение в одном направлении

- в) Скорость «Москвича» 70 км/ч, скорость «Волги» 95 км/ч. Через сколько времени между машинами будет 125 км?
Рассуждения. За 1 ч «Волга» обгоняет «Москвич» на $95 - 70$ (км); за 2 ч — на вдвое большее расстояние и т. д.



Разность скоростей в этом случае называется *скоростью удаления*.

$$(95 - 70) \times \boxed{\text{Время движения}} = 125$$

Закончи решение задачи. Проверь ответ с помощью вычислений.

Скорость

1. а) Корабль был в пути целые сутки и прошёл 888 км. Какова была его скорость?

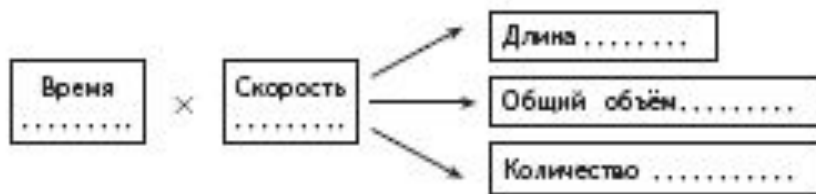
б) В книге Жюль Верна «Дети капитана Гранта» 576 страниц. Алёша прочитал четверть книги за 6 ч, половину остатка — за 8 ч, а конец — за 6 ч. На сколько увеличилась скорость чтения Алёши?



в) Наборщица набирает на компьютере 350 знаков за 1 минуту. За сколько времени наберёт наборщица текст, в котором 12 250 знаков?

г) В трюме корабля 18 25-литровых бочонков с пресной водой. До берега, где можно пополнить запас воды, плыть ещё 9 суток. Экипаж состоит из 23 человек. Один человек выпивает в день 2 л воды. Хватит ли команде запасов пресной воды?

2. Объясните, что такое скорость движения, скорость чтения, скорость работы, скорость расхода продуктов. Приведите другие примеры, где используется понятие «скорость».



Производительность труда

1. В заводском цехе работают два конвейера, разливающих фруктовый сок в пакеты. За 13 часов работы с первого конвейера сошло 949 пакетов сока. Второй конвейер работал только 11 часов и изготовил 737 пакетов.



• Сколько пакетов упаковывает каждый конвейер в час? Скорость работы называют *производительностью*. Производительность конвейера измеряется числом пакетов в час.

$$\boxed{\text{Производительность}} \times \boxed{\text{Время работы}} = \boxed{\text{Объём работы}}$$

• Два конвейера работали одновременно. Какова их *общая производительность*?

• Оба конвейера работали одновременно и упаковали 1120 пакетов. Сколько часов работали конвейеры?

$$\boxed{\text{Общая производительность}} \times \boxed{\text{Время работы}} = \boxed{\text{Объём работы}}$$

Совместная работа

3. Один трубоукладчик уложил 192 м труб за 24 ч работы, другой уложил 220 м труб за 20 ч работы. Какова производительность каждого трубоукладчика?

Чтобы уложить 190 м труб, оба трубоукладчика запустили одновременно с двух концов участка. Через сколько часов они закончат работу?



Совместная работа и встречное движение

Задачи на пропорциональную зависимость

Наблюдения над свойствами умножения

1. Пусть известно, что $\square \times \triangle = \square \times \triangle$. Закончите предложения, описывающие различные свойства умножения.
- а) Если один множитель увеличить вдвое $(2 \times \square) \times \triangle$, произведение...
 - б) Если один множитель уменьшить в 3 раза $\square \times (\triangle : 3)$, произведение...
 - в) Если один множитель увеличить в 2 раза, а другой увеличить в 3 раза $(2 \times \square) \times (3 \times \triangle)$, то произведение...
 - г) Если один множитель увеличить в 4 раза, а другой уменьшить в 4 раза $(4 \times \square) \times (\triangle : 4)$, то произведение...
- Проверьте свои выводы, составив числовые примеры.

2. Поставь знак арифметического действия в каждой схеме.

а)

Скорость

 ...

Время

 =

Путь



б)

Путь

 ...

Время

 =

Скорость

в)

Масса 1 батона

 ...

Количество батонів

 =

Общая масса



г)

Количество батонів

 ...

Количество буханок

 =

Общее количество

д)

Количество конфет в 1 коробке

 ...

Количество коробок

 =

Общее количество конфет

е)

Стоимость 1 кг яблок

 ...

Количество килограммов

 =

Общая стоимость



ж)

Стоимость 1 кг яблок

 ...

Стоимость 1 кг груш

 =

Общая стоимость

Образец рассуждений

3. Автомобиль проехал 147 км за 2 ч. Сколько километров проедет он за 6 ч, если будет двигаться с прежней скоростью?

Составим краткую запись.

$$\begin{array}{l} \text{За } 2 \text{ ч} - 147 \text{ км} \\ \text{За } 6 \text{ ч} - ? \text{ км} \end{array}$$

Рассуждения. Длина пути и время движения связаны равенством:

$$\boxed{\text{Скорость}} \times \boxed{\text{Время}} = \boxed{\text{Путь}}$$

Если время движения увеличить в несколько раз, то и длина пути увеличится во столько же раз.

$$\text{Во сколько раз} \left(\begin{array}{l} \text{За } 2 \text{ ч} - 147 \text{ км} \\ \text{За } 6 \text{ ч} - ? \text{ км} \end{array} \right) \text{ Во столько же} \\ \text{больше?} \quad \text{раз больше}$$

- Запиши решение по действиям.
- Предложите другой способ решения.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИТУАЦИИ

ПОНИМАНИЕ СИТУАЦИИ

Составление уравнения

Работа с лексикой

Составление выражения

Ориентирование в ситуации

Работа со схемами

Краткая запись

**РЕШЕНИЕ
ТЕКСТОВЫХ
ЗАДАЧ**

Типовые задачи
в 1 действие

БАЗОВЫЕ

НАВЫКИ

Новый стандарт

www.standart.edu.ru

Стратегическим направлением оптимизации системы начального общего образования признано **формирование универсальных учебных действий** (общих учебных умений, обобщенных способов действий, ключевых умений), обеспечивающих готовность и способность ребенка к овладению компетентностью «уметь учиться».

Роль математики в формировании универсальных учебных действий:

- *Обучение моделированию условий текстовых задач.*
- *Усвоение обобщенного способа решения задач.*
- *Установление аналогий и обобщенных способов действий при организации вычислений, решении текстовых задач.*
- *Умение выполнять вычисления и решать задачи разными способами и выбирать наиболее эффективный способ вычислений.*