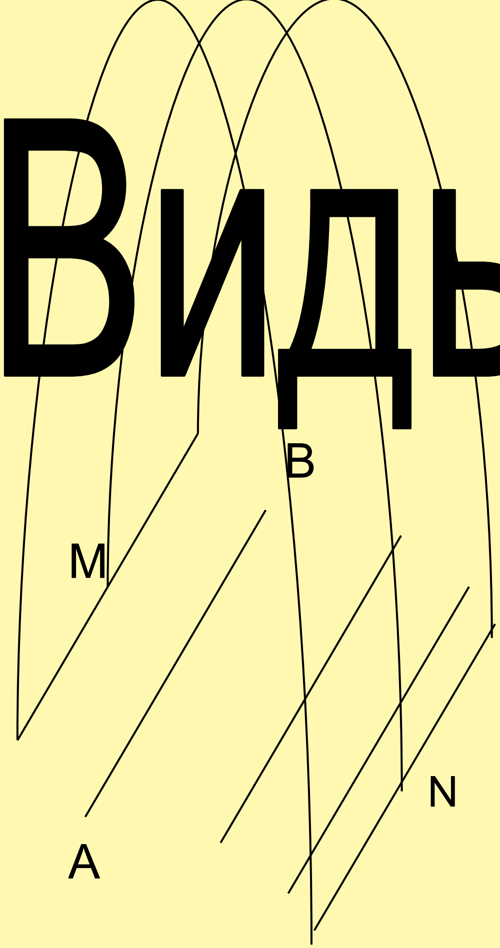
«Цилиндр»

Автор: Разина Анна
ученица 11 «В» класса.
Руководитель: Самсонова Мария Николаевна
учитель математики.

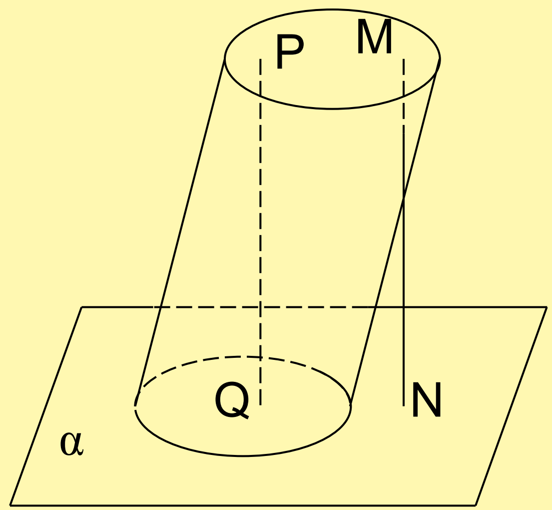
Краткое содержан

- Введение.
- Основная часть.
  - Что называют цилиндром? (из истории).
  - Различные определения.
  - Выпуклый цилиндр.
  - Свойства цилиндра.
  - Прямой цилиндр
  - Площадь поверхности цилиндра.
  - Объем цилиндра
  - Решение задач.
- Заключительная часть.
- Используемая литература.

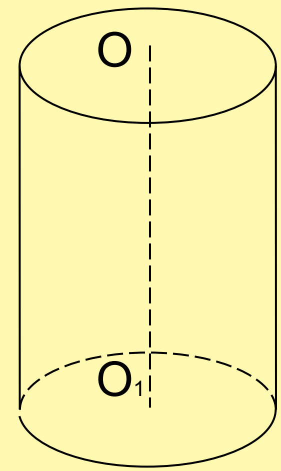
Виды цилиндра.



Цилиндрическая поверхность

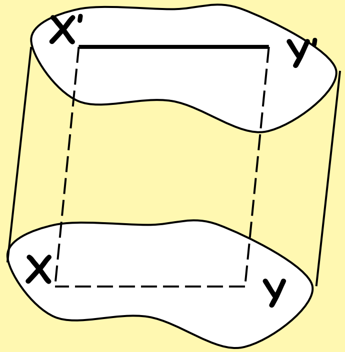


Круговой цилиндр



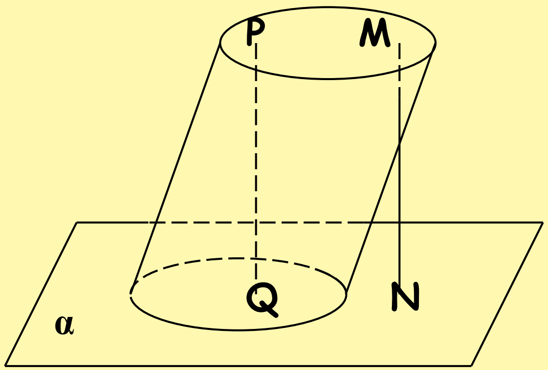
Прямой цилиндр

Свойства цилиндра



1) Основания равны и параллельны

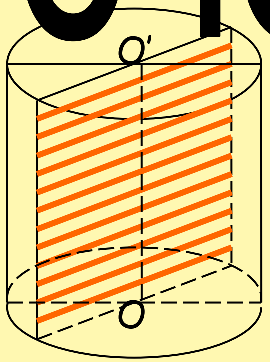
2) Все образующие цилиндра параллельны и равны друг другу

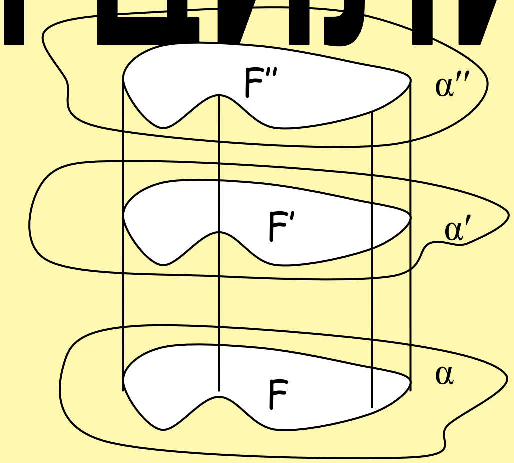


Перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания цилиндра на плоскость другого его основания, называется высотой цилиндра.

3) все высоты цилиндра параллельны и равны друг другу.

Сечения цилиндра

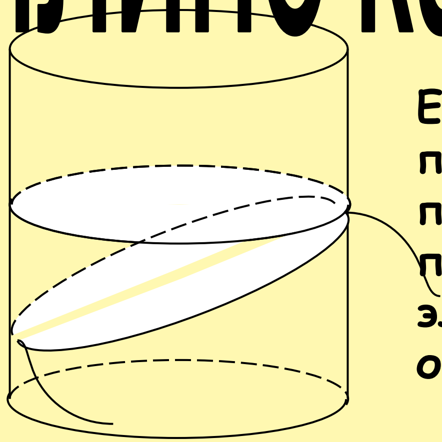




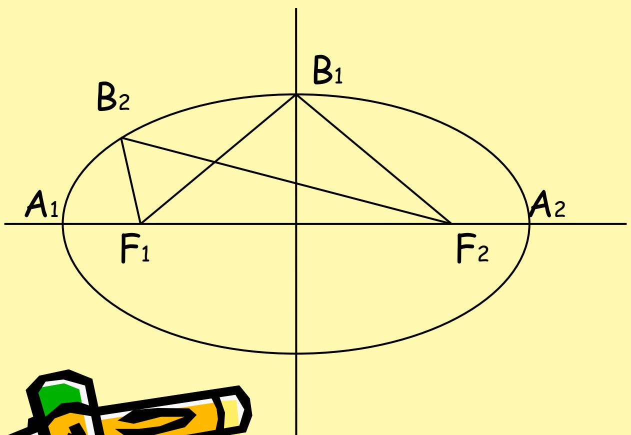
1) Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой *прямоугольник* , две стороны которого – образующие, а две другие – диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называется *осевым*.

2) Все сечения цилиндра плоскостями параллельными плоскости основания, равны основаниям цилиндра между собой.

Эллипс как сечение цилиндра

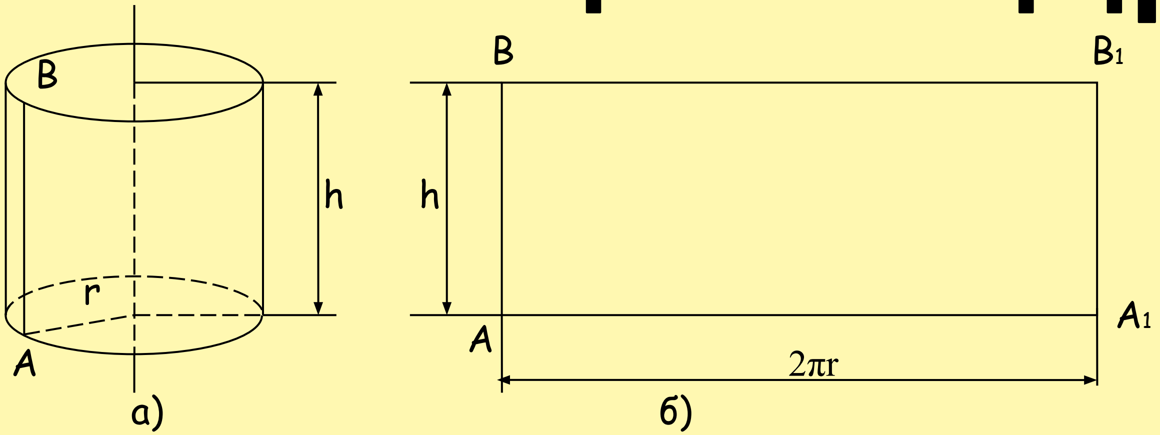


Если боковую поверхность цилиндра вращения пересечь плоскость так, чтобы она не пересекала его оснований, то в сечении получится эллипс. Это следует из определения эллипса как параллельной проекции окружности на плоскость.



Сумма расстояний от любой точки эллипса до двух точек, называемых фокусами, есть величина постоянная.

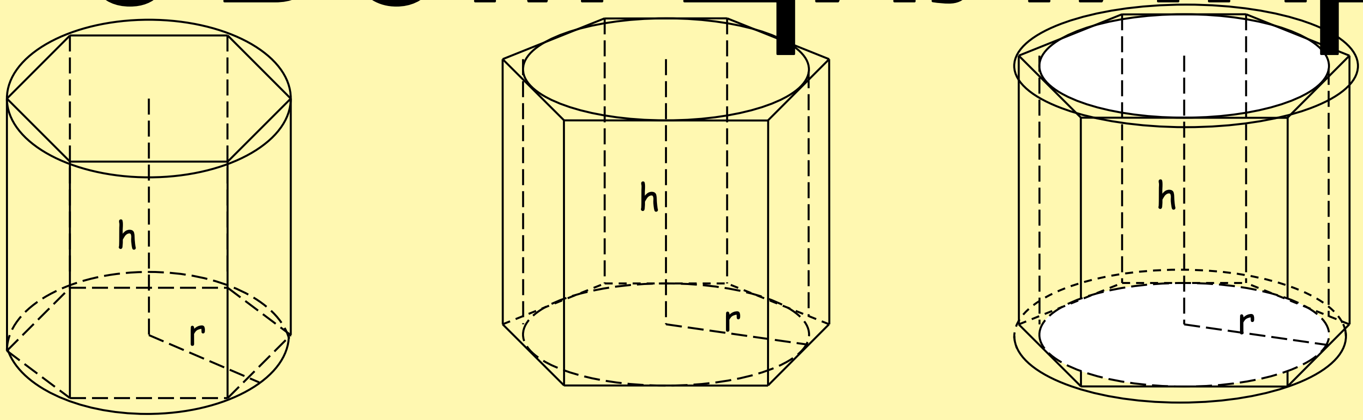
Площадь поверхности прямого цилиндра.



$S_{бок} = 2\pi rh.$

$S_{пол.\ п.} = 2\pi r\ (r + h).$

Объём цилиндра

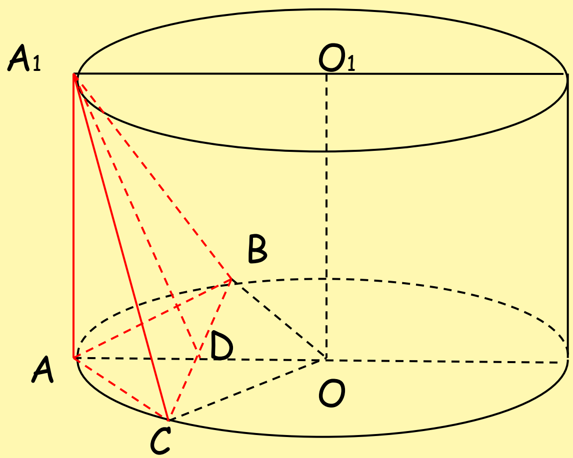


Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

$$V = \pi r^2 h.$$

Решение задач

Высота цилиндра равна H, радиус его основания равен R. В цилиндр помещена пирамида, высота которой совпадает с образующей AA1 цилиндра, а основанием служит равнобедренный треугольник ABC (AB=AC), вписанный в основание цилиндра. Найти площадь боковой поверхности пирамиды, если A = 120°.



Дано: цилиндр с высотой H и радиусом R, вписана пирамида, образующая AA1 – высота пирамиды, ABC р/б, AB=AC, ABC – вписан в основание цилиндра, угол A = 120°.
Найти: Sбок пирамиды.

Решение:
1)Проведем AD ⊥ BC и соединим точки A1 и D. Согласно теореме , имеем A1D⊥ BC. Так как дуга CAB содержит 120° , а дуги AC и AB – по 60° , то BC = R $\sqrt{3}$, AB = R .
2)В Δ ABD имеем AD = R/2 . Далее, из ΔAA1D получим A1D = $\frac{1}{2}\sqrt{R^2+4H^2}$
Следовательно SA1AB = $\frac{1}{2}$ AB · AA1 = $\frac{1}{2}$ RH

SA1BC = $\frac{1}{2}$ BC · A1D = $\frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{R^2+4H^2} = \frac{1}{4} R \sqrt{3R^2+12H^2}$

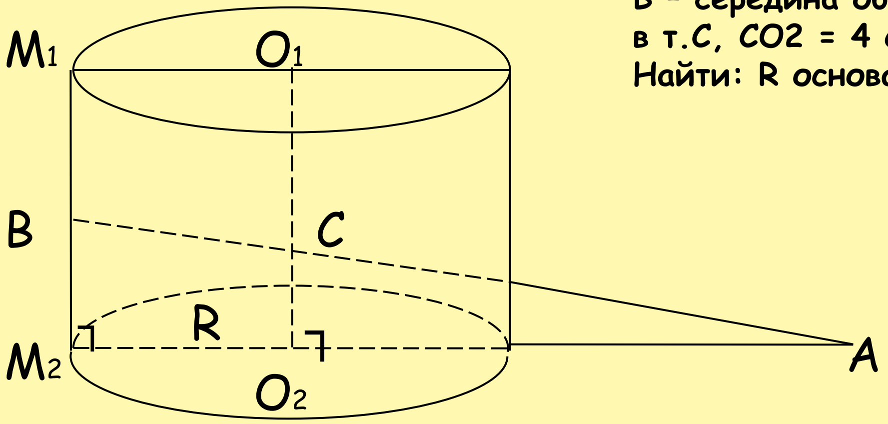
3) Sбок = 2 SA1AB + SA1BC = RH + $\frac{1}{4}$ R $\sqrt{3R^2+12H^2}$ =
= R/4(4H + $\sqrt{3R^2+12H^2}$).

Ответ: R/4(4H + $\sqrt{3R^2+12H^2}$).

Решение задач

Высота цилиндра равна 12 см. Через середину образующей цилиндра проведена прямая, пересекающая ось цилиндра на расстоянии 4 см от нижнего основания. Эта прямая пересекает плоскость, содержащую нижнее основание цилиндра, на расстоянии 18 см от центра нижнего основания. Найдите радиус основания цилиндра.

Дано: цилиндр, высота O1O2 = 12 см,
B – середина образующей M1M2, AB пересекает O1O2 в т.C, CO2 = 4 см, AO2 = 18 см.
Найти: R основания.



Решение:
Проведем плоскость через данную в условии задачи прямую AB и ось цилиндра O_1O_2. Эта плоскость содержит также образующую M_1M_2, в которой пересекается с поверхностью цилиндра. Длина M_1M_2 равна высоте цилиндра, т.е. M_1M_2 = 12см, тогда по условию BM_2 = 6 см. $M_1M_2 \parallel O_1O_2$, значит, $\angle BM_2A = \angle CO_2A = 90°$, еще у треугольников ΔABM_2 и ΔACO_2 общий угол A, и значит они подобны.
Отсюда

$$\frac{CO_2}{BM_2} = \frac{AO_2}{AM_2}, т.е. \frac{4}{6} = \frac{18}{18+R},$$

$$4(18+R) = 6 \cdot 18,$$

$$4R = 36, R = 9.$$

Ответ: 9см

«Цилиндр»

Автор: Разина Анна
ученица 11 «В» класса.
Руководитель: Самсонова Мария Николаевна
учитель математики.