

Муниципальное общеобразовательное учреждение  
средняя общеобразовательная школа №85  
г.о. Тольятти

# *Угол между плоскостями*

Решение задач уровня С.

учитель математики высшей категории  
Баленко Тамара Борисовна

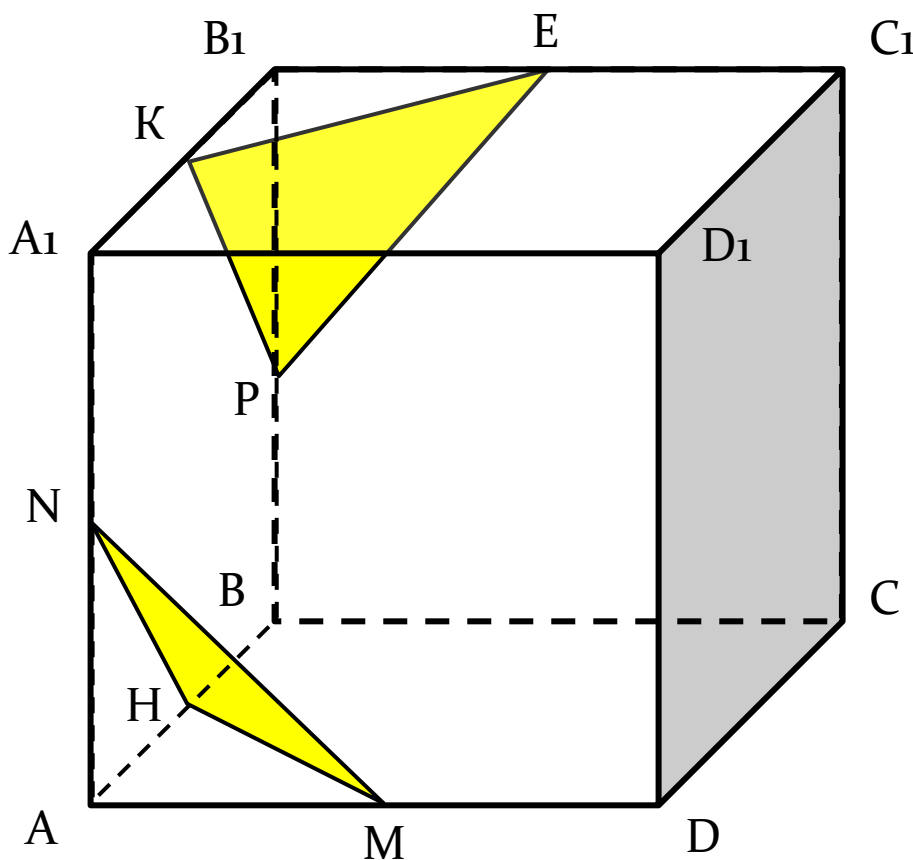
## Нахождение угла между скрещивающимися прямыми и угла между плоскостями

Данная тема актуальна, так как подобные задачи требуют развитого абстрактного мышления. Задачи, представленные ниже, чаще всего вызывают затруднения при решении у учащихся. Наглядное решение позволяет лучше усвоить приемы решения таких задач.

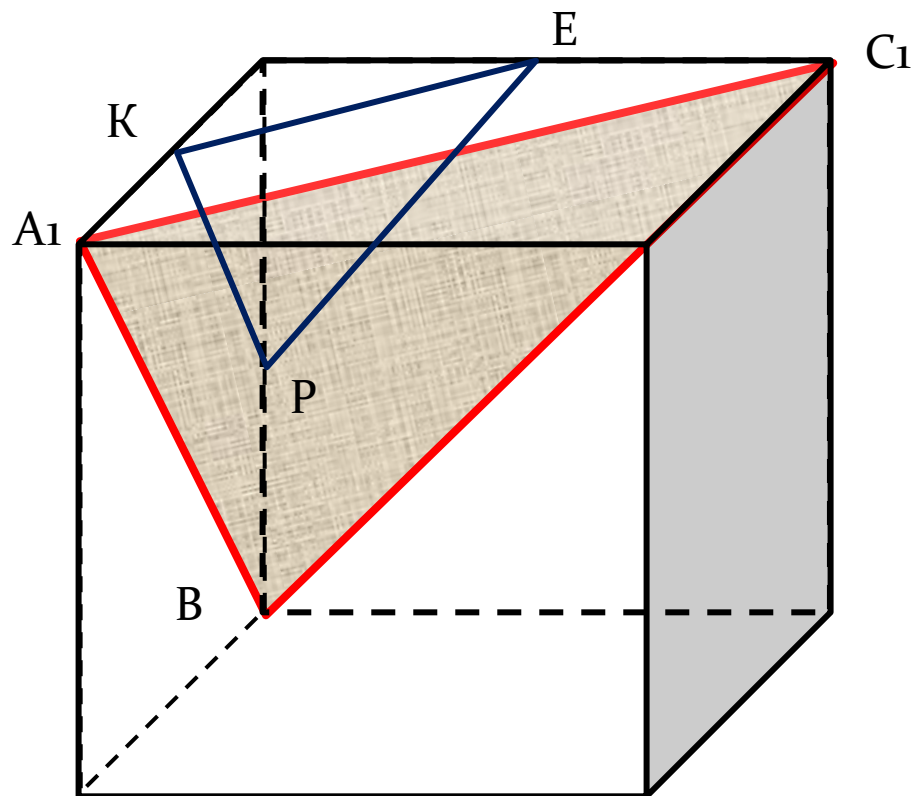
# Аргументы

- 1. Определение куба.
- 2. Определение правильной призмы.
- 3. Свойства правильной призмы.
- 4. Свойство средней линии треугольника.
- 5. Признак параллельности плоскостей.
- 6. Определение угла между плоскостями.
- 7. Линейный угол двугранного угла.
- 8. Теорема Пифагора.
- 9. Теорема косинусов.

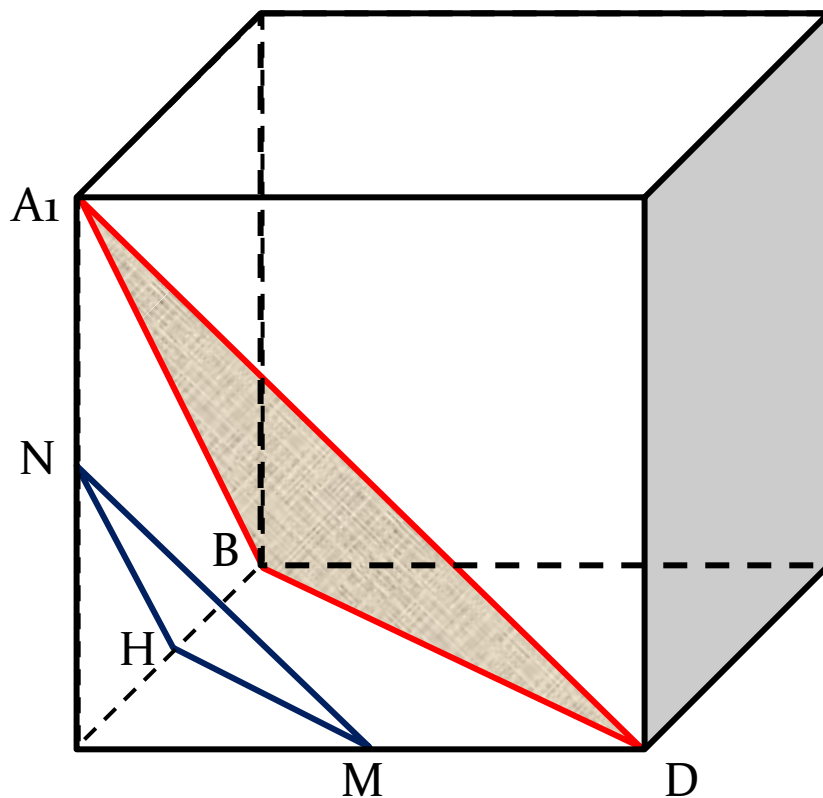
**Задача.** В кубе найти косинус угла между плоскостями  $KEP$  и  $NMH$ , где  $K, E, P, N, H, M$  – середины ребер  $A_1B_1, B_1C_1, BB_1, AA_1, AB, AD$ .



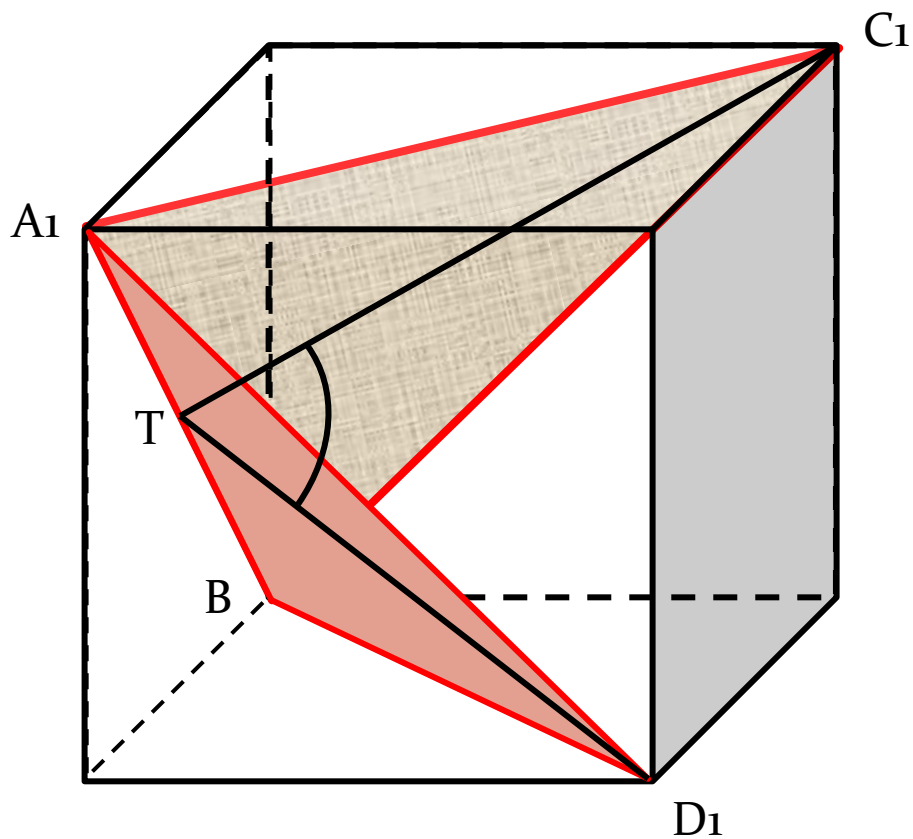
Плоскость  $A_1B_1C_1$  параллельна плоскости  $KPE$ .



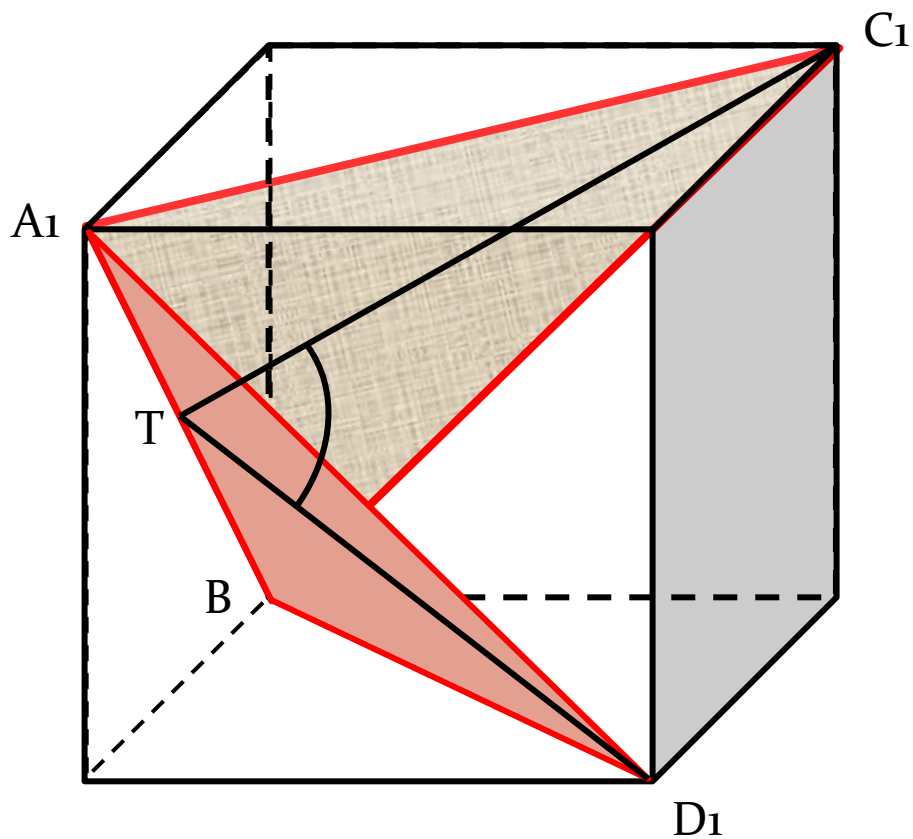
Плоскость  $A_1BD$  параллельна плоскости  $NHM$ .



$A_1B_1C_1$  пересекается с  $A_1B_1D_1$  по прямой  $A_1B_1$ .

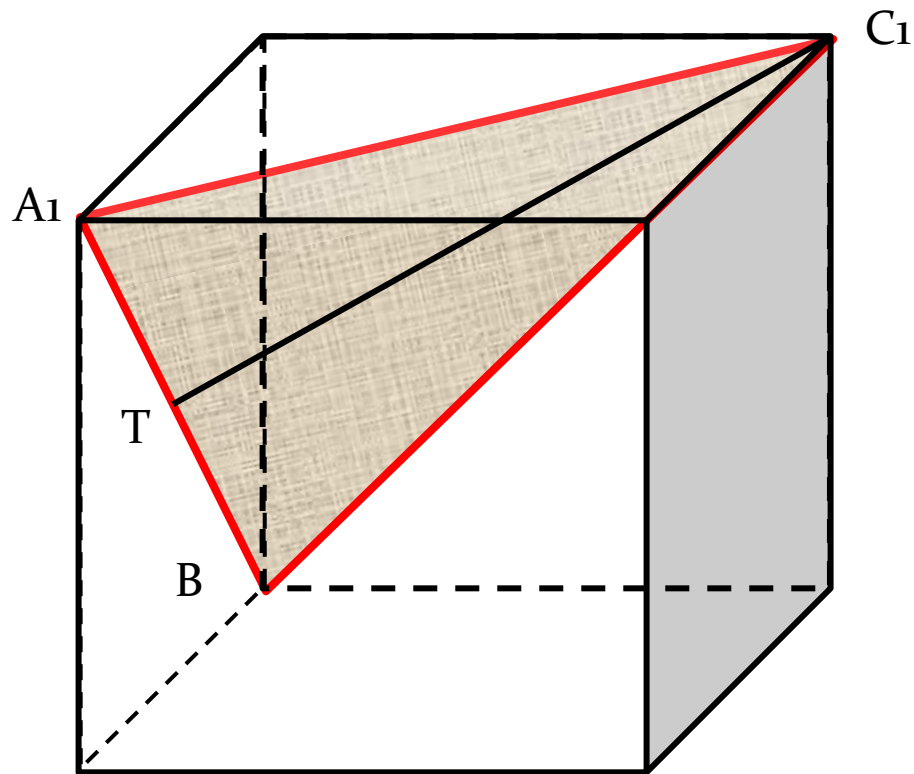


Найдем линейный угол двугранного угла  $C_1A_1BD_1$ .

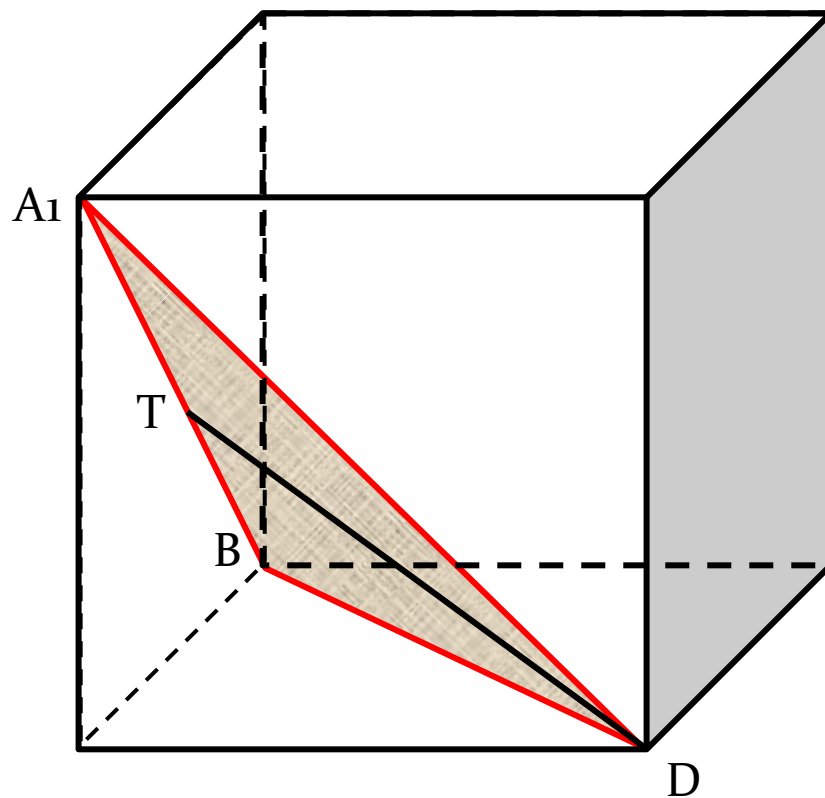




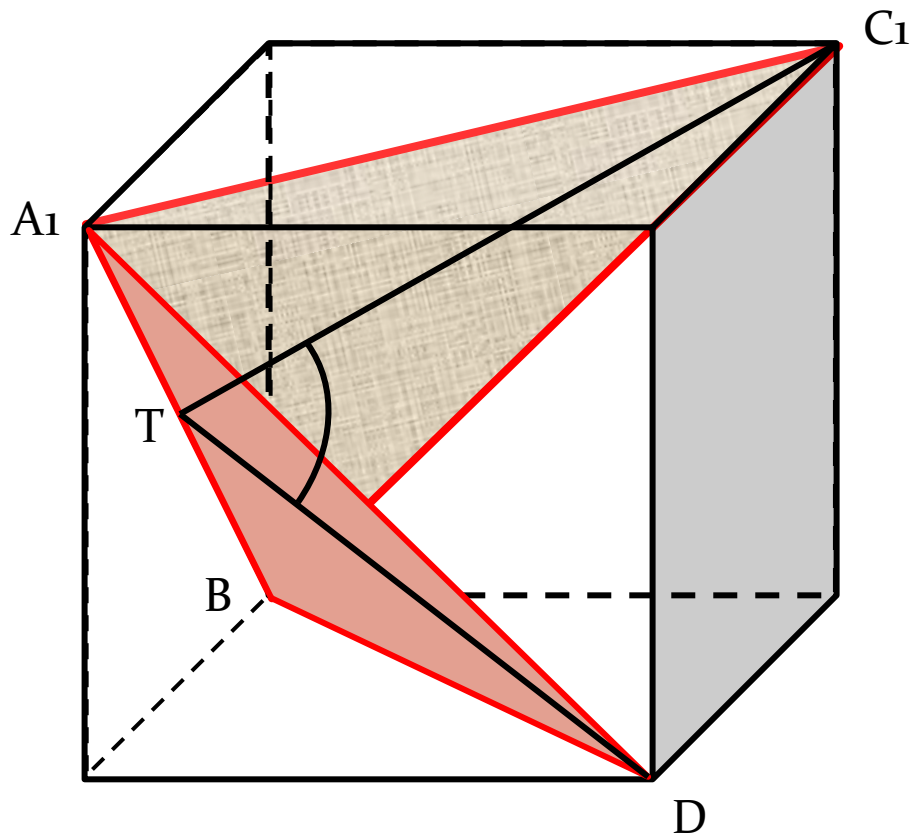
В плоскости  $A_1BC_1$  проведем  $C_1T$   
перпендикулярно  $A_1B$ .



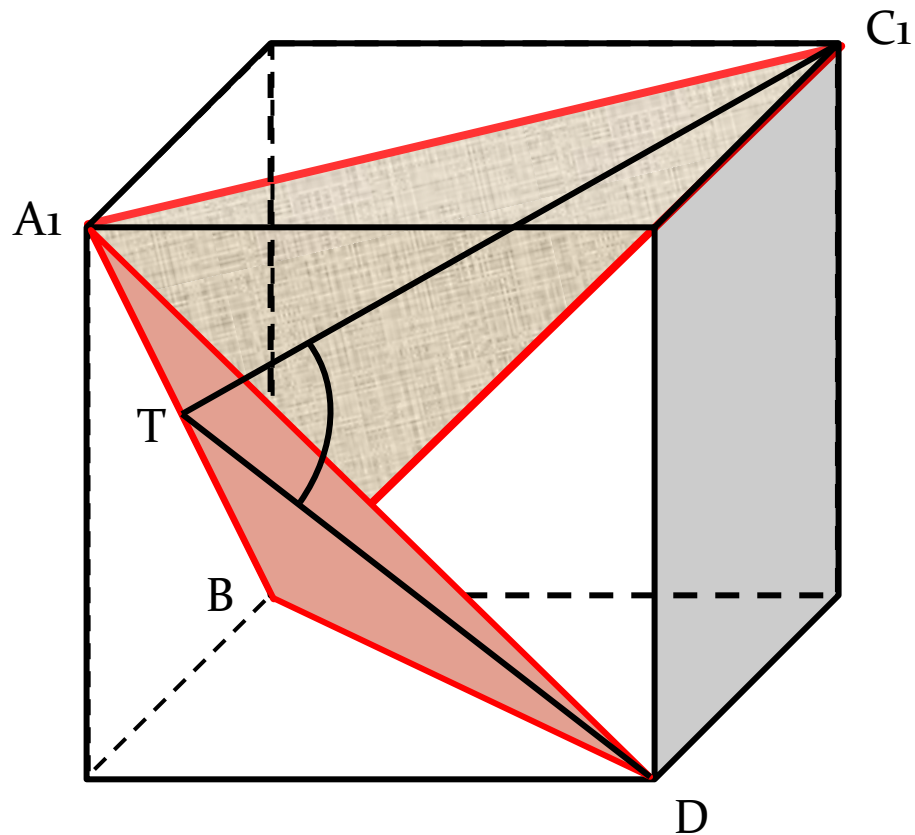
В плоскости  $A_1BD$  проведем  $DT$   
перпендикулярно  $A_1B$



Угол  $C_1TD$ - линейный угол  
двугранного угла  $C_1A_1BD$ .

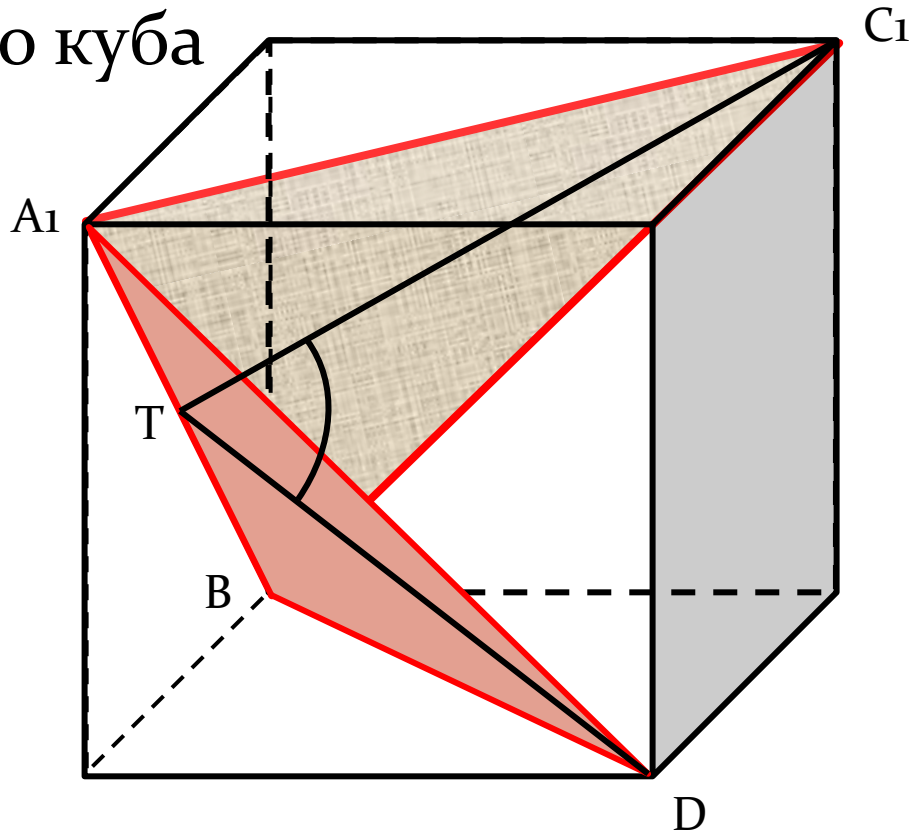


Найдем косинус угла  $C_1TD$ .



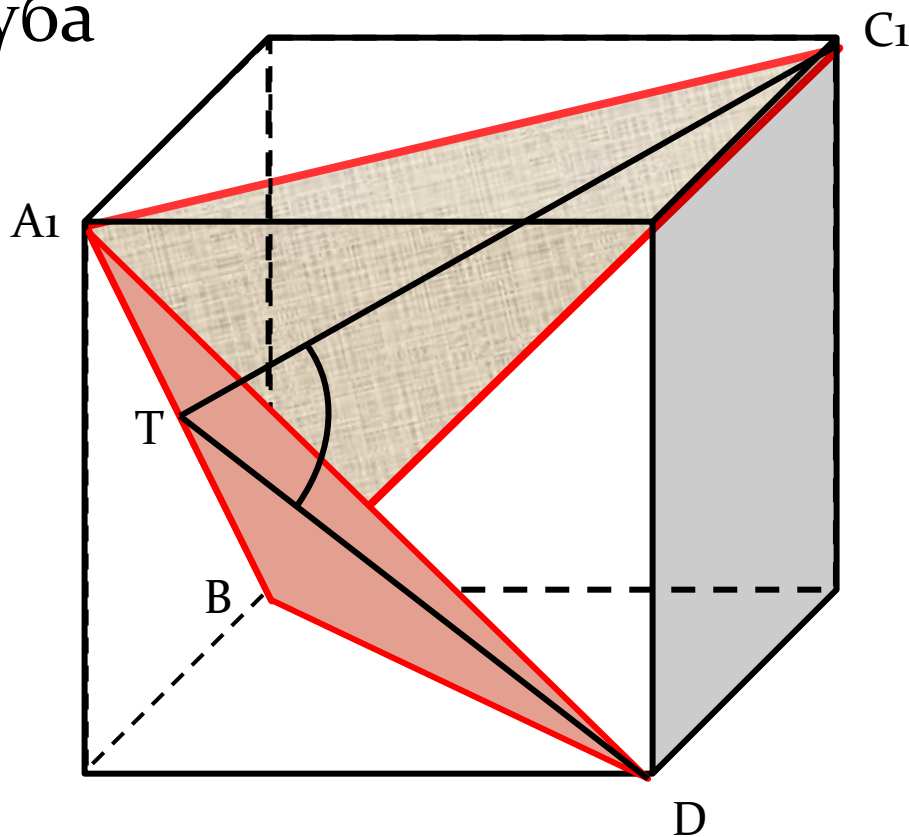
$$TC_1 = TD_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} a$$

- $a$ - ребро куба

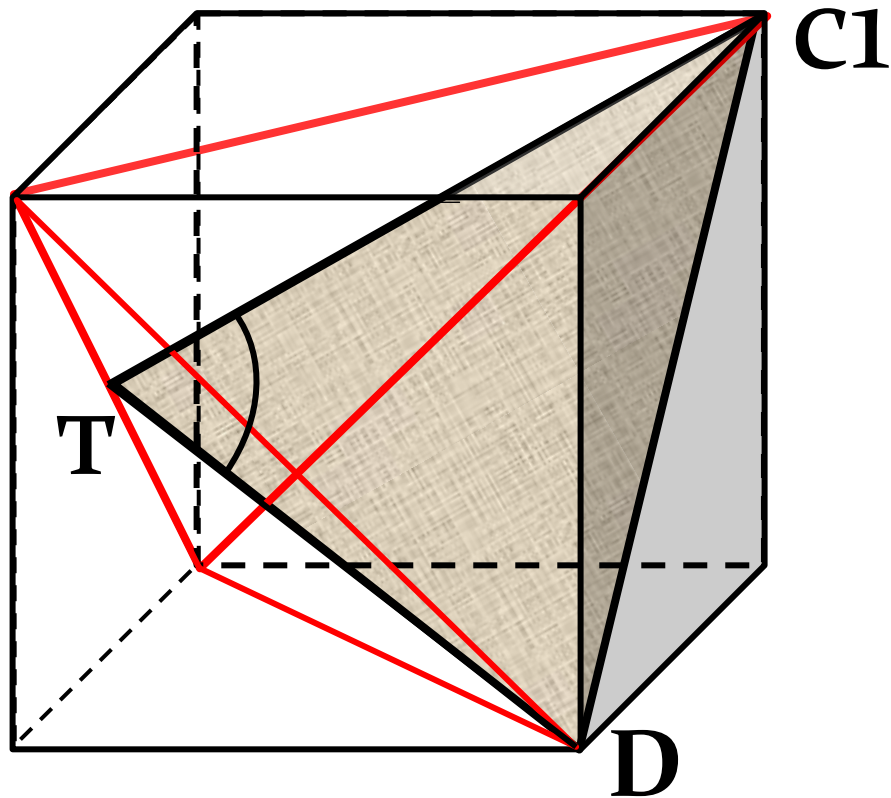


$$TC_1 = TD \cdot \sin 60^\circ = a \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$a$  - ребро куба



$$\Delta TDC_1: C_1D^2 = C_1T^2 + DT^2 - 2 C_1T \cdot DT \cdot \cos T$$
$$\cos T = \frac{C_1T^2 + DT^2 - DC_1^2}{2 \cdot DT \cdot C_1T}$$



Находим  $\cos T$ :

$$\cos T = \frac{\frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{2}a^2 - 2a^2}{2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot a \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{a^2}{3a^2} = \frac{1}{3}.$$

Ответ:  $\frac{1}{3}$ .



Спасибо за внимание.