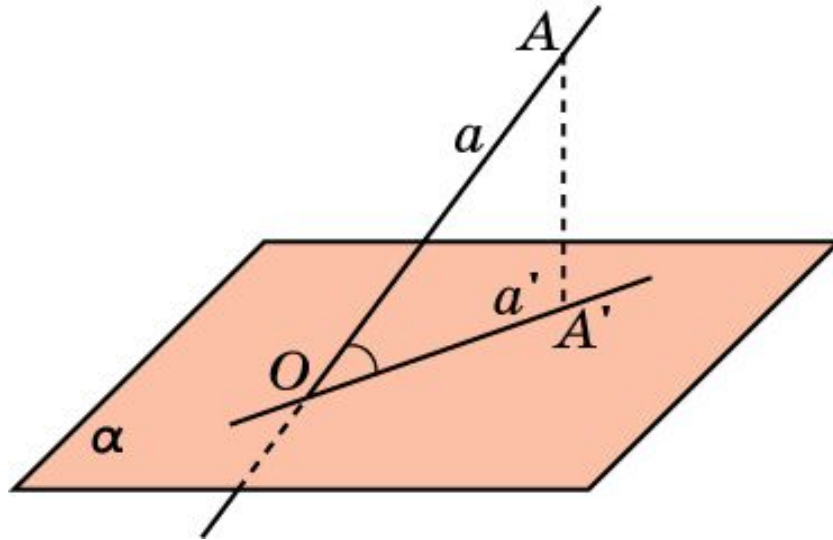


УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ

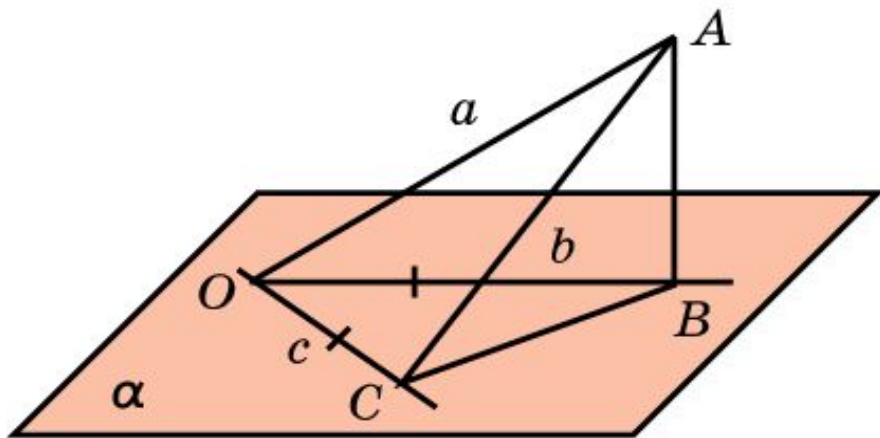
Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.



УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ

Теорема. Угол между наклонной и плоскостью является наименьшим из всевозможных углов между этой наклонной и прямыми, лежащими в данной плоскости.



Доказательство. Пусть a - наклонная к плоскости α , O - их точка пересечения, b - ортогональная проекция наклонной, c - прямая в плоскости α , проходящая через точку O .

Докажем, что угол между прямыми a и b меньше угла между прямыми a и c . Для этого на прямой a возьмем точку A , отличную от O , и ее ортогональную проекцию B . На прямой c отложим отрезок OC , равный OB . В треугольниках AOB и AOC сторона AO общая, $OB = OC$ и $AB < AC$. Следовательно, $\angle AOB < \angle AOC$.

Упражнение 1

Прямые a и b образуют с плоскостью α равные углы.
Будут ли эти прямые параллельными?

Ответ: Нет.

Упражнение 2

Две плоскости образуют с данной прямой равные углы.
Как расположены плоскости относительно друг друга?

Ответ: Параллельны или пересекаются.

Упражнение 3

Под каким углом к плоскости нужно провести отрезок, чтобы его ортогональная проекция на эту плоскость была вдвое меньше самого отрезка?

Ответ: 60° .

Упражнение 4

Может ли катет равнобедренного прямоугольного треугольника образовать с плоскостью, проходящей через гипотенузу, угол в 60° ? Каков наибольший угол между катетом и этой плоскостью?

Ответ: Нет, 45° .

Упражнение 5

Одна из двух скрещивающихся прямых пересекает плоскость под углом 60° , а другая перпендикулярна этой плоскости. Найдите угол между данными скрещивающимися прямыми.

Ответ: 30° .

Упражнение 6

В кубе найдите угол между: а) диагональю боковой грани и плоскостью основания; б) диагональю куба и плоскостью основания; в) диагональю боковой грани и диагональным сечением.

Ответ: а) 45° ; б) $\sin \phi = \frac{\sqrt{3}}{3}$; в) 30° .

Упражнение 7

Найдите угол между ребром правильного тетраэдра и не содержащей его гранью.

Ответ: $\cos \phi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Упражнение 8

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a , а боковое ребро b . Найдите угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

Ответ: $\cos \phi = \frac{a\sqrt{3}}{3b}$.

Упражнение 9

Будут ли в пирамиде боковые ребра равны, если они образуют равные углы с плоскостью основания?

Ответ: Да.

Упражнение 10

Через сторону квадрата проведена плоскость, составляющая с диагональю квадрата угол 30° . Найдите углы, которые образуют с плоскостью стороны квадрата, наклонные к ней.

Ответ: 45° .

Упражнение 11

Основание равнобедренного треугольника лежит в плоскости α (плоскость треугольника не совпадает с плоскостью α). Какой из углов больше: угол наклона боковой стороны к плоскости α или угол наклона высоты, опущенной на основание треугольника, к плоскости α ?

Ответ: Угол наклона высоты.

Упражнение 12

Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK , равный 3. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD . Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.

Ответ: 30° .