


Проект
«Математика в профессии
«Повар, кондитер»



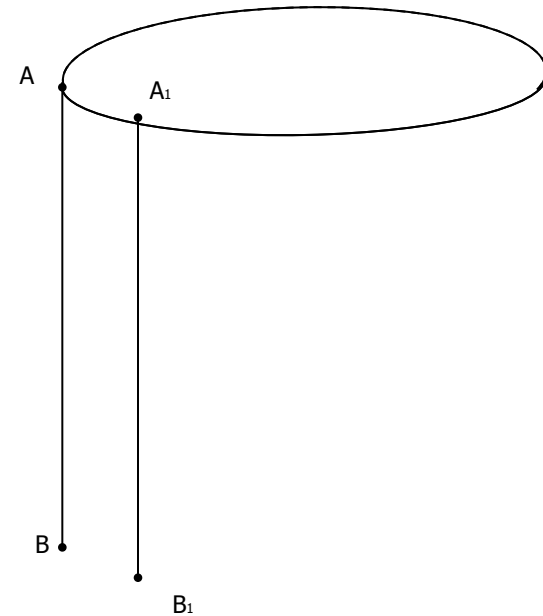
Автор: преподаватель

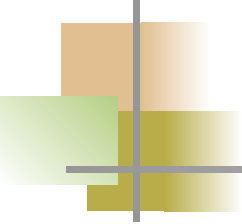
ГОУ СПО ПК № 33

Симоненко Е.Е.

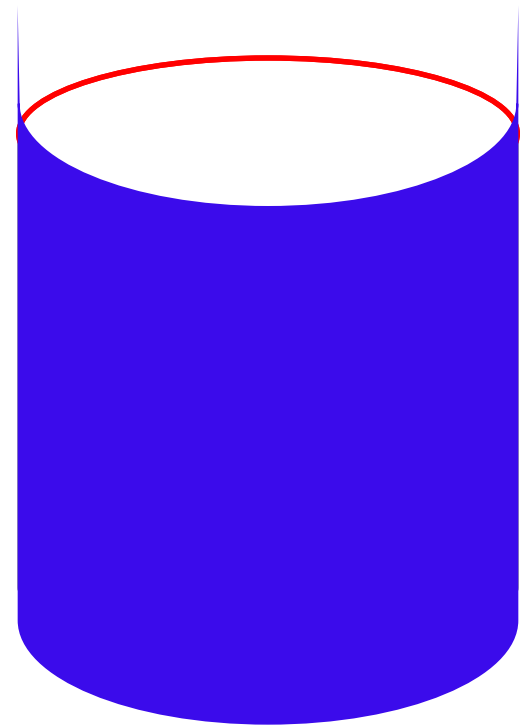
Цилиндр

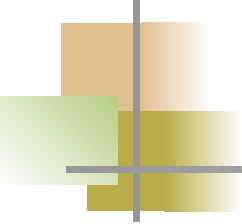
Цилиндром называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов



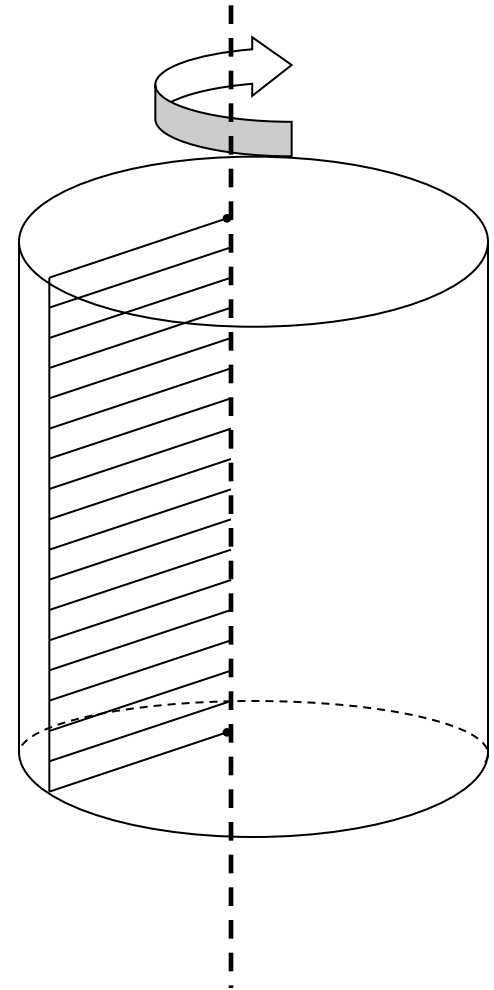


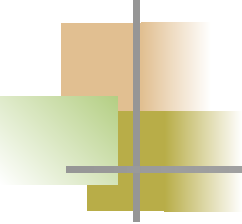
Поверхность
цилиндра состоит
из оснований
цилиндра – двух
равных кругов,
лежащих в
параллельных
плоскостях, и
боковой
поверхности.



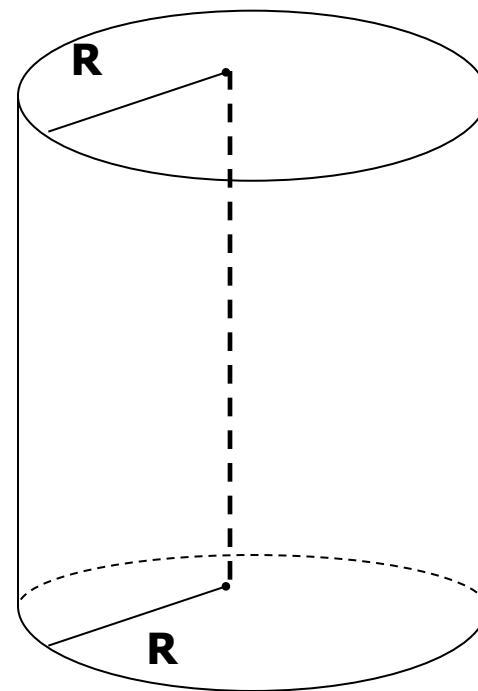


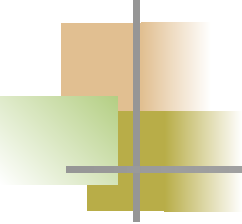
Цилиндр называется **прямым**, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований. **Прямой** цилиндр можно рассматривать как тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг своей оси



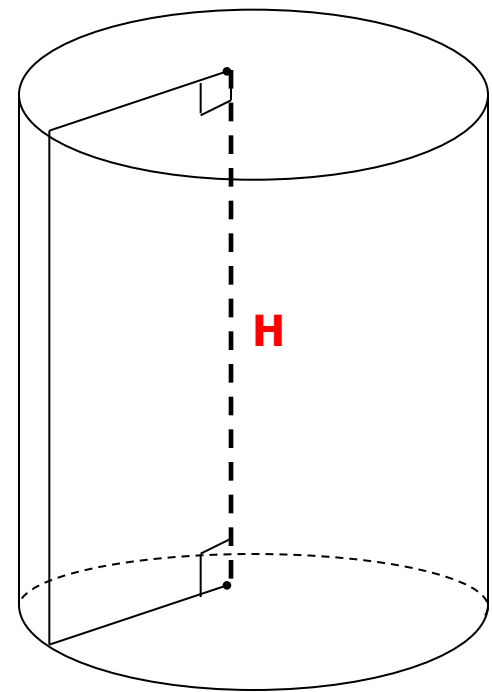


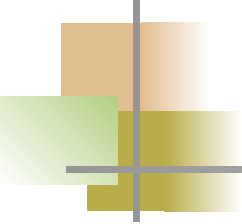
Радиусом цилиндра
называется радиус
его основания



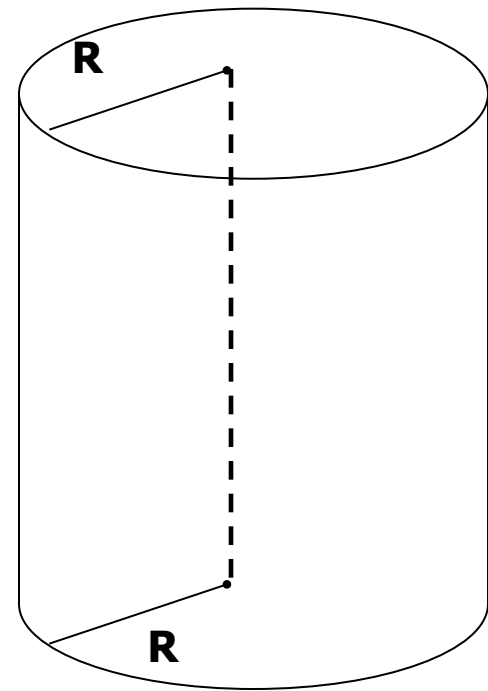


Высотой цилиндра
называется
расстояние между
плоскостями
оснований





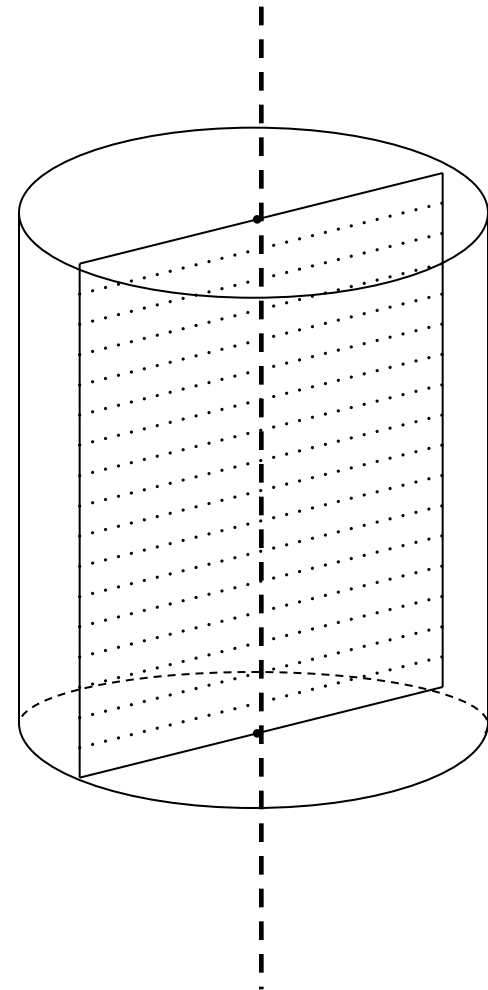
Осью цилиндра
называется прямая,
проходящая через
центры оснований.
Она параллельна
образующим.

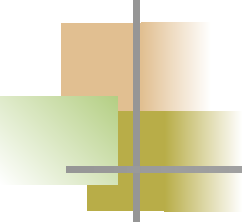




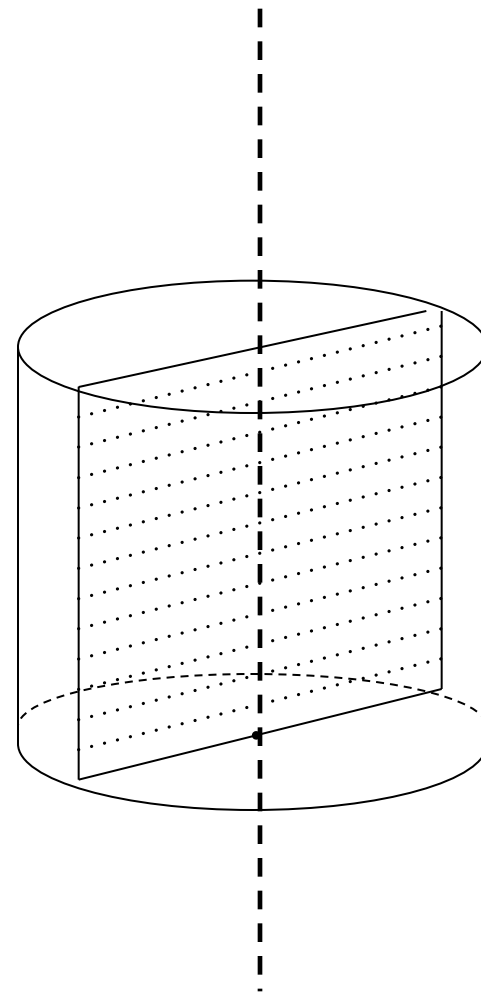
Сечение цилиндра

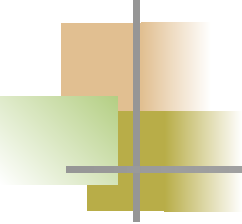
плоскостью,
проходящей через ось
цилиндра, называется
осевым сечением



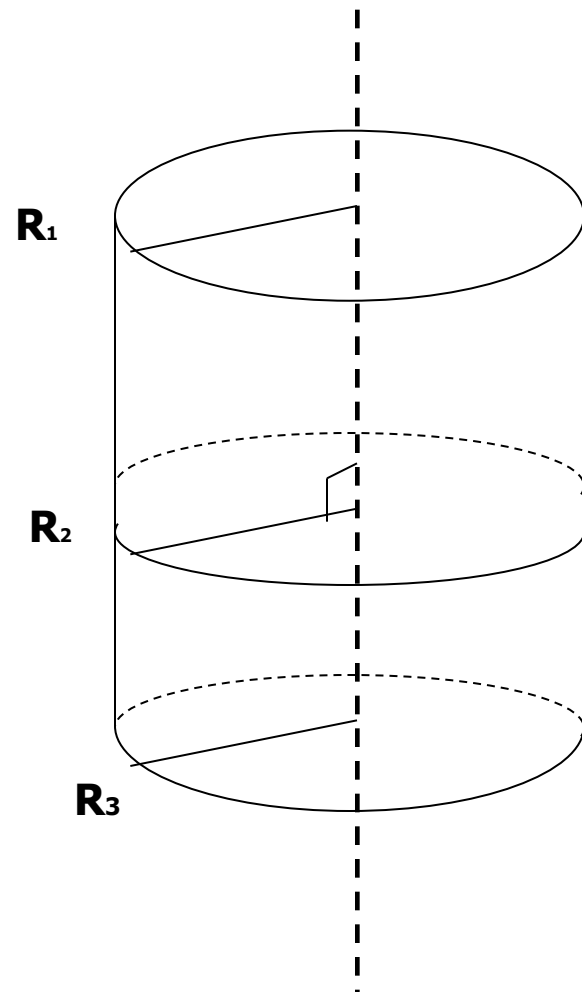


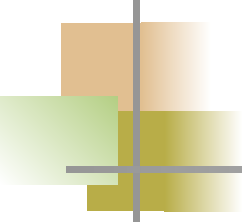
Цилиндр, осевое сечение, которого-
квадрат называется
равносторонним



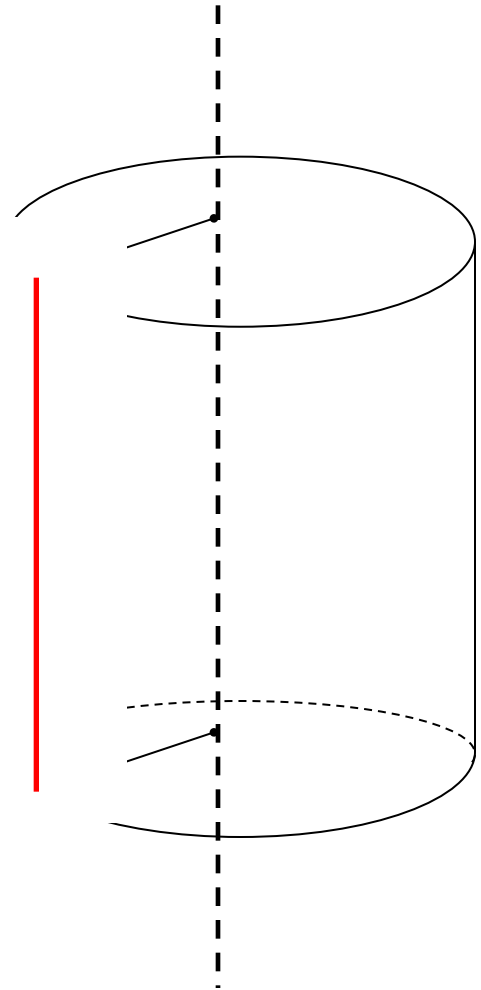


Плоскость,
перпендикулярная
оси цилиндра,
пересекает его
боковую
поверхность по
окружности, ,
равной окружности
его основания.





Плоскость, проходящая
через образующую
цилиндра и
перпендикулярна
осевому сечению,
проведённому через эту
образующую,
называется **касательной
плоскости цилиндра**

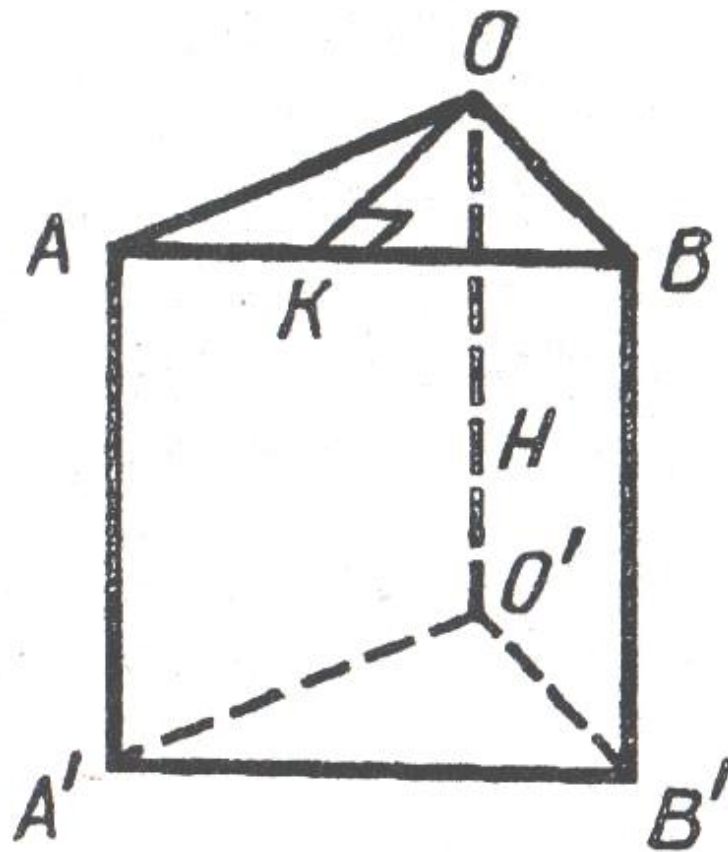
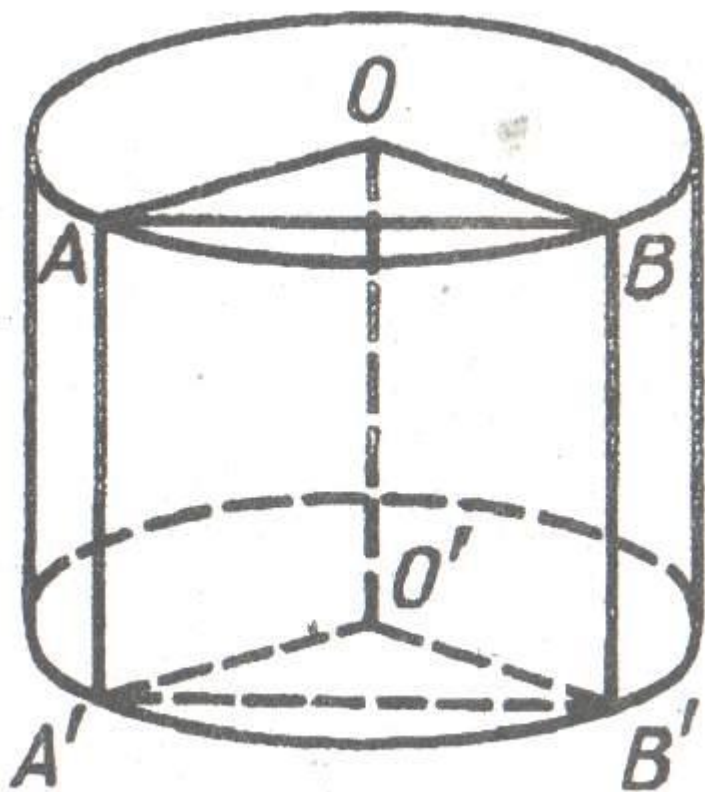




Задача № 1

Высота цилиндра 8 м, радиус основания 5 м. Цилиндр пересечен плоскостью так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси.

Решение:





1) Сечение $ABB'A'$ - квадрат

2) Фигура $OABO'A' B'$ - прямая треугольная призма, в которой боковые ребра равны по 8 м, стороны $OA=OB=R = 5$ м, боковая грань $AA'B' B$ - квадрат.

3) На рисунке призма $AOBA'O'B'$ вынесена из цилиндра.

$OK \perp AB$. Найдем, длину (h) перпендикуляра OK .

4) По условию $AB = A'B' = M' = 8$. В прямоугольном треугольнике AOK катет $AK = 4$. Тогда по теореме Пифагора

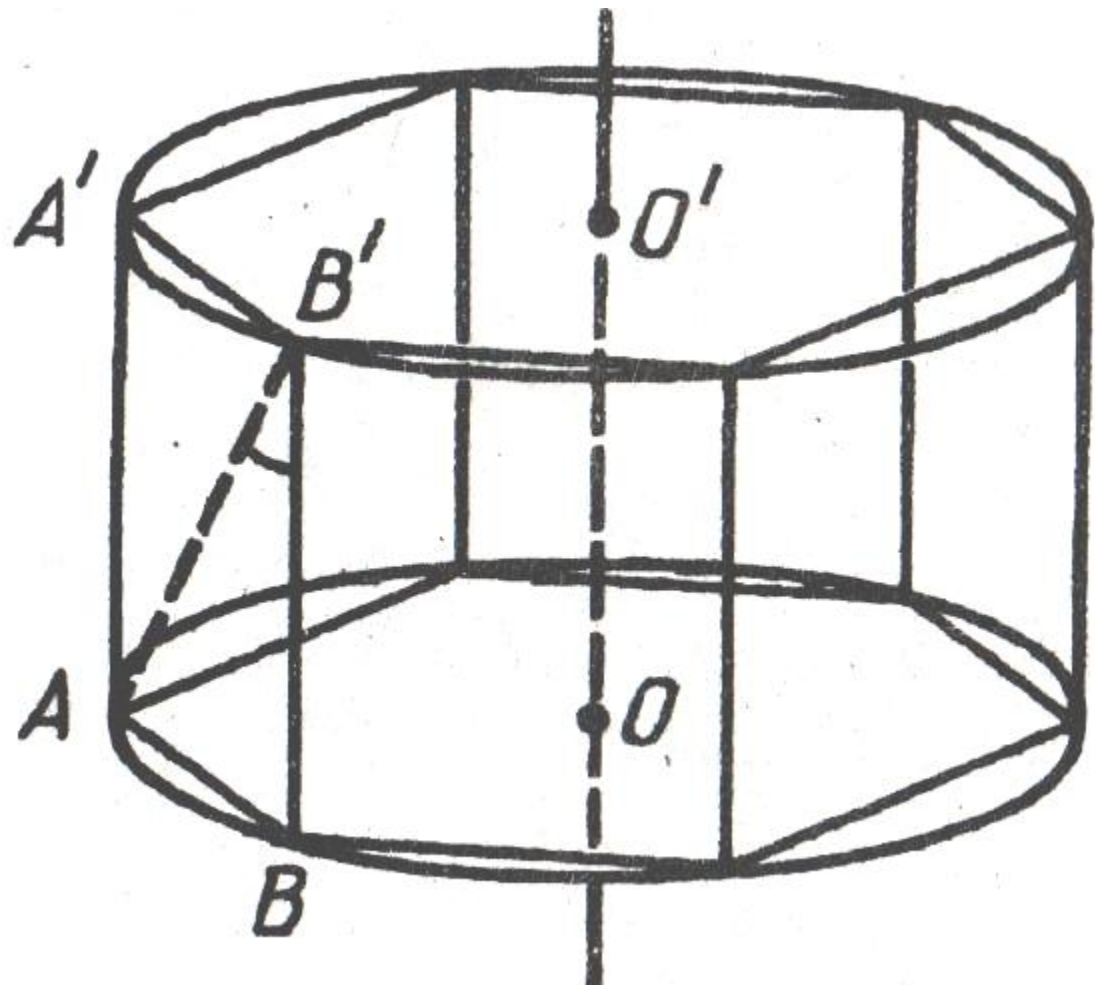
$$h = OK = \sqrt{AO^2 - AK^2} = \sqrt{25 - 16} = 3 \text{ м.}$$

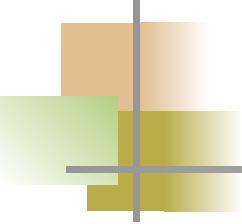


Задача № 2

В цилиндр вписана правильная шестиугольная призма. Найдите угол между диагональю ее боковой грани и осью цилиндра, если радиус основания равен высоте цилиндра.

Решение:



- 
1. Боковые грани призмы - квадраты, так как сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна радиусу
 2. Ребра призмы параллельны оси цилиндра поэтому, угол между диагональю грани и осью цилиндра равен углу между диагональю и боковым ребром.
 3. Так как грань призмы $AA'B'B$ – квадрат, то этот угол равен 45°

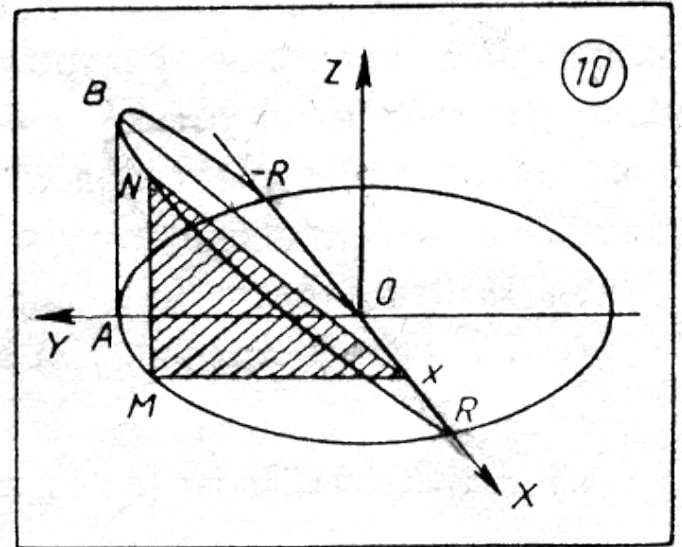
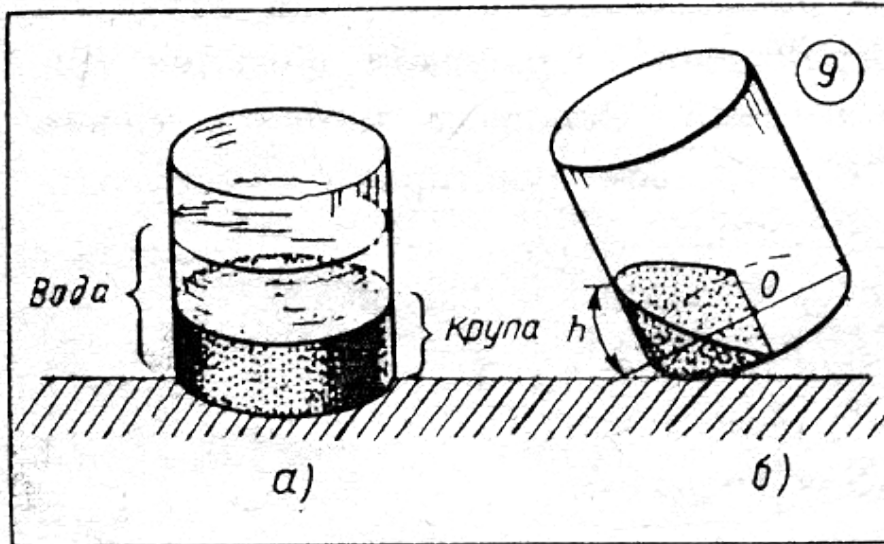



Задача № 3

Сергея насыпал в цилиндрическую кастрюлю немного пшена и спросил соседку тетю Ляду: «Сколько нужно налить воды чтобы получилась вкусная каша? –«Это очень просто, - ответила соседка. - Наклони кастрюлю, постучи, чтобы крупа пересыпалась и закрыла ровно половину дна. Теперь заметь точку на стенке кастрюли у края, до которого поднялась крупа, зажми ее пальцем. До этого уровня надо налить воду!»- «Так ведь пшена можно насыпать побольше или поменьше, да и кастрюли бывают разные- широкие, узкие»,- усомнился Сергей. «Все равно, мой способ годиться в любом случае»,- гордо ответила соседка.

Докажите, что соседка права : отношение объемов воды и крупы по ее рецепту для любой цилиндрической кастрюли получается одинаковым. Найдите это отношение.

Решение:





На рисунке слева изображена стоящая кастрюля, а на рисунке справа- кастрюля, наклоненная так ,как советовала соседка. Поместим исследуемую модель в систему координат, чтобы основание цилиндра (кастрюли) лежало в плоскости XOY , а центр основания O стал началом координат. Через точку x на оси OX строим сечение тела(т.е. горки из крупы внутри кастрюли) плоскостью, перпендикулярной оси OX и параллельной оси OY

$$\triangle MNX \sim ABO \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{MX}{AO}, \text{ т.е.}$$

$$\frac{MN}{h} = \frac{y}{R} \text{ и } MN = \frac{hy}{R}.$$

$$\text{Зн. } S_{MNX} = \frac{1}{2} MN \cdot MX = \frac{hy^2}{2R}$$

т.к. $M \in \text{Окр.}(R)$ и $M(x; y)$, получаем

$$x^2 + y^2 = R^2, \text{ т.е. } y^2 = R^2 - x^2.$$

$$\text{Тогда } S_x = S_{MNX} = \frac{h(R^2 - x^2)}{2R} \Rightarrow$$

$$V_{\text{кр.}} = 2 \int_0^R \frac{h(R^2 - x^2)}{2R} dx = \frac{2}{3} hR^2$$

$$\text{НО } V_B = V_{\text{ц}} - V_{\text{кр.}} = \pi R^2 h - \frac{2}{3} R^2 h = \frac{R^2 h}{3} (3\pi - 2)$$

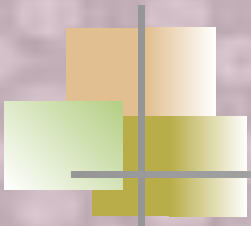
$$\text{Значит } \frac{V_B}{V_{\text{кр.}}} = \frac{3\pi - 2}{2} - 1$$

Эта величина не зависит от размеров цилиндра(кастрюли)

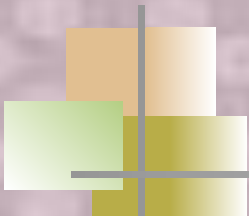


Цилиндры

в моей профессии









КОНЕЦ

