



# «ЦИЛИНДР»

Автор: Разина Анна  
ученица 11 «В» класса.  
Руководитель: Самсонова Мария Николаевна  
учитель математики.

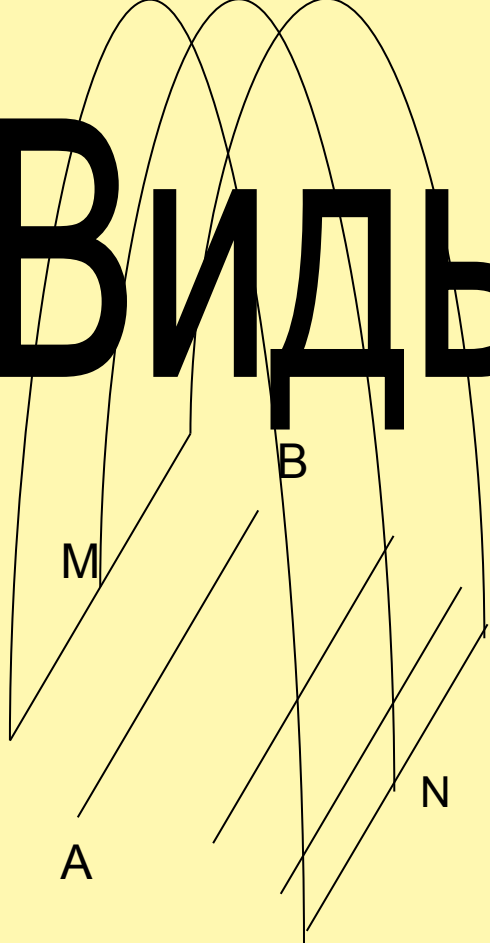
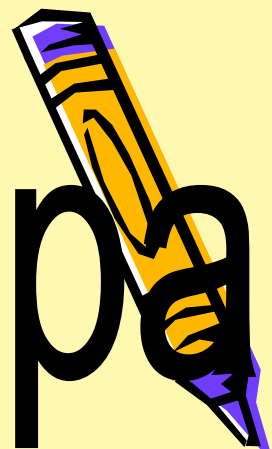


# Краткое содержание

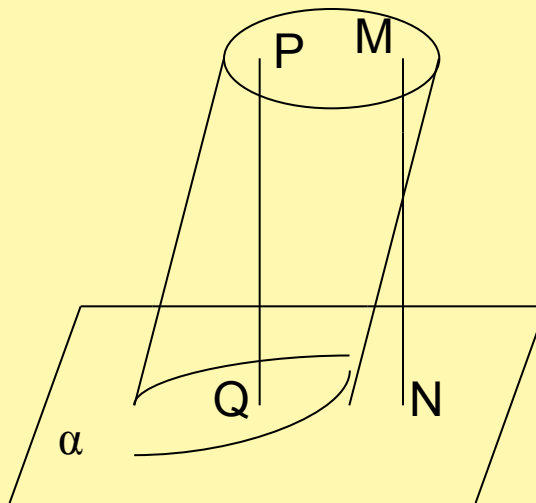
- Введение.
- Основная часть.
  - Что называют цилиндром? (из истории).
  - Различные определения.
  - Выпуклый цилиндр.
  - Свойства цилиндра.
  - Прямой цилиндр
  - Площадь поверхности цилиндра.
  - Объем цилиндра
  - Решение задач.
- Заключительная часть.
- Используемая литература.



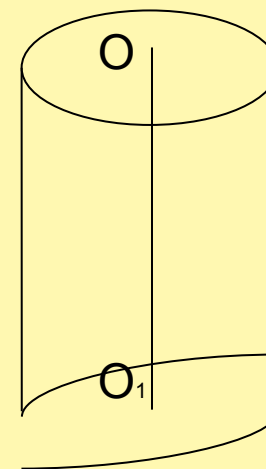
# Виды цилиндра



Цилиндрическая  
поверхность



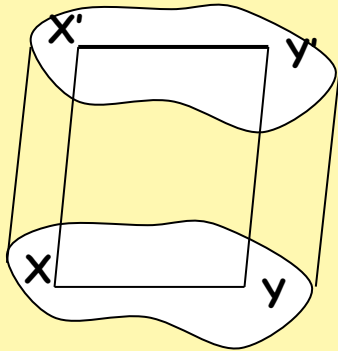
Круговой цилиндр



Прямой цилиндр

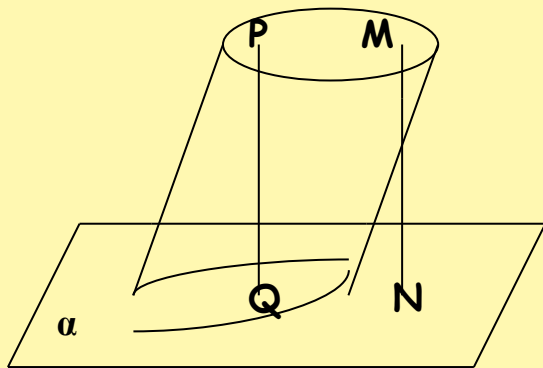


# Свойства цилиндра



1) Основания равны и параллельны

2) Все образующие цилиндра параллельны и равны друг другу

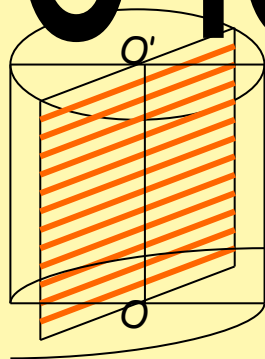


Перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания цилиндра на плоскость другого его основания, называется высотой цилиндра.

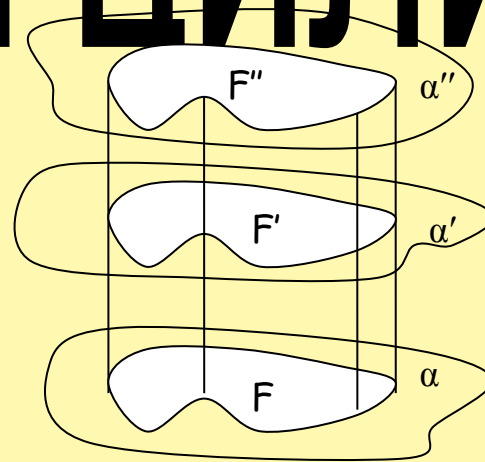
3) все высоты цилиндра параллельны и равны друг другу.



# Сечения цилиндра



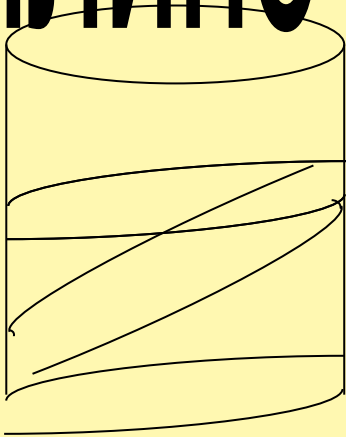
1) Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник, две стороны которого - образующие, а две другие - диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называется осевым.



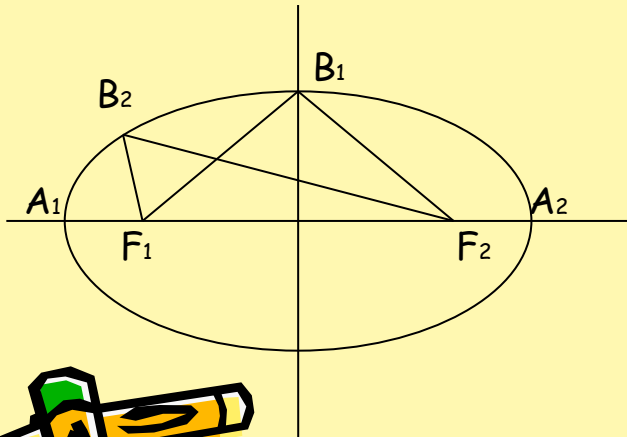
2) Все сечения цилиндра плоскостями параллельными плоскости основания, равны основаниям цилиндра между собой.



# Эллипс как сечение цилиндра



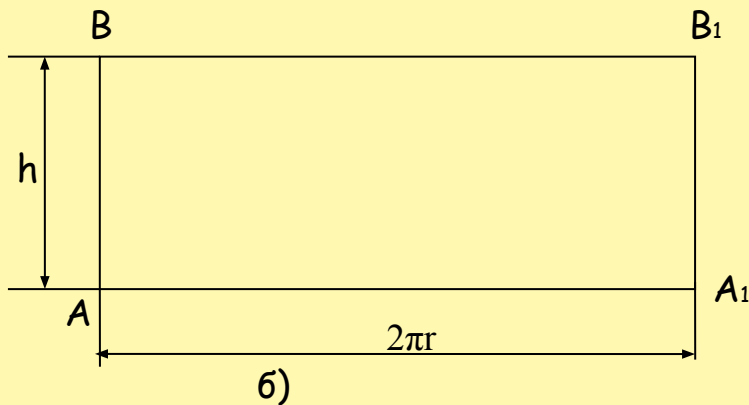
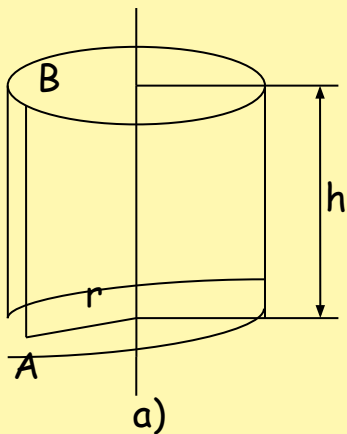
Если боковую поверхность цилиндра вращения пересечь плоскость так, чтобы она не пересекала его оснований, то в сечении получится эллипс. Это следует из определения эллипса как параллельной проекции окружности на плоскость.



Сумма расстояний от любой точки эллипса до двух точек, называемых фокусами, есть величина постоянная.



# Площадь поверхности прямого цилиндра.

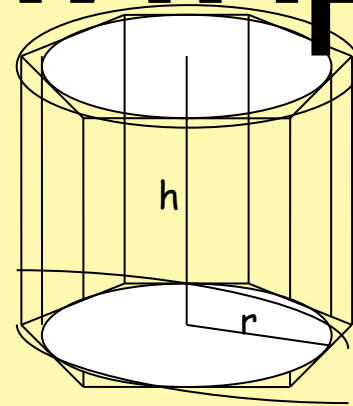
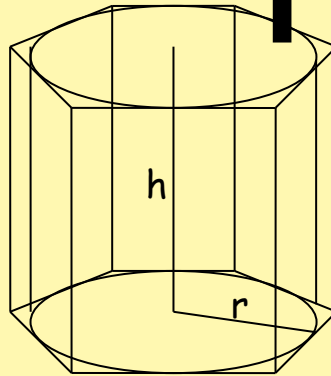
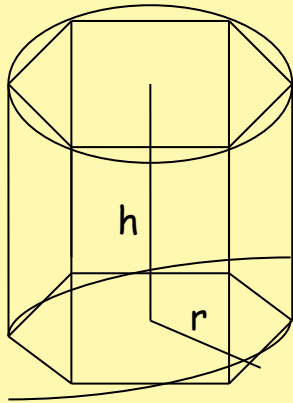


$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h.$$

$$S_{\text{пол. п.}} = 2\pi r (r + h).$$



# Объём цилиндра



Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

$$V = \pi r^2 h.$$

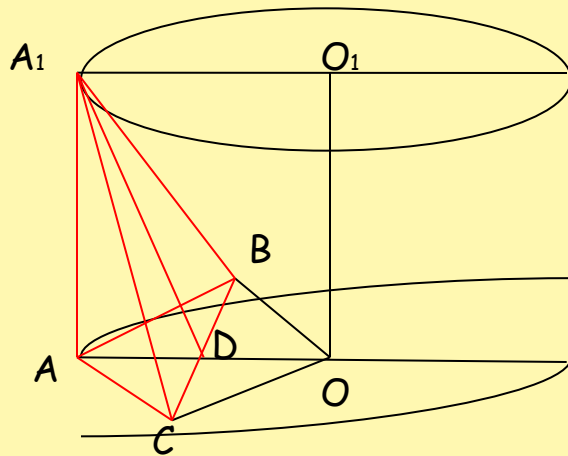




# Решение задачи

Высота цилиндра равна  $H$ , радиус его основания равен  $R$ . В цилиндр помещена пирамида, высота которой совпадает с образующей  $AA_1$  цилиндра, а основанием служит равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB=AC$ ), вписанный в основание цилиндра. Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если  $A = 120^\circ$ .

Дано: цилиндр с высотой  $H$  и радиусом  $R$ , вписана пирамида, образующая  $AA_1$  - высота пирамиды,  $ABC$  р/б,  $AB=AC$ ,  $ABC$  - вписан в основание цилиндра, угол  $A = 120^\circ$ .  
Найти:  $S_{бок}$  пирамиды.



Решение:

1) Проведем  $AD \perp BC$  и соединим точки  $A_1$  и  $D$ . Согласно теореме, имеем  $A_1D \perp BC$ . Так как дуга  $CAB$  содержит  $120^\circ$ , а дуги  $AC$  и  $AB$  - по  $60^\circ$ , то  $BC = R\sqrt{3}$ ,  $AB = R$ .

2) В  $\triangle ABD$  имеем  $AD = R/2$ . Далее, из  $\triangle AA_1D$  получим  $A_1D = \frac{1}{2} \sqrt{R^2 + 4H^2}$

Следовательно  $S_{A_1AB} = \frac{1}{2} AB \cdot AA_1 = \frac{1}{2} RH$

$$S_{A_1BC} = \frac{1}{2} BC \cdot A_1D = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{R^2 + 4H^2} = \frac{1}{4} R \sqrt{3R^2 + 12H^2}$$

$$3) S_{бок} = 2 S_{A_1AB} + S_{A_1BC} = RH + \frac{1}{4} R \sqrt{3R^2 + 12H^2} = R/4(4H + \sqrt{3R^2 + 12H^2}).$$

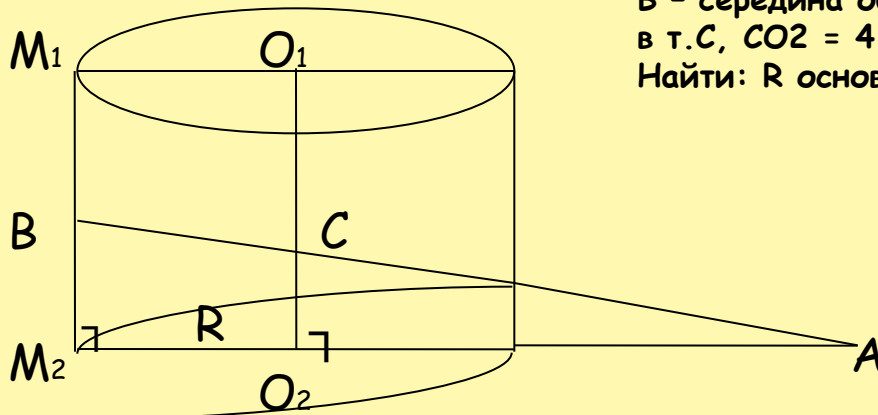
Ответ:  $R/4(4H + \sqrt{3R^2 + 12H^2})$ .



# Решение задачи

Высота цилиндра равна 12 см. Через середину образующей цилиндра проведена прямая, пересекающая ось цилиндра на расстоянии 4 см от нижнего основания. Эта прямая пересекает плоскость, содержащую нижнее основание цилиндра, на расстоянии 18 см от центра нижнего основания. Найдите радиус основания цилиндра.

Дано: цилиндр, высота  $O_1O_2 = 12$  см,  
 $B$  - середина образующей  $M_1M_2$ ,  $AB$  пересекает  $O_1O_2$   
в т.  $C$ ,  $CO_2 = 4$  см,  $AO_2 = 18$  см.  
Найти:  $R$  основания.



Решение:

Проведем плоскость через данную в условии задачи прямую  $AB$  и ось цилиндра  $O_1O_2$ . Эта плоскость содержит также образующую  $M_1M_2$ , в которой пересекается с поверхностью цилиндра. Длина  $M_1M_2$  равна высоте цилиндра, т.е.  $M_1M_2 = 12$  см, тогда по условию  $BM_2 = 6$  см.  $M_1M_2 \parallel O_1O_2$ , значит,  $\angle BM_2A = \angle CO_2A = 90^\circ$ , еще у треугольников  $\triangle ABM_2$  и  $\triangle ACO_2$  общий угол  $A$ , и значит они подобны.

Отсюда

$$\frac{CO_2}{BM_2} = \frac{AO_2}{AM_2}, \text{ т.е. } \frac{4}{6} = \frac{18}{18+R},$$
$$4(18+R) = 6 \cdot 18,$$
$$4R = 36, R = 9.$$

Ответ: 9 см





# «ЦИЛИНДР»

Автор: Разина Анна  
ученица 11 «В» класса.  
Руководитель: Самсонова Мария Николаевна  
учитель математики.

