

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для
подготовки к ЕГЭ

Угол между двумя прямыми

10 – 11 классы

Учитель математики
ГБОУ гимназии №1 города
Похвистнево
Самарской области
Антонова Галина Васильевна

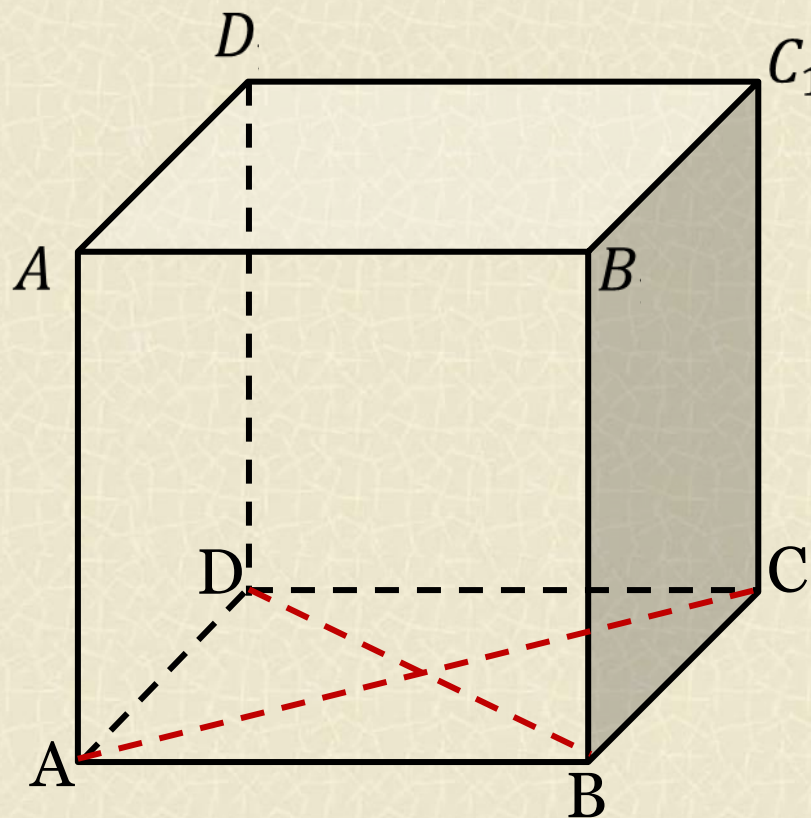
ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ



**В презентации
использована книга
Э.Н.Балаян
«Геометрия: задачи
на готовых
чертежах для
подготовки к ЕГЭ:
10 – 11 классы»**

Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 1

В единичном кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми AC и BD .

Решение:

$ABCD$ – квадрат \Rightarrow
 $AC \perp BD$

Ответ: 90° .

Угол между двумя прямыми. Куб

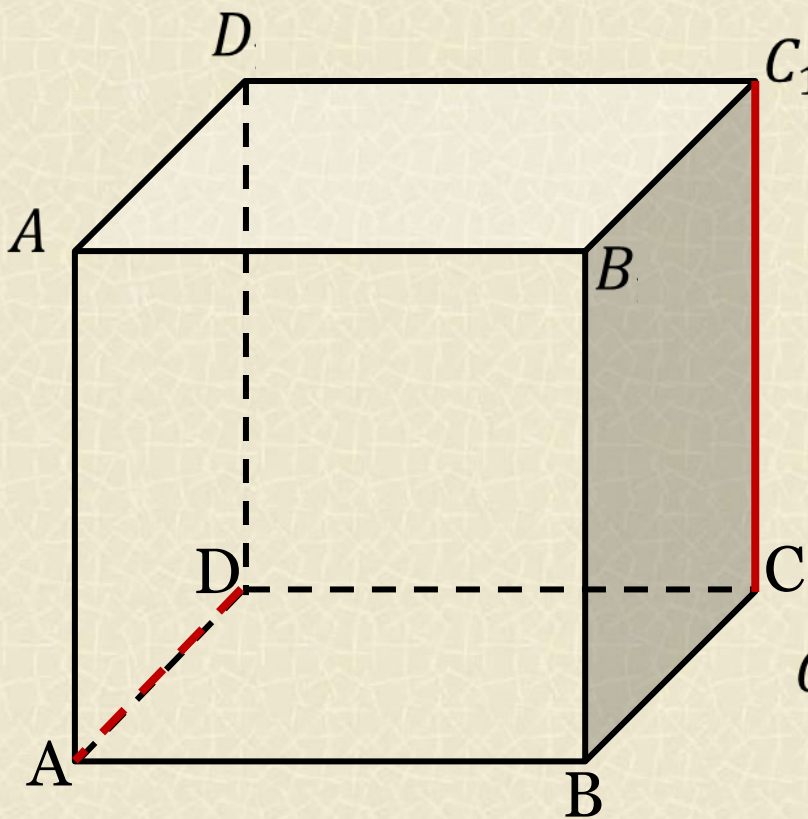
Задача 2

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми CC_1 и AD .

Решение:

$$CC_1 \perp (ABCD) \Rightarrow CC_1 \perp AD$$

Ответ: 90° .



Угол между двумя прямыми. Куб

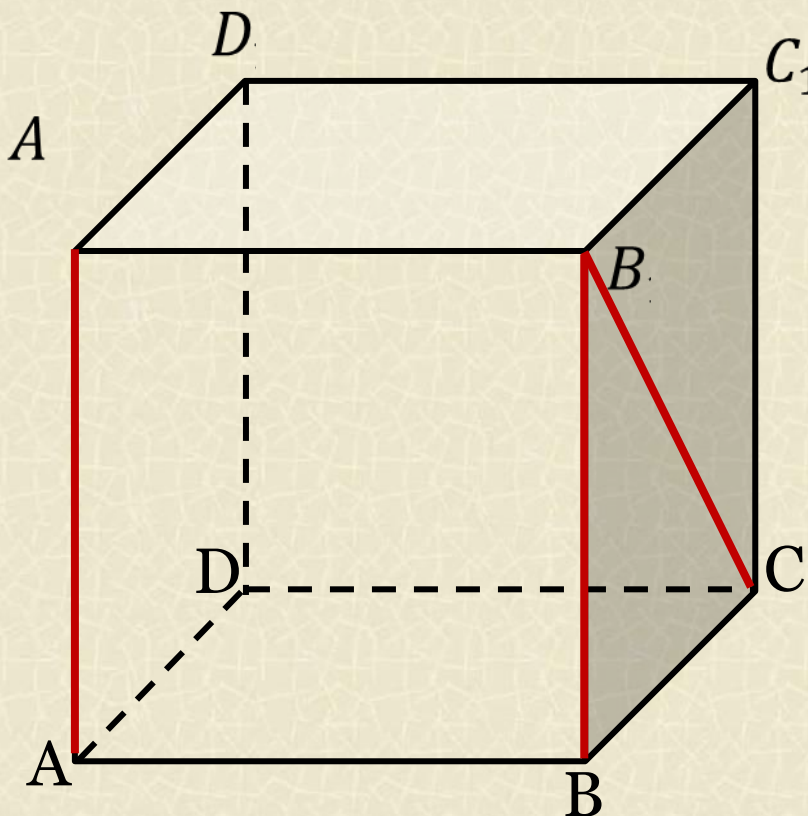
Задача 3

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми AA_1 и $B_1 C$.

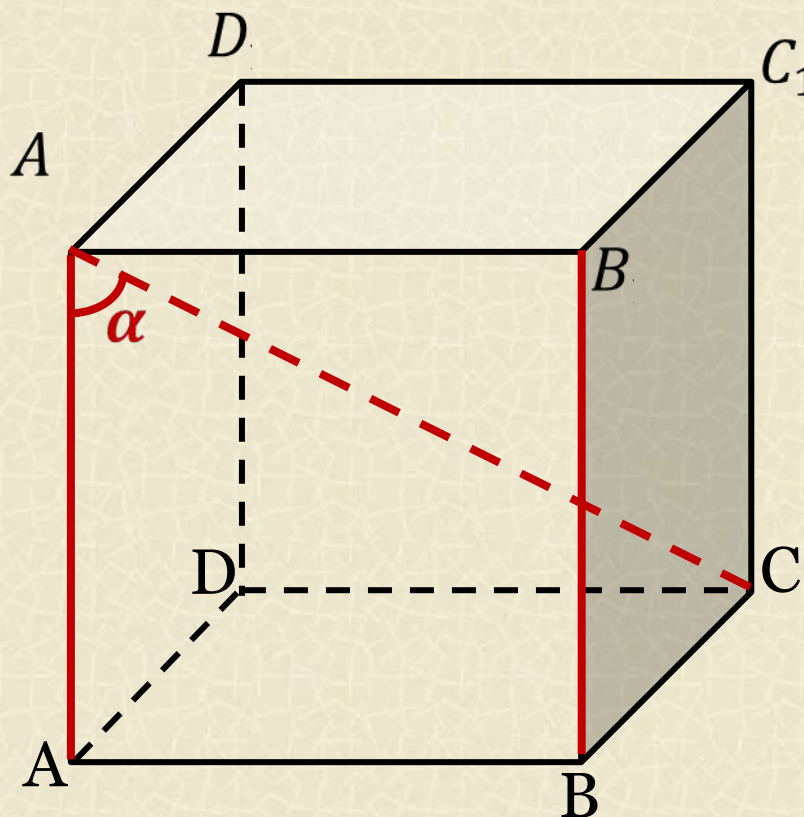
Решение:

$$\begin{aligned} AA_1 \parallel BB_1 &\Rightarrow \\ \angle(AA_1; B_1 C) &= \angle(BB_1; B_1 C) \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 45° .



Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 4

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми BB_1 и $A_1 C$.

Решение:

$$BB_1 \parallel AA_1 \Rightarrow \angle(BB_1, A_1 C) = \angle(AA_1; A_1 C);$$

$$\cos \alpha = \frac{AA_1}{A_1 C} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ответ: $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Угол между двумя прямыми. Куб

Задача 5

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми $A_1 C$ и DC_1 .

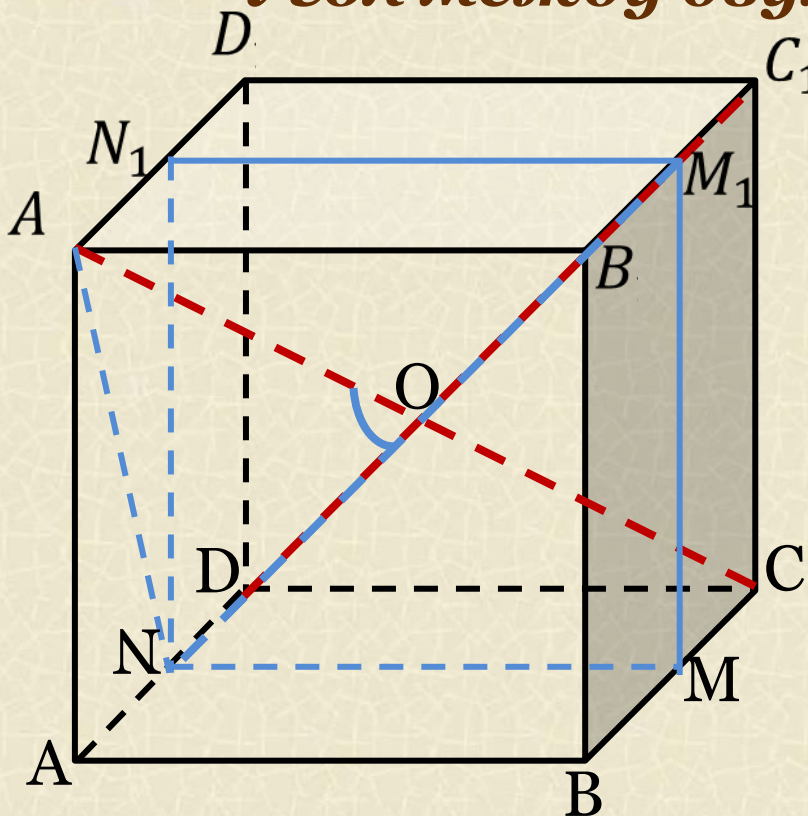
Решение:

Проведём через середину AD $(NMM_1N_1) \parallel (DCC_1D_1)$,
 $NM_1 \parallel DC_1 \Rightarrow$ искомый угол - $\angle A_1 ON$

$A_1 O = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $NO = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $A_1 N = \frac{\sqrt{5}}{2}$; по Т., обратной теореме

Пифагора $A_1 N^2 = A_1 O^2 + NO^2$, поэтому $\angle A_1 ON = 90^\circ$.

Ответ: 90° .



Угол между двумя прямыми. Куб

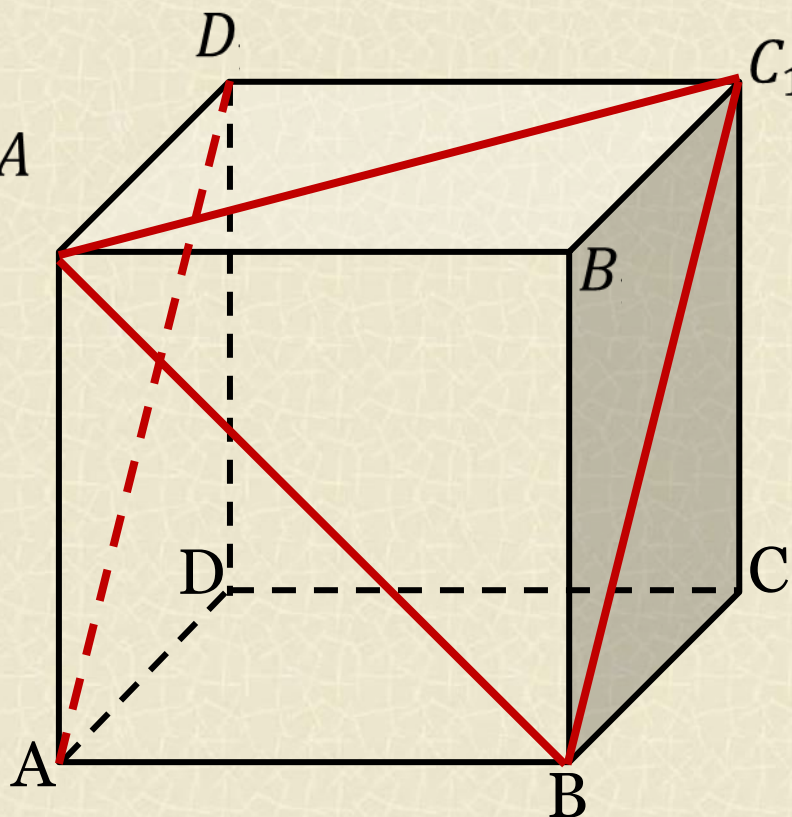
Задача 6

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми AD_1 и $A_1 B$.

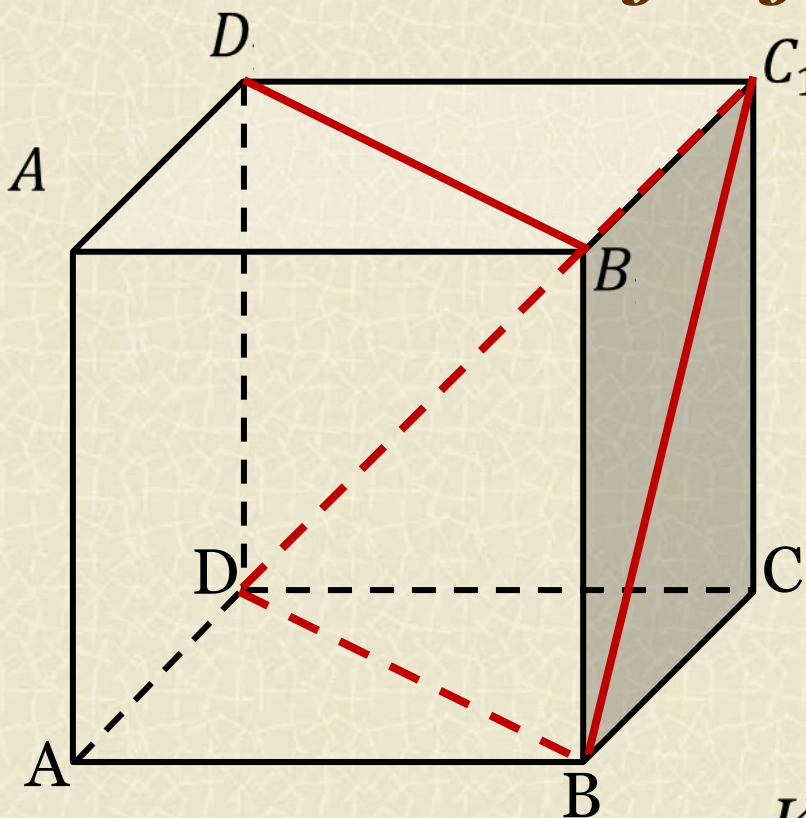
Решение:

$$\begin{aligned} AD_1 \parallel BC_1 &\Rightarrow \\ \angle(AD_1, A_1 B) &= \\ \angle(BC_1, A_1 B) &= 60^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 60° .



Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 7

В единичном кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми DC_1 и D_1B_1 .

Решение:

$$D_1B_1 \parallel DB \Rightarrow \angle(DC_1, D_1B_1) = \angle(DC_1, DB)$$

Искомый угол находим в равностороннем $\triangle DBC_1$

Ответ: 60° .

Угол между двумя прямыми. Куб

Задача 8

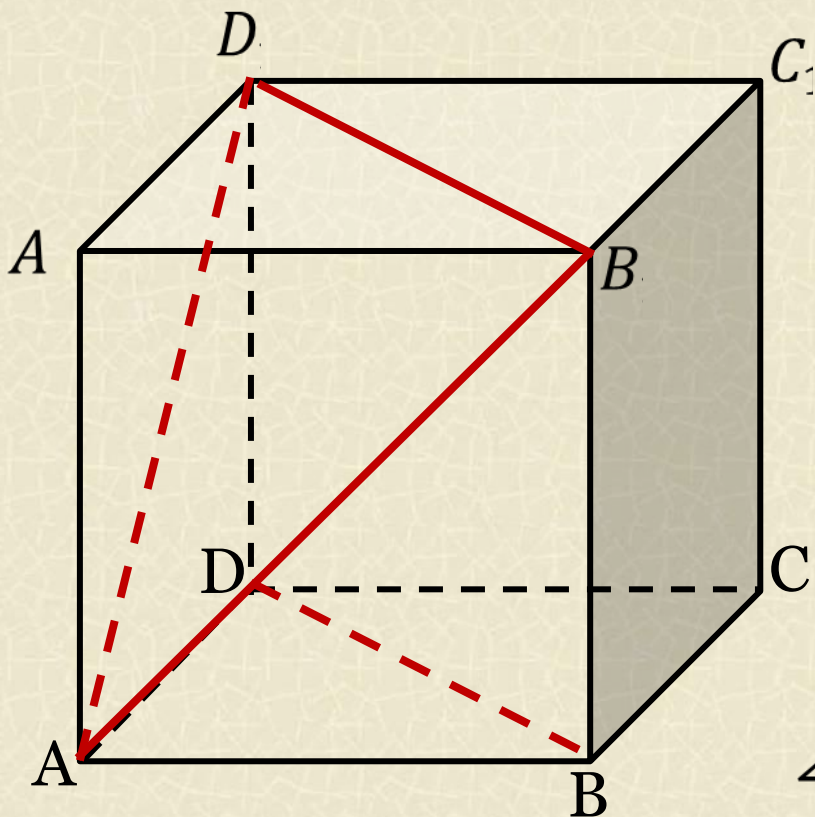
В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми AD_1 и BD .

Решение:

$$BD \parallel B_1 D_1 \Rightarrow \angle(AD_1, BD) = \angle(AD_1, D_1 B_1)$$

$\angle AD_1 B_1 = 60^\circ$ (как угол правильного треугольника)

Ответ: 60° .



Угол между двумя прямыми. Куб

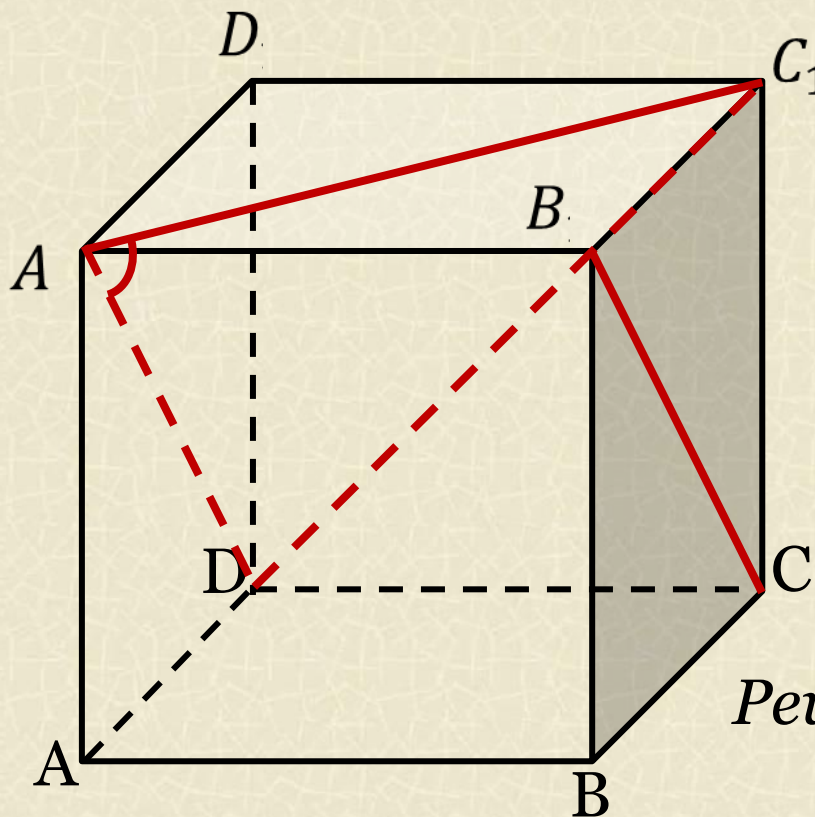
Задача 9

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми $A_1 C_1$ и $B_1 C$.

Решение:

Решение аналогично решению задач № 7 – 8

Ответ: 60° .



Угол между двумя прямыми. Куб

Задача 10

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми $A_1 C$ и AD .

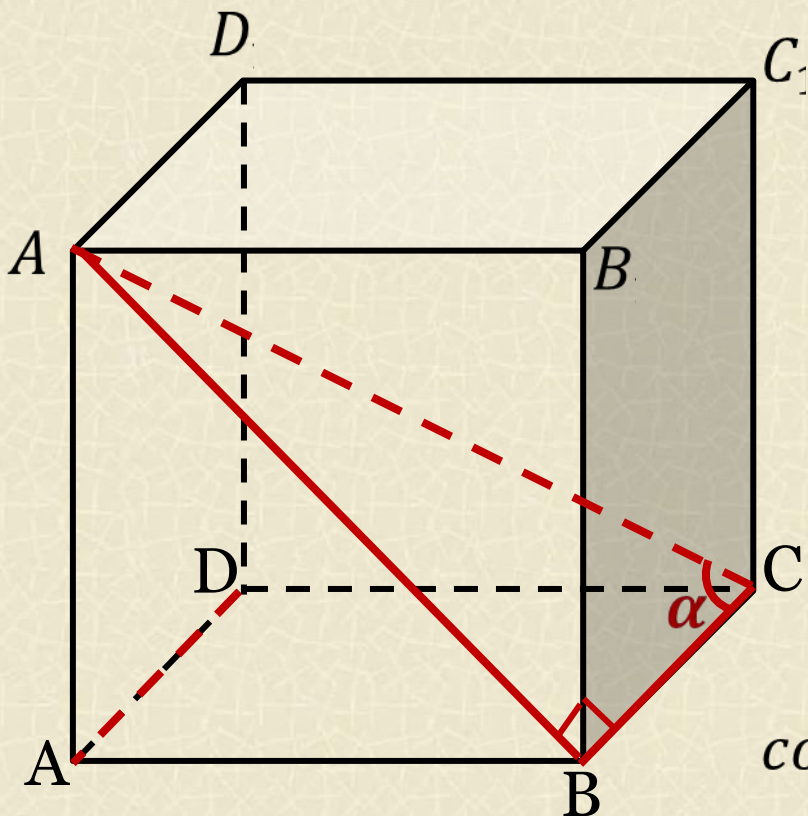
Решение:

$$AD \parallel BC \Rightarrow \angle(A_1 C; AD) = \angle(A_1 C; BC) = \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{BC}{A_1 C} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$.



Угол между двумя прямыми. Куб

Задача 11

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми $A_1 B$ и AC .

Решение:

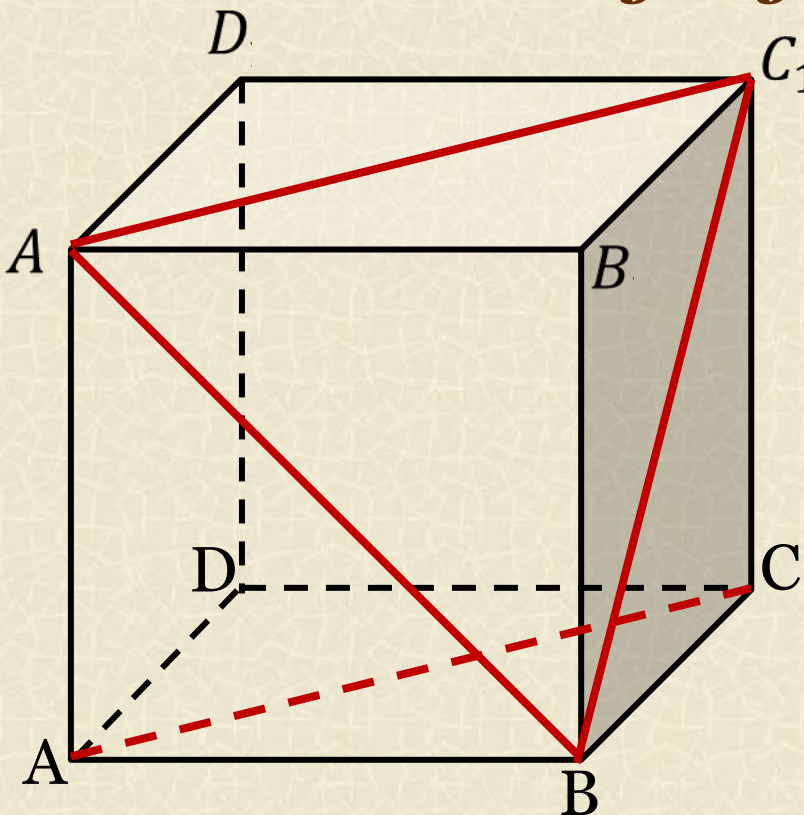
$$A_1 C_1 \parallel AC, \Rightarrow$$

$$\angle(A_1 B; AC) = \angle(A_1 B; A_1 C_1)$$

$\Delta A_1 C_1 B$ - равносторонний \Rightarrow

$$\angle(A_1 B; A_1 C_1) = 60^\circ.$$

Ответ: 60° .



Угол между двумя прямыми. Куб

Задача 12

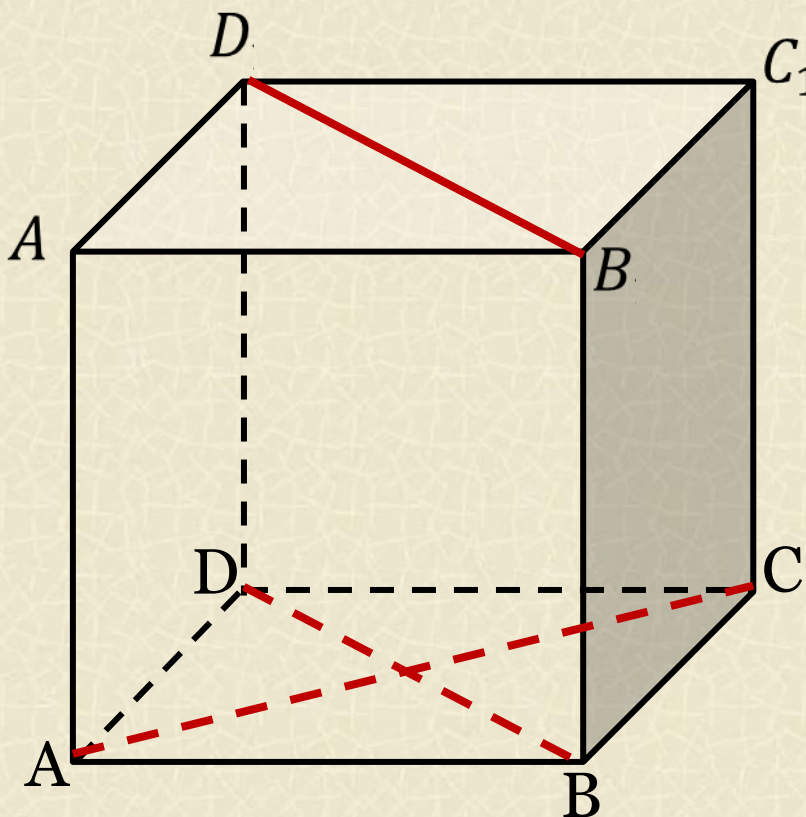
В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми AC и $B_1 D_1$.

Решение:

$$D_1 B_1 \parallel DB \Rightarrow$$

$$\angle(D_1 B_1; AC) = \angle DB; AC = 90^\circ.$$

Ответ: 90° .



Угол между двумя прямыми. Куб

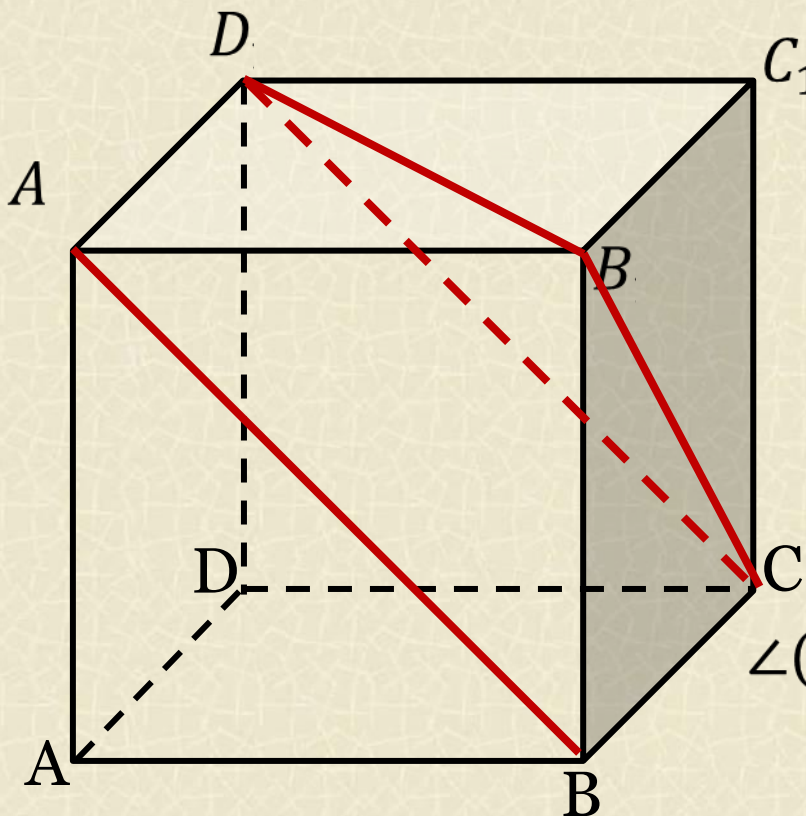
Задача 13

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми $A_1 B$ и CB_1 .

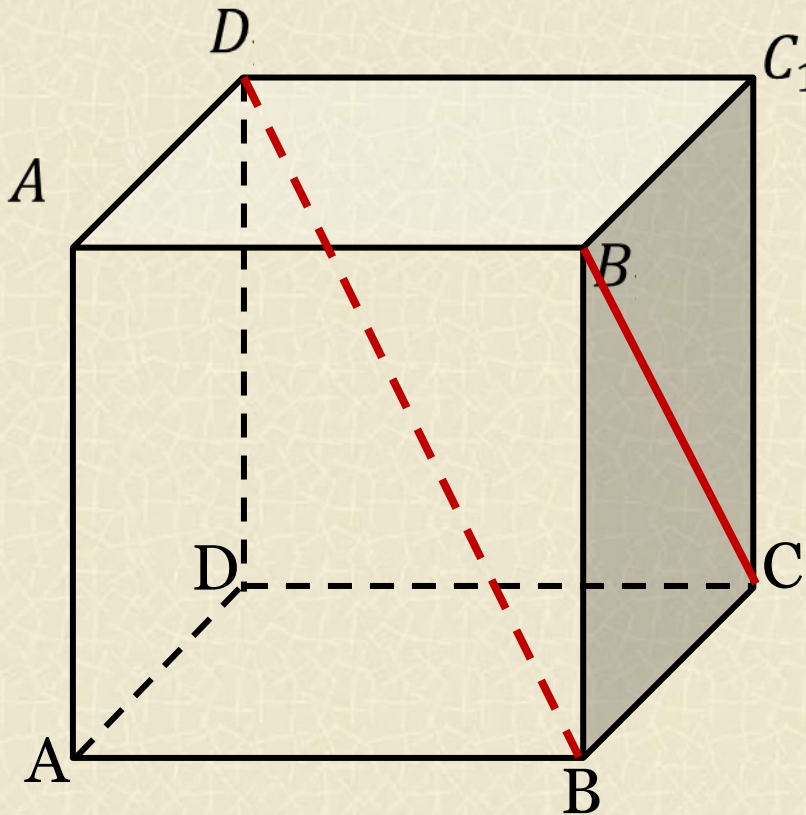
Решение:

$A_1 B \parallel D_1 C \Rightarrow$
 $\angle(A_1 B; CB_1) = \angle DB; CD_1) = 60^\circ$, т.к.
 $\triangle CB_1 D_1$ - равносторонний

Ответ: 60° .



Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 14

В единичном кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми B_1C и BD_1 .

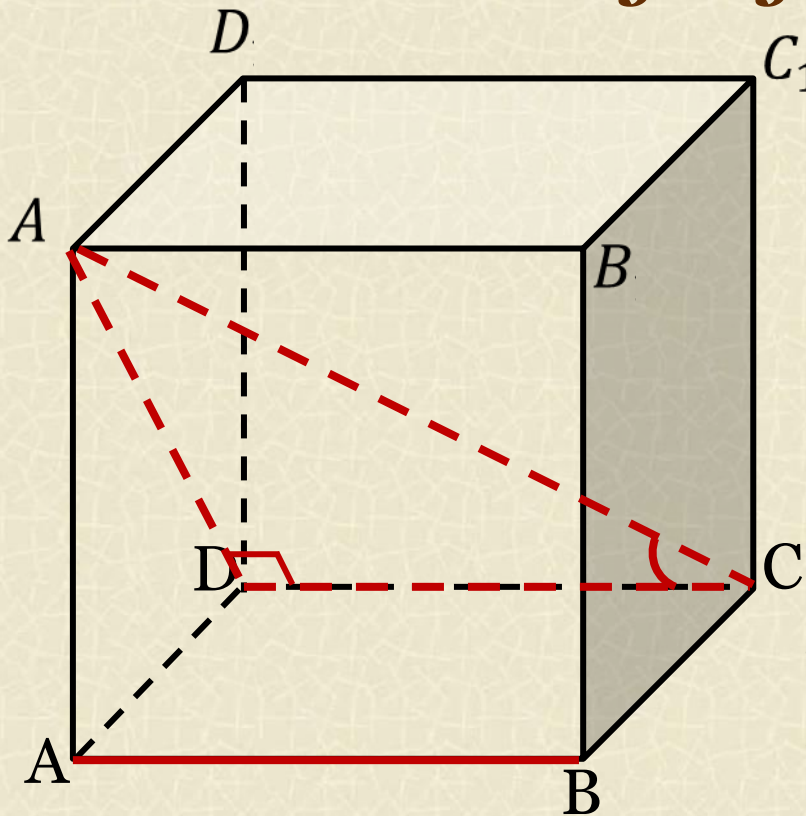
Решение:

Решение задачи аналогично решению задачи №5 презентации



Ответ: 90° .

Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 15

В единичном кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми AB и CA_1 .

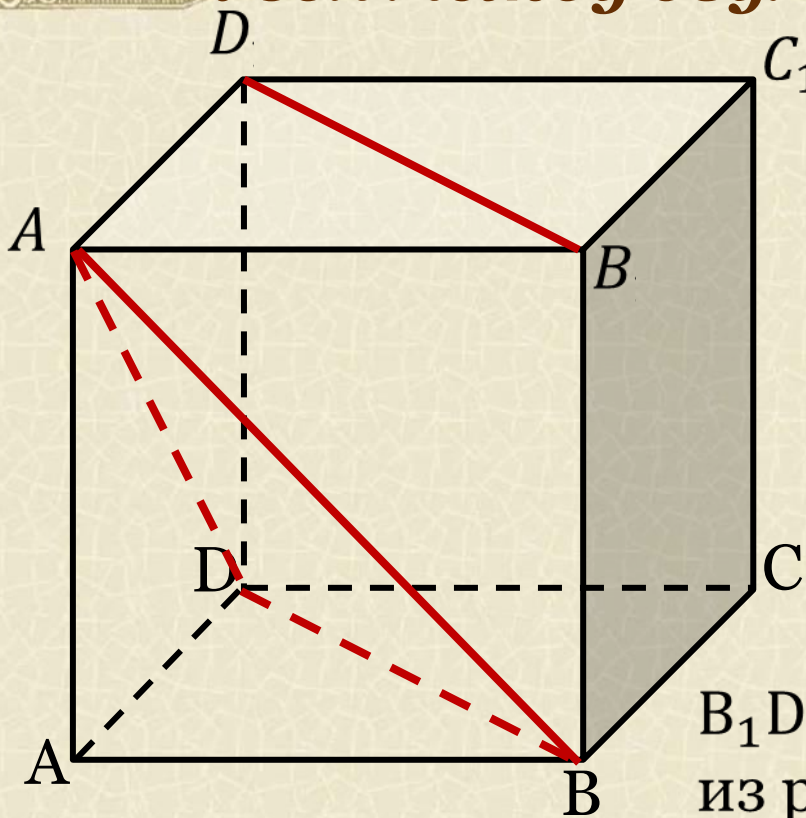
Решение:

$AB \parallel DC \Rightarrow$
 $\angle(AB; CA_1) = \angle DC; CA_1$
 $\angle CDA_1 = 90^\circ$ (по Т. О трёх перпендикулярах)

$$\cos \angle DCA_1 = \frac{CD}{CA_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 16

В единичном кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми BA_1 и B_1D_1 .

Решение:

$B_1D_1 \parallel BD$, искомый угол найдём из равностороннего $\triangle BDA_1$.

Ответ: 60° .

Угол между двумя прямыми. Куб

Задача 17

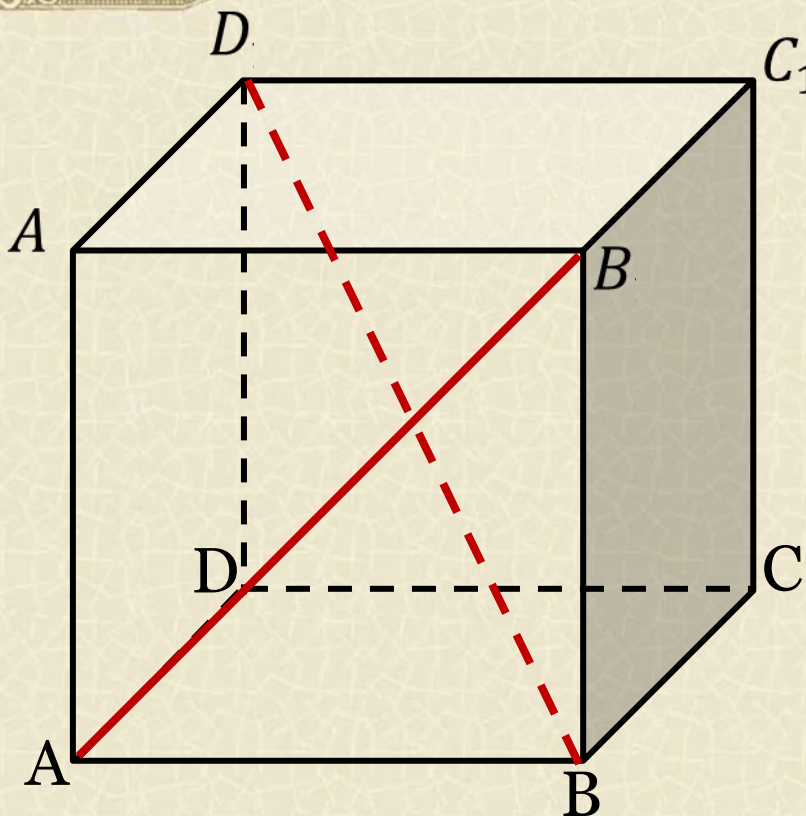
В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми AB_1 и BD_1 .

Решение:

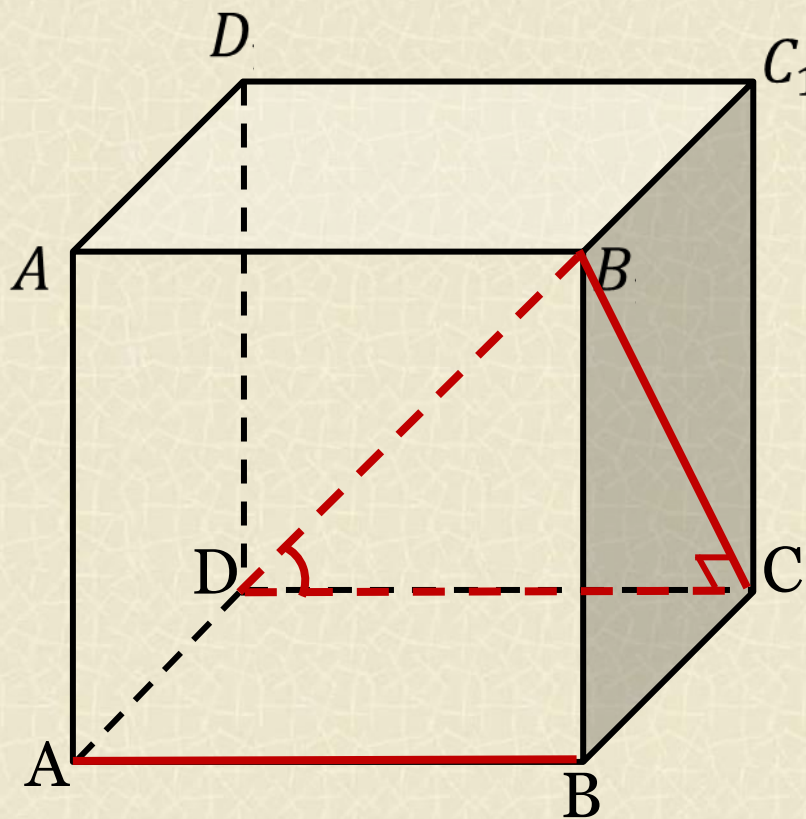
Решение задачи аналогично решению задачи №5 презентации



Ответ: 90° .



Угол между двумя прямыми. Куб



Задача 18

В единичном кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми AB и DB_1 .

Решение:

$$DC \parallel AB \Rightarrow \angle(AB; DB_1) = \angle(DC; DB_1)$$

$$\operatorname{tg} B_1DC = \frac{B_1C}{DC} = \sqrt{2}$$

Ответ: $\arctg \sqrt{2}$.

- 1. Источник шаблона: Ранько Елена Алексеевна, учитель начальных классов МАОУ лицей №21 г. Иваново, Сайт: <http://elenaranko.ucoz.ru/>**
- 2. Геометрия: задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ: 10 – 11 классы / Э.Н.Балаян. – Ростов н/Д: Феникс, 2013. – 217 с. : ил. – (Большая перемена).**

Интернет – ресурсы:

<http://www.bg2001.ru/upload/iblock/616/4034-7.jpg>

грамота (для создания рамки)

<http://lenagold.narod.ru/fon/clipart/s/svit/svitolk101.png>

перо, чернильница, бумага

<http://megasklad.ru/data/photos/s194064.jpg>

ручка - 1

http://www.segment.ru/img_hits/4946015_1_small.jpg

ручка - 2