

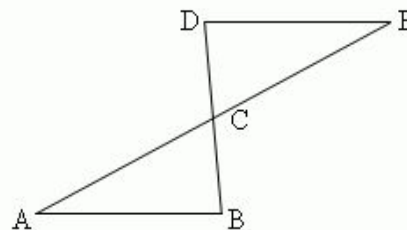
# ЦЕНТРАЛЬНА СИМЕТРІЯ



## ІСТОРИЧНА ДОВІДКА

Естетична забарвленість симетрії в найбільш загальному розумінні - це узгодженість або врівноваженість окремих частин об'єкта, об'єднаних в єдине ціле, гармонія пропорцій. Симетрія проявляється не тільки в розумінні геометричної будови тіл в природі, але й в ряді областей людської діяльності. У мистецтві симетрія може проявитися в пропорційності і взаємоп

В Епоху Відродження з'явилися перші фундаментальні дослідження з теорії перспективи, зокрема роботи видатних художників Леонардо да Вінчі (1452-1519) і Альбрехта Дюрера (1471-1528). Розробником математичних основ теорії проєктивних перетворень (теорії перспективи) став французький інженер і архітектор Жерар Дезарг (1593-1662).





Леонардо да Вінчі



Альбрехт Дюрер



Гаспар Монж

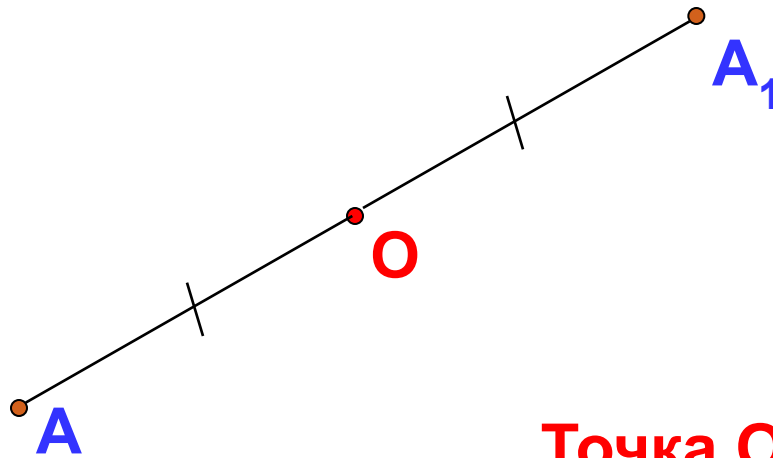


Мішель Шаль



# Означення

Точки  $A$  і  $A'$  називаються симетричними відносно точки  $O$ , якщо точка  $O$  – середина відрізка  $AA'$ .

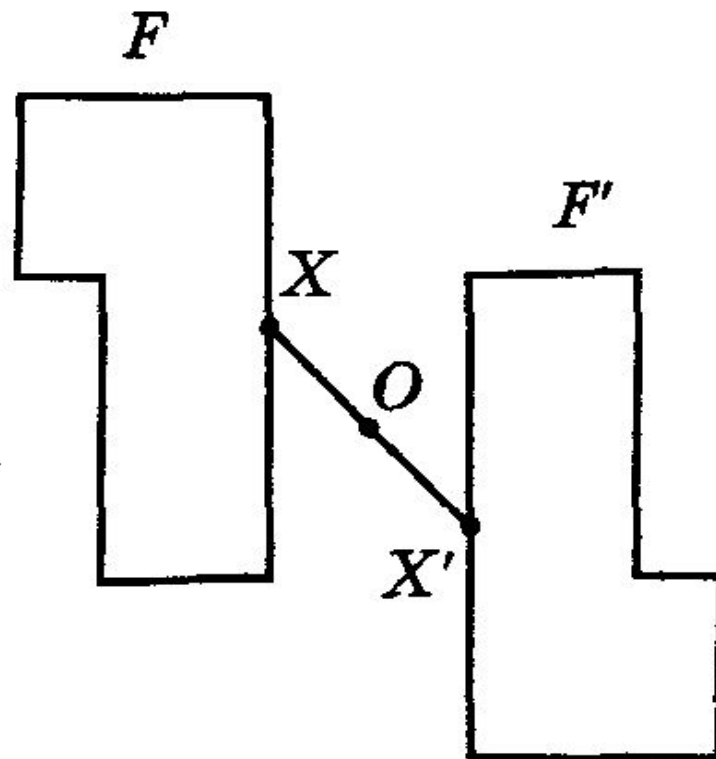


**Точка  $O$  – центр симетрії**

## ПЕРЕТВОРЕННЯ СИМЕТРІЇ

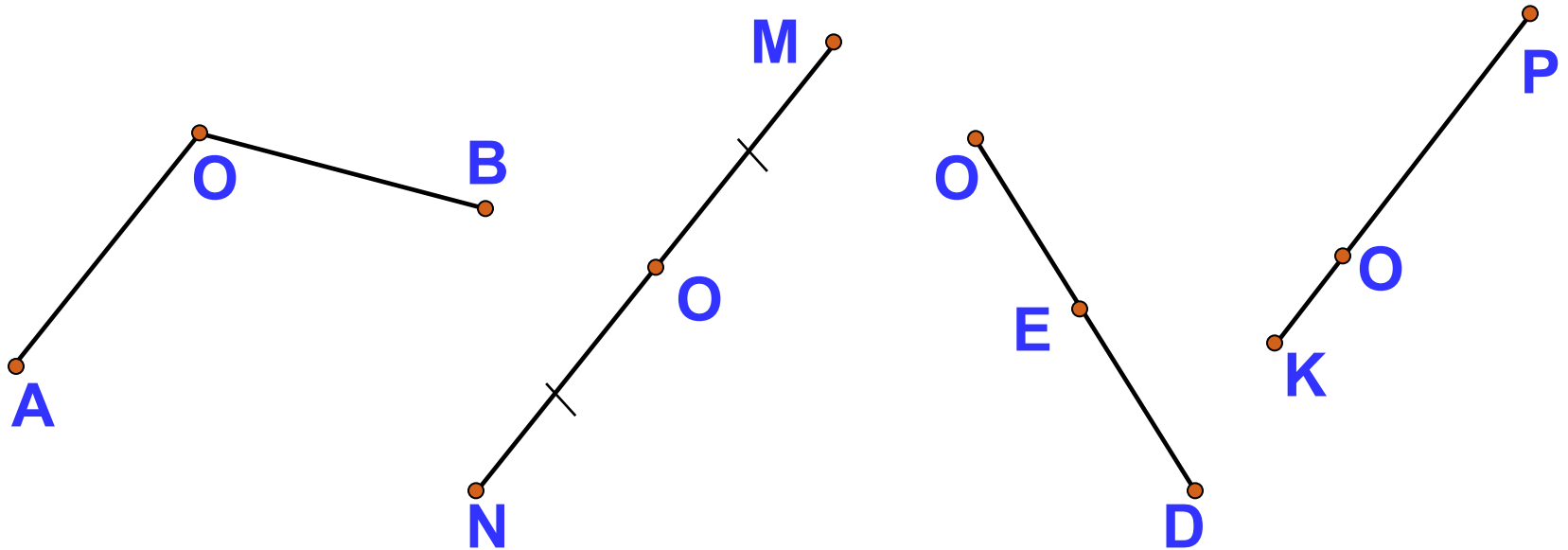
- **Перетворенням симетрії** (симетрією) відносно точки  $O$  називають таке перетворення фігури  $F$  у фігуру  $F'$ , внаслідок якого кожна точка  $X$  фігури  $F$  переходить у точку  $X'$  фігури  $F'$ , симетричну точці  $X$  відносно точки  $O$ .

- Симетрію відносно точки називають **центральною симетрією**.



## УСНІ ВПРАВИ

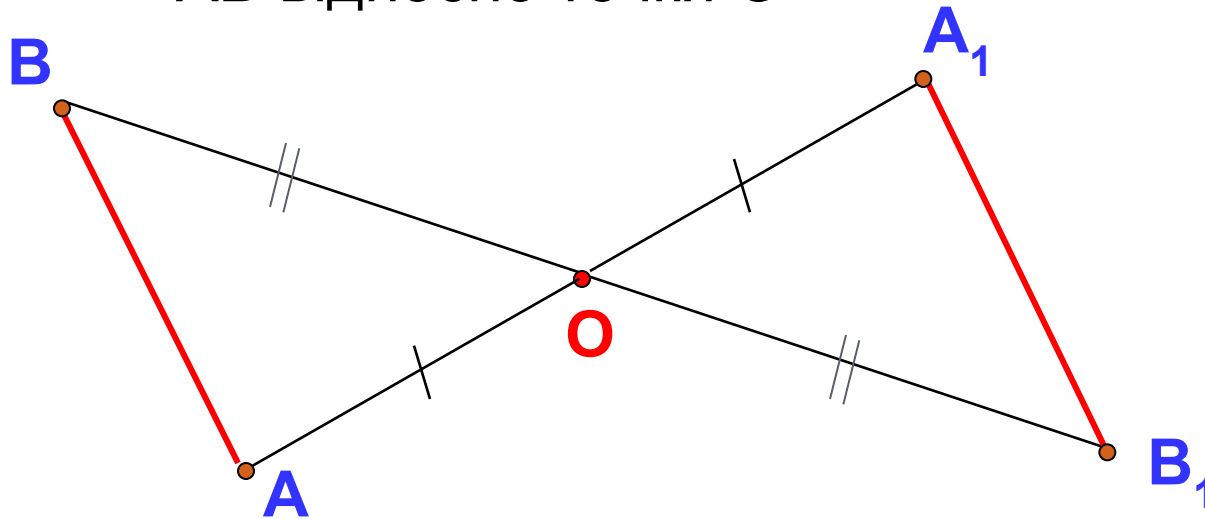
- Назвіть точки, симетричні відносно кожної точки  $O$ .
- Вкажіть точку, симетричну точці  $O$  відносно точки  $O$ .



- Чому точки  $A$  і  $B$ ,  $K$  і  $P$ ,  $D$  і  $E$  не можна вважати симетричними відносно точки  $O$ ?



Побудувати відрізок  $A_1B_1$  симетричний відрізку  $AB$  відносно точки  $O$



**Точка  $O$  –  
центр симетрії**

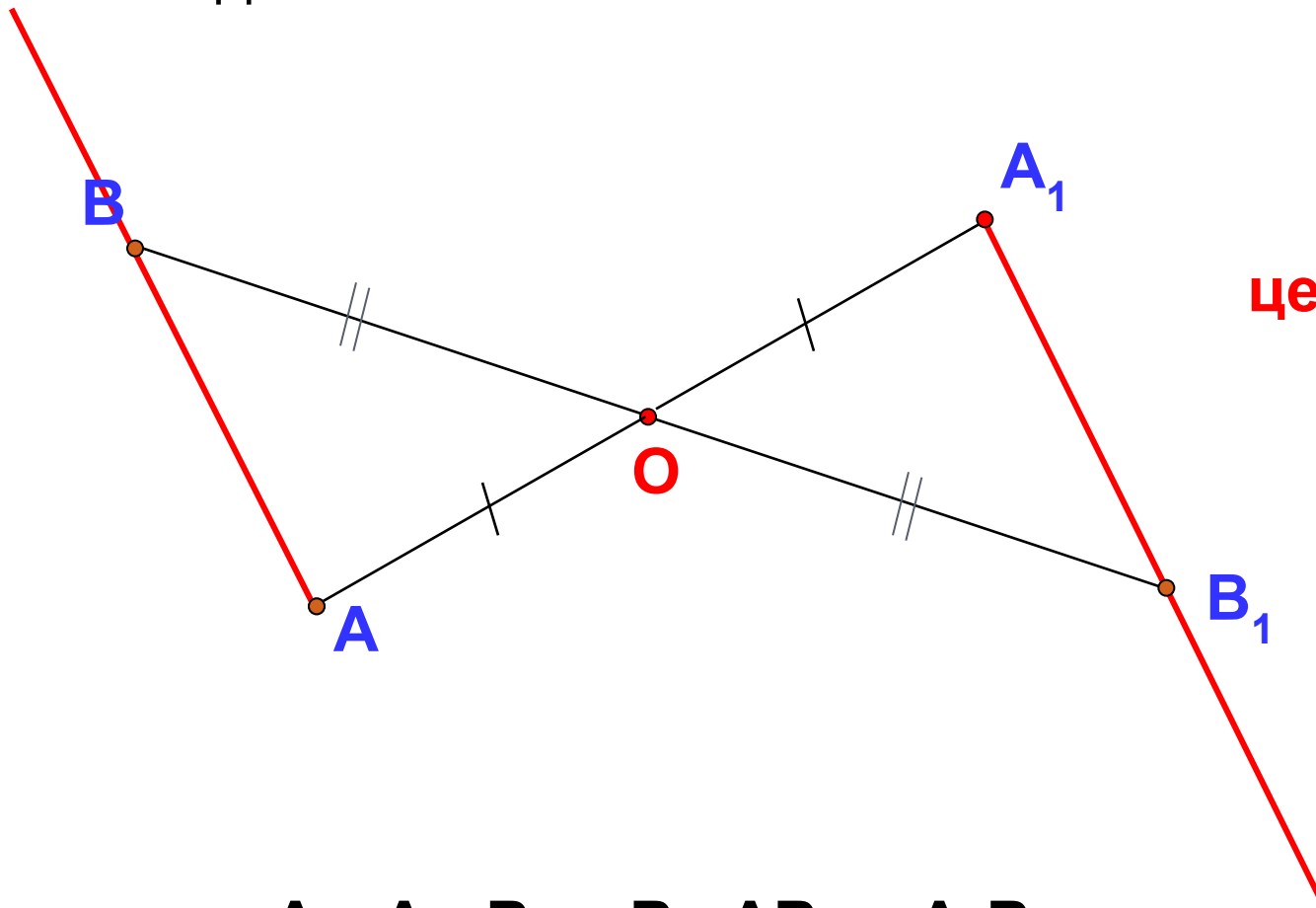
$$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, AB \rightarrow A_1B_1$$

### **Зауваження:**

При центральній симетрії змінився порядок точок (згори-вниз, праволіво).

Точка  $A$  відобразилась знизу вгору; вона була правіше від точки  $B$ , а її образ точка  $A_1$  виявилась лівіше точки  $B_1$ .

Побудувати промінь, симетричний променю  $AB$   
відносно точки  $O$

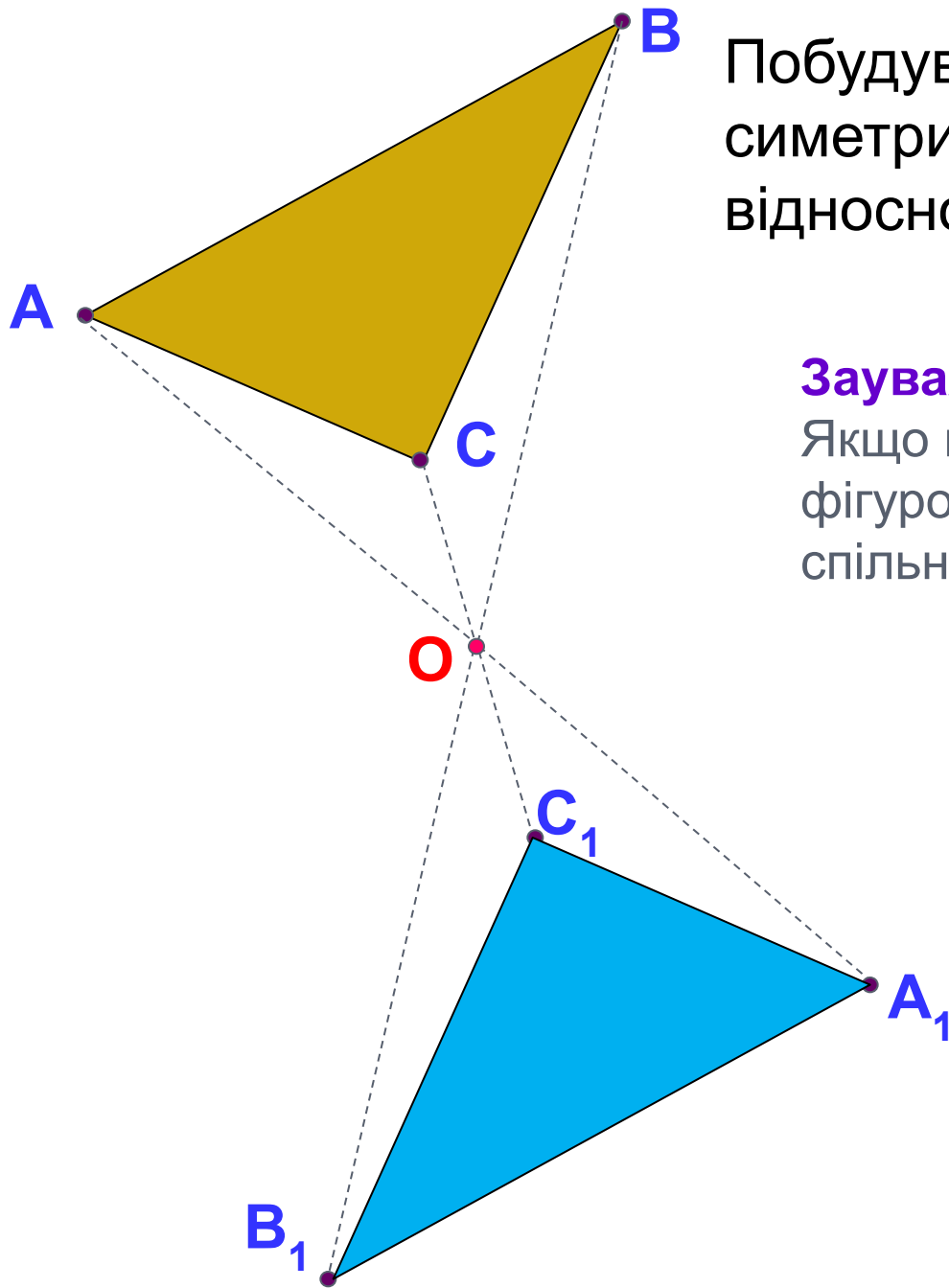


**Точка  $O$  –  
центр симетрії**

$A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, AB \rightarrow A_1B_1$







Побудувати трикутник,  
симетричний трикутнику  $ABC$   
відносно точки  $O$

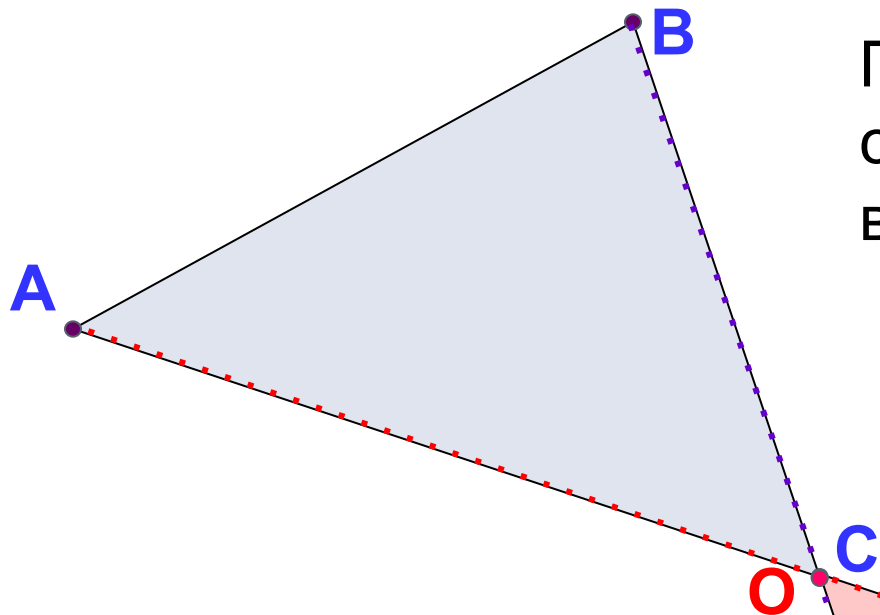
**Зауваження.**

Якщо центр симетрії міститься поза  
фігурою, то фігура і її образ не мають  
спільних точок.

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A_1, \\ C &\rightarrow C_1, \\ B &\rightarrow B_1, \\ \Delta ABC &\rightarrow \Delta A_1 B_1 C_1 \end{aligned}$$



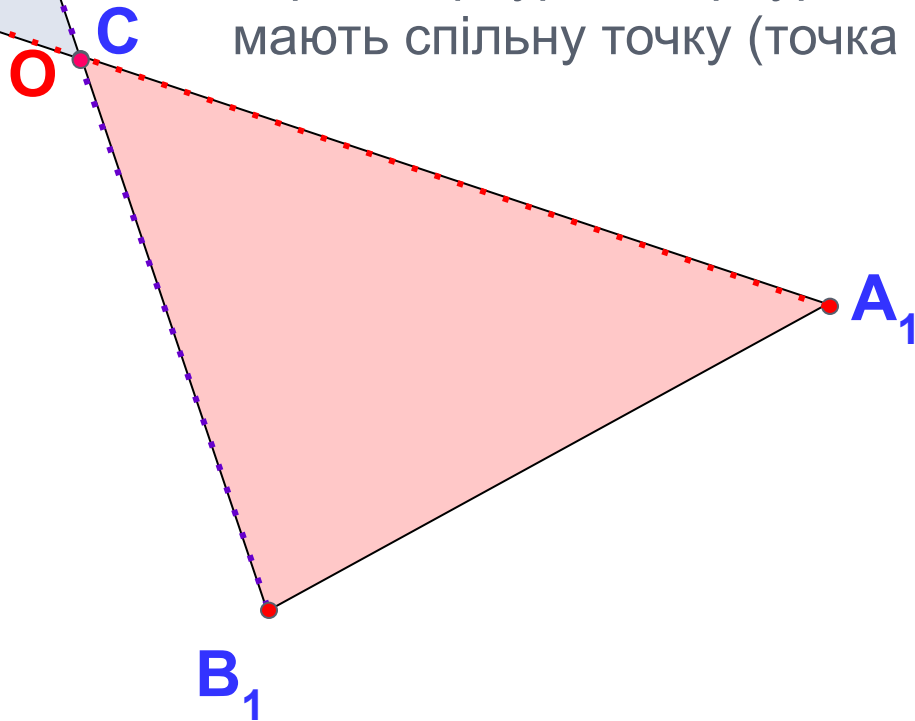
Побудова трикутника,  
симетричного трикутнику ABC  
відносно точки C



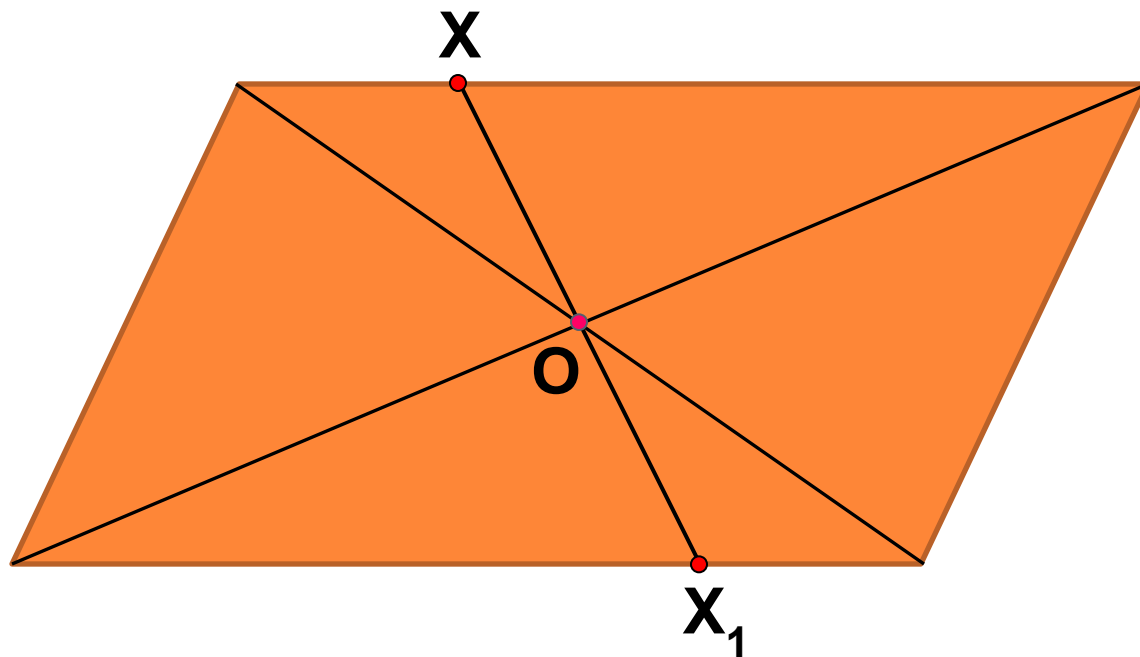
**Зауваження.**

Якщо центр симетрії – одна з  
вершин фігури, то фігура і її образ  
мають спільну точку (точка C).

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A_1, \\ C &\rightarrow C_1, \\ B &\rightarrow B_1, \\ \Delta ABC &\rightarrow \Delta A_1 B_1 C_1 \end{aligned}$$

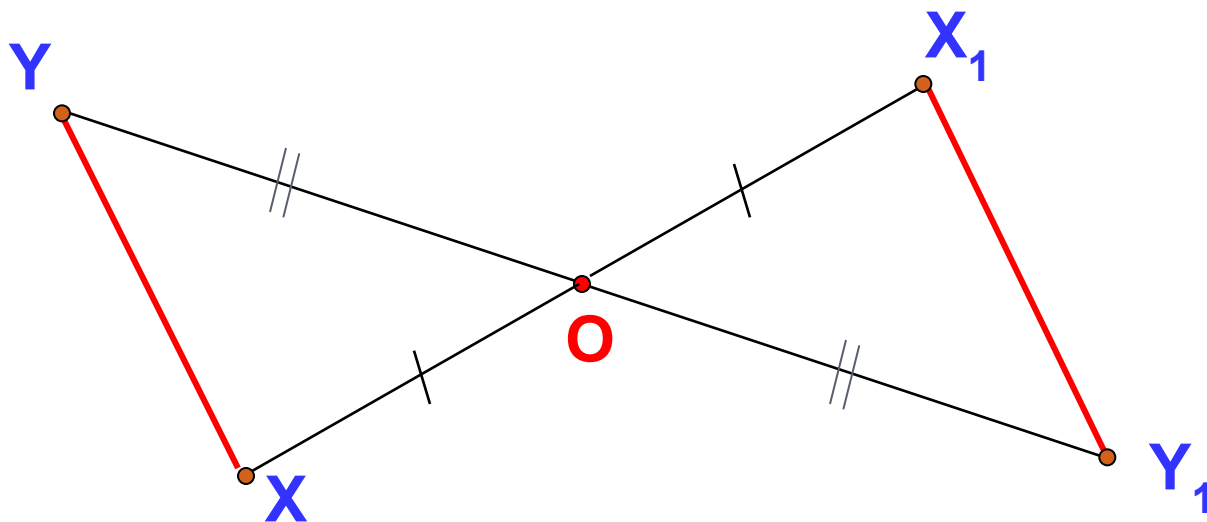


Якщо перетворення симетрії відносно точки  $O$  переводить фігуру  $F$  у себе, то така фігура називається *центрально-симетричною*, а точка  $O$  – центром симетрії фігури  $F$ .



# Основна властивість центральної симетрії

Теорема. **Центральна симетрія є переміщенням.**



Доведення.

Центральна симетрія відносно точки  $O$ .

Точка  $X$  – переходить в точку  $X_1$ ,

точка  $Y$  переходить у точку  $Y_1$ .

Точки  $O$ ,  $X$ ,  $Y$  не лежать на одній прямій.

Трикутники  $XOY$  і  $X_1OY_1$  рівні за I ознакою ( $OX=OX_1$ ,

$OY=OY_1$  за означенням центральної симетрії,

$\angle XOY = \angle X_1OY_1$  як вертикальні). Отже,  $XY = X_1Y_1$ .

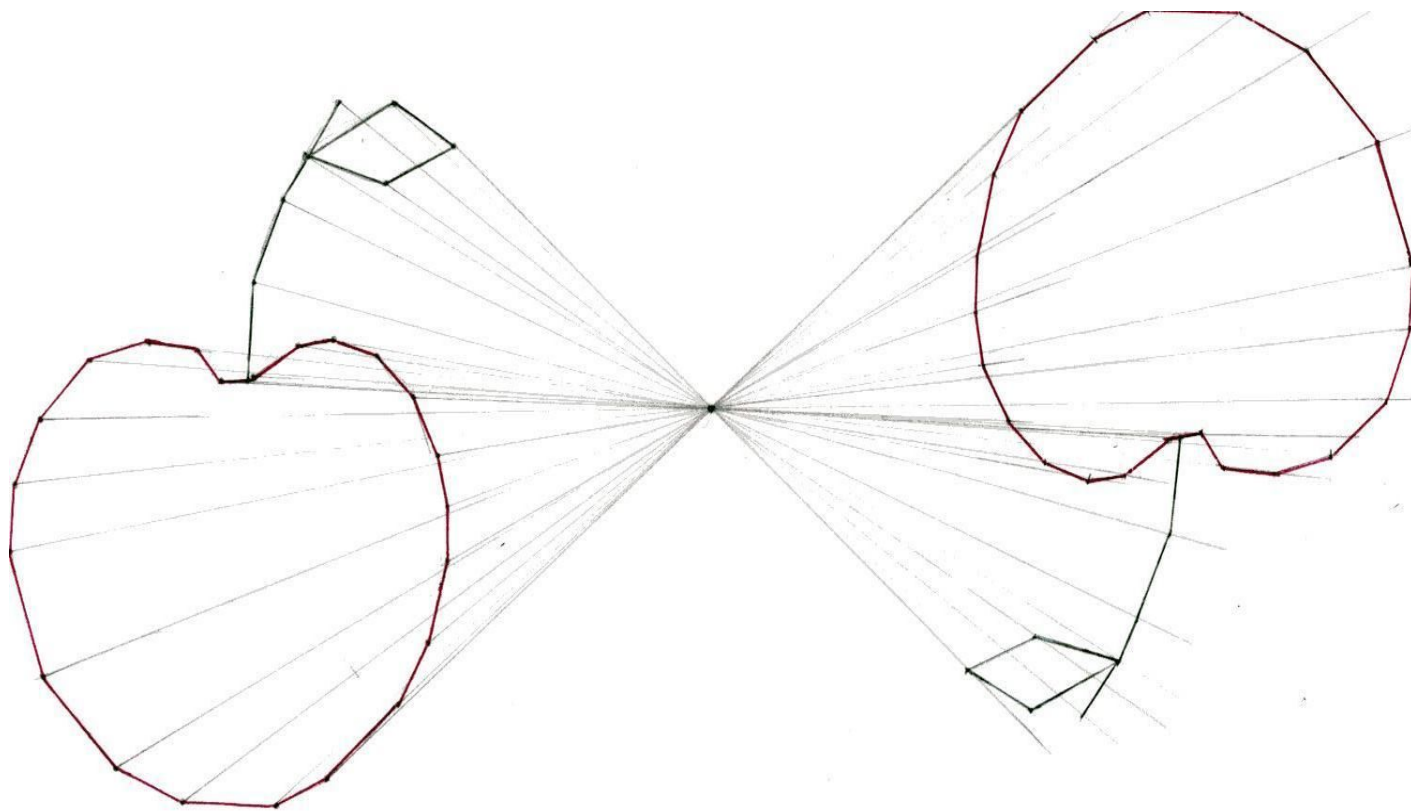


# ВЛАСТИВОСТІ СИМЕТРІЇ ВІДНОСНО ТОЧКИ

- Перетворення симетрії відносно точки є переміщенням.
- Перетворення симетрії відносно точки перетворює пряму на паралельну їй пряму або на себе; відрізок – на рівний і паралельний йому відрізок; багатокутник – на рівний йому багатокутник.
- Будь-яка пряма, що проходить через центр симетрії, відображається при цій симетрії на себе.
- Якщо точка  $A(x; y)$  симетрична точці  $B(x_1; y_1)$  відносно початку координат  $O$ , то виконуються умови:  $x_1 = -x$ ,  $y_1 = -y$ .



Побудувати фігуру, симетричну даній  
відносно точки  $O$ .



# ЦЕНТРАЛЬНА СИМЕТРІЯ В ПРИРОДІ

