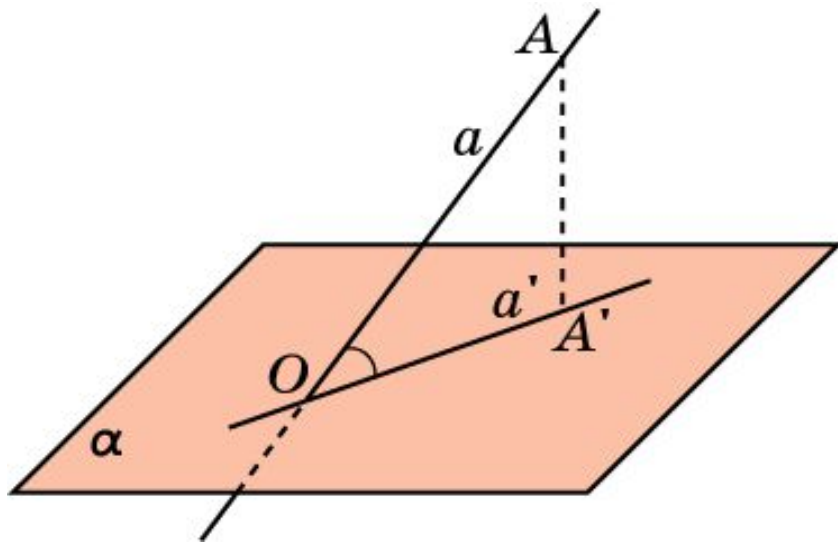


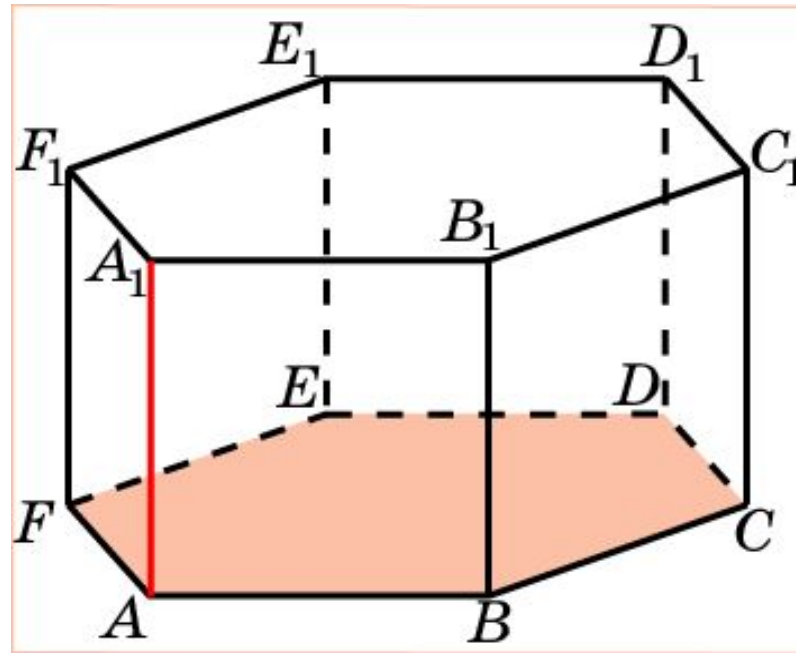
# УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ



Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

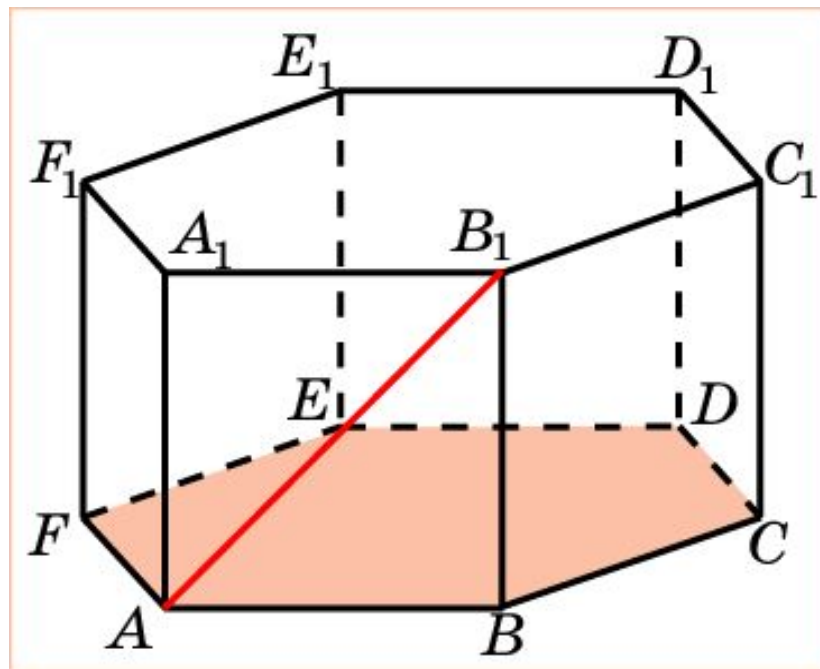
Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ABC$ .



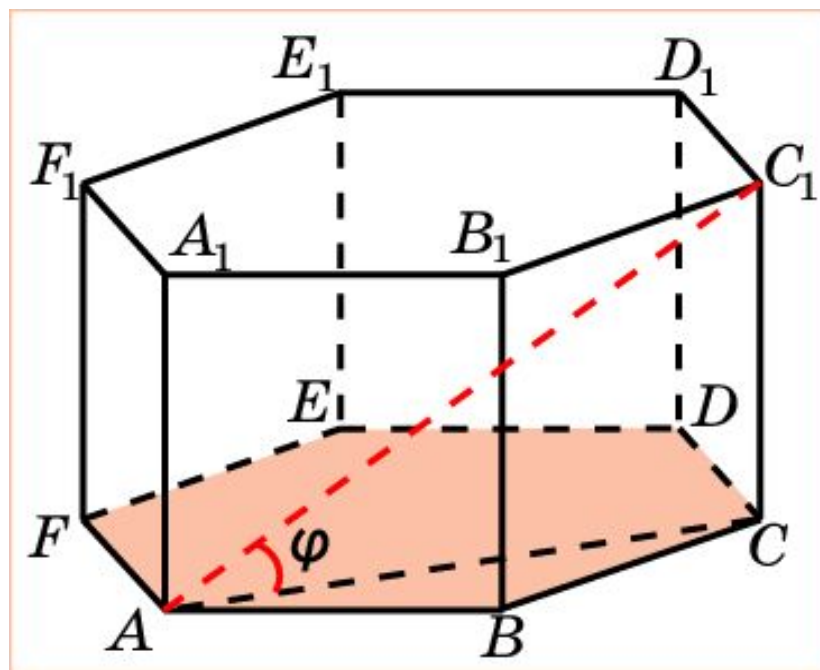
Ответ:  $90^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ABC$ .



Ответ:  $45^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $ABC$ .



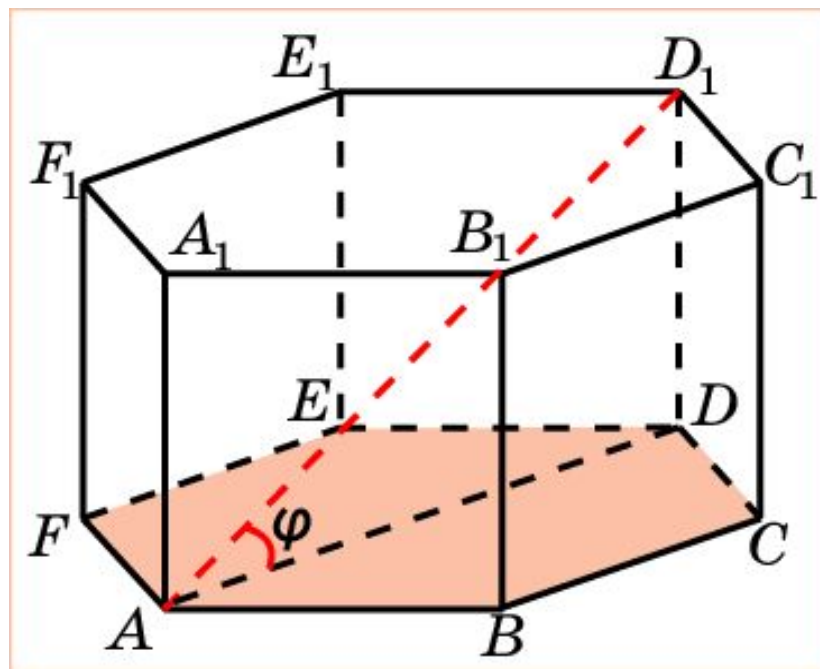
**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $C_1AC$ .

В прямоугольном треугольнике  $ACC_1$   $CC_1 = 1$ ,  $AC_1 = 2$ .

Следовательно,  $\varphi = 30^\circ$ .

**Ответ:**  $30^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AD_1$  и плоскостью  $ABC$ .



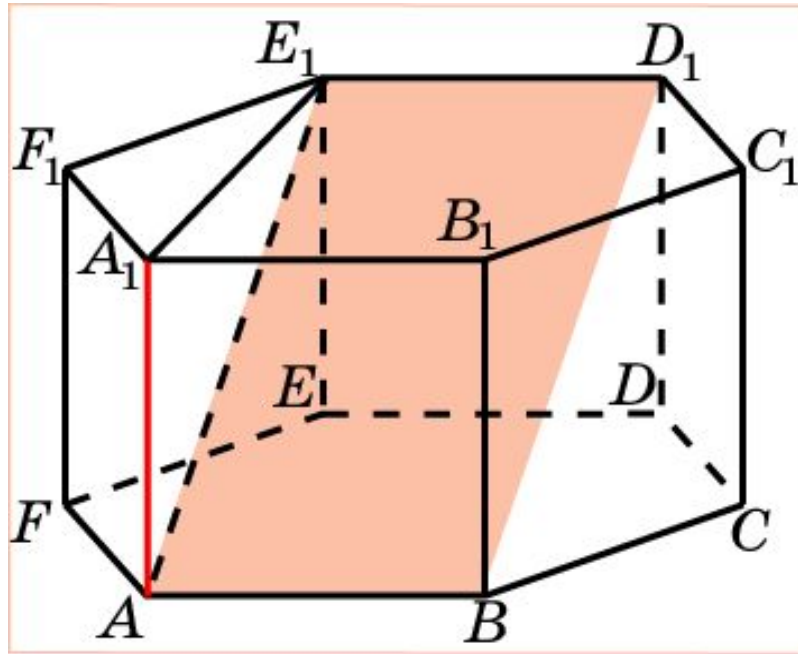
**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $D_1AD$ .

В прямоугольном треугольнике  $ADD_1$  имеем:  $DD_1 = 1$ ,  $AD = 2$ .

Следовательно,  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{2}$ .

**Ответ:**  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{2}$ .

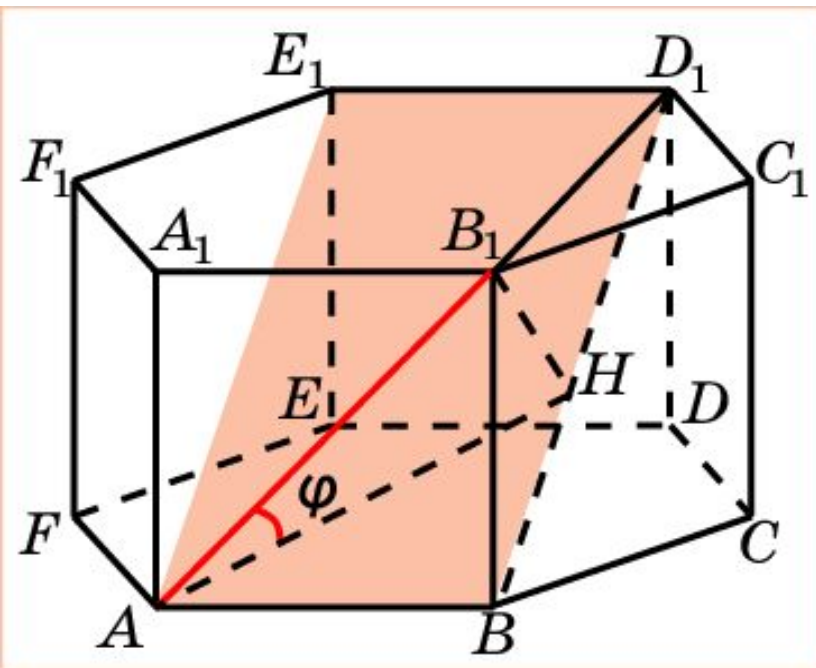
В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ABD_1$ .



**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $A_1AE_1$ . В прямоугольном треугольнике  $A_1AE_1$  имеем:  $AA_1 = 1$ ;  $A_1E_1 = \sqrt{3}$ . Следовательно,  $\varphi = 60^\circ$ .

**Ответ:**  $60^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ABD_1$ .

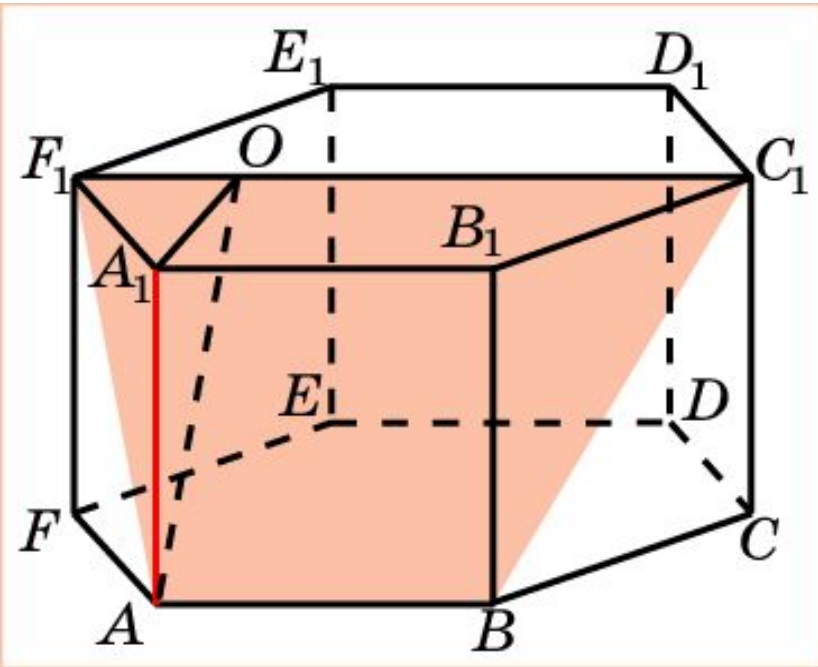


**Решение:** Из точки  $B_1$  опустим перпендикуляр  $B_1H$  на прямую  $BD_1$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $B_1AH$ . В прямоугольном треугольнике  $BB_1D_1$  имеем:  $BB_1 = 1$ ;  $B_1D_1 = \sqrt{3}$ ,  $BD_1 = 2$ . Следовательно, угол  $BD_1B_1$  равен  $30^\circ$  и, значит,  $B_1H = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В прямоугольном треугольнике  $AB_1H$  имеем:  $AB_1 = \sqrt{2}$ ,  $B_1H = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$ .

**Ответ:**  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ABC_1$ .



**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $A_1AO$ , где  $O$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $A_1$  на прямую  $C_1F_1$ .

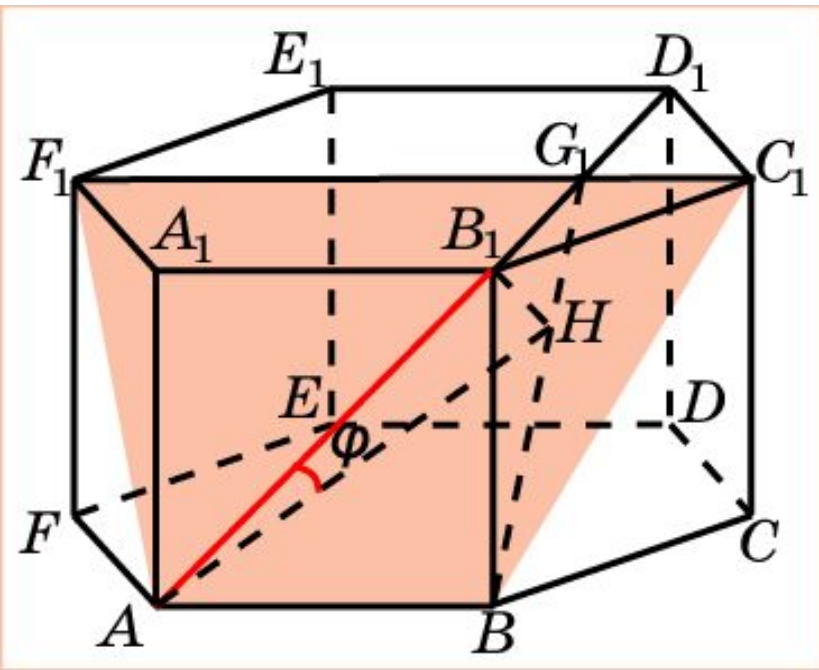
В прямоугольном треугольнике  $A_1AO$  имеем:  $AA_1 = 1$ ;  $A_1O = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Следовательно,  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Ответ:  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ABC_1$ .



**Решение:** Проведем прямые  $C_1F_1$ ,  $B_1D_1$  и обозначим  $G_1$  их точку пересечения. Из точки  $B_1$  опустим перпендикуляр  $B_1H$  на прямую  $B_1G_1$ . Искомый угол равен углу  $B_1AH$ . В прямоугольном треугольнике  $BB_1G_1$  имеем:

$$BB_1 = 1; B_1G_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, BG_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

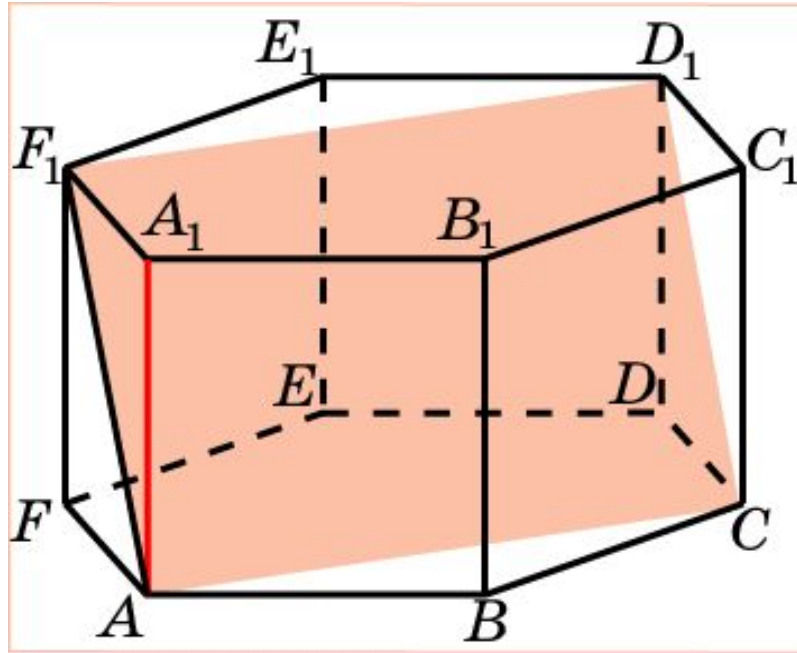
Из подобных треугольников  $BB_1G_1$  и  $B_1HG_1$  находим  $B_1H = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

В прямоугольном треугольнике  $AB_1H$  имеем  $B_1H = \frac{\sqrt{21}}{7}$ ,  $AB_1 = \sqrt{2}$ .

Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{42}}{14}$ .

**Ответ:**  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{42}}{14}$ .

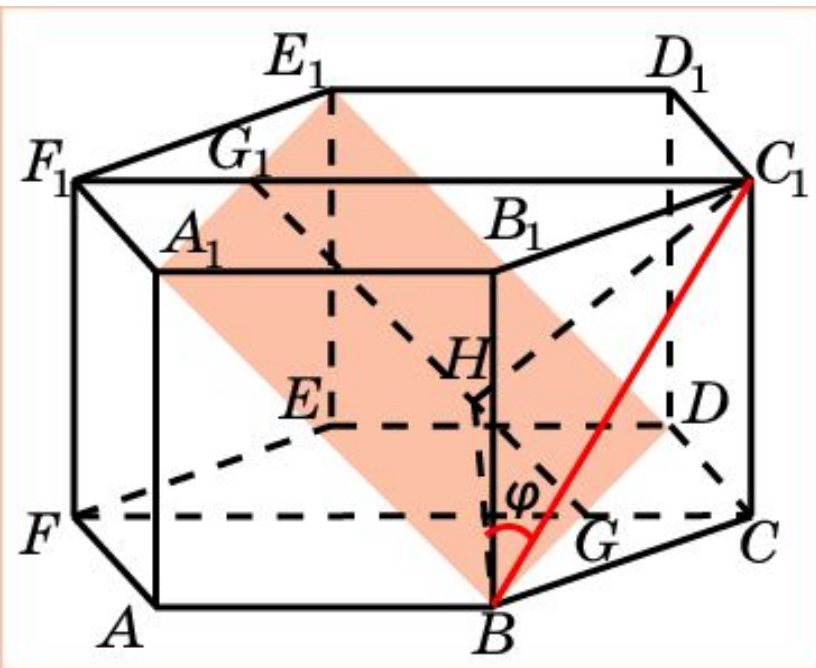
В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ACD_1$ .



**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $A_1AF_1$ . В прямоугольном треугольнике  $A_1AF_1$  имеем:  $AA_1 = 1$ ;  $A_1F_1 = 1$ . Следовательно,  $\varphi = 45^\circ$ .

**Ответ:**  $45^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $BC_1$  и плоскостью  $BDE_1$ .

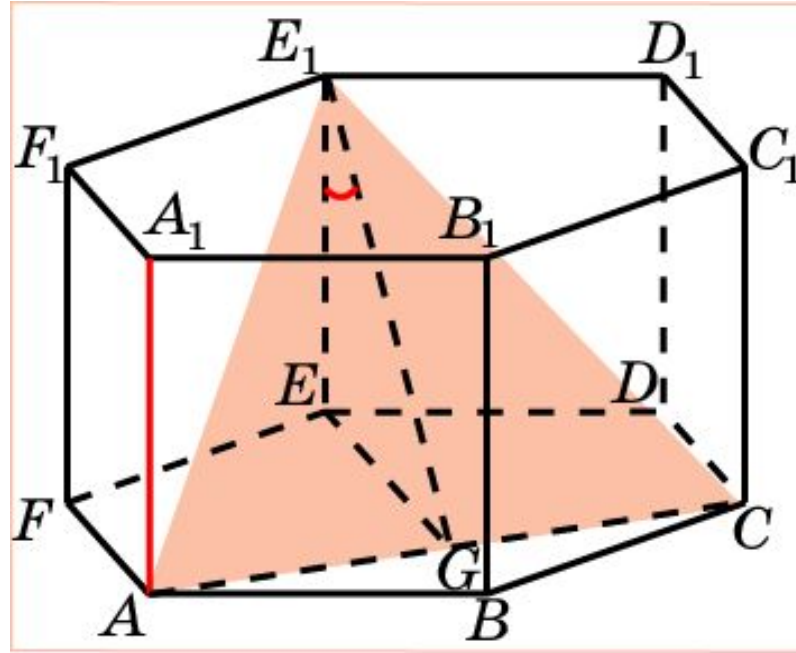


**Решение:** Плоскость  $CFF_1$  перпендикулярна плоскости  $BDE_1$  и пересекает ее по прямой  $GG_1$ . Прямая  $GG_1$  образует с прямой  $C_1F_1$  угол  $45^\circ$ . Из вершины  $C_1$  опустим перпендикуляр  $C_1H$  на прямую  $GG_1$ . В прямоугольном треугольнике  $C_1G_1H$  имеем:  $C_1G_1 = \frac{3}{2}$ ,  $\angle C_1G_1H = 45^\circ$ . Следовательно,  $C_1H = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

В прямоугольном треугольнике  $BC_1H$  имеем:  $BC_1 = \sqrt{2}$ ;  $C_1H = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ .  
Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{3}{4}$ .

**Ответ:**  $\sin \varphi = \frac{3}{4}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ACE_1$ .



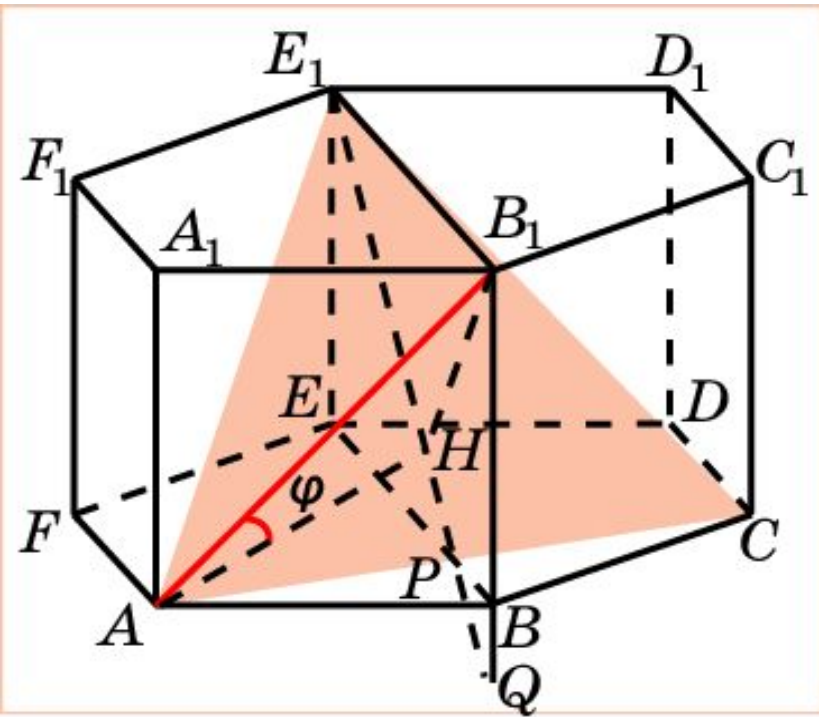
**Решение:** Из точки  $E_1$  опустим перпендикуляр  $E_1G$  на прямую  $AC$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $EE_1G$ .

В прямоугольном треугольнике  $EE_1G$  имеем:  $EE_1 = 1$ ;  $EG = \frac{3}{2}$ .

Следовательно,  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{3}{2}$ .

**Ответ:**  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{3}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ACE_1$ .



**Решение:** Плоскость  $BB_1E_1$  перпендикулярна плоскости  $ACE_1$  и пересекает ее по прямой  $QE_1$ . В прямоугольном треугольнике  $QB_1E_1$  имеем:  $QB_1 = \frac{4}{3}$ ,  $B_1E_1 = 2$ .

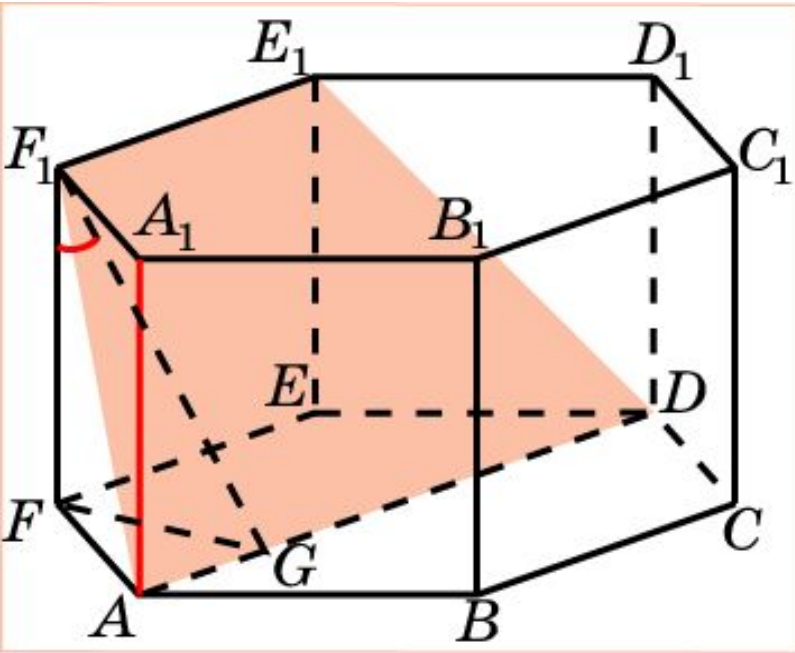
Высота  $B_1H$  этого треугольника равна  $\frac{4\sqrt{13}}{13}$ .

В прямоугольном треугольнике  $AB_1H$  имеем:

$$AB_1 = \sqrt{2}, B_1H = \frac{4\sqrt{13}}{13}. \text{ Следовательно, } \sin \varphi = \frac{2\sqrt{26}}{13}.$$

**Ответ:**  $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{26}}{13}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $ADE_1$ .



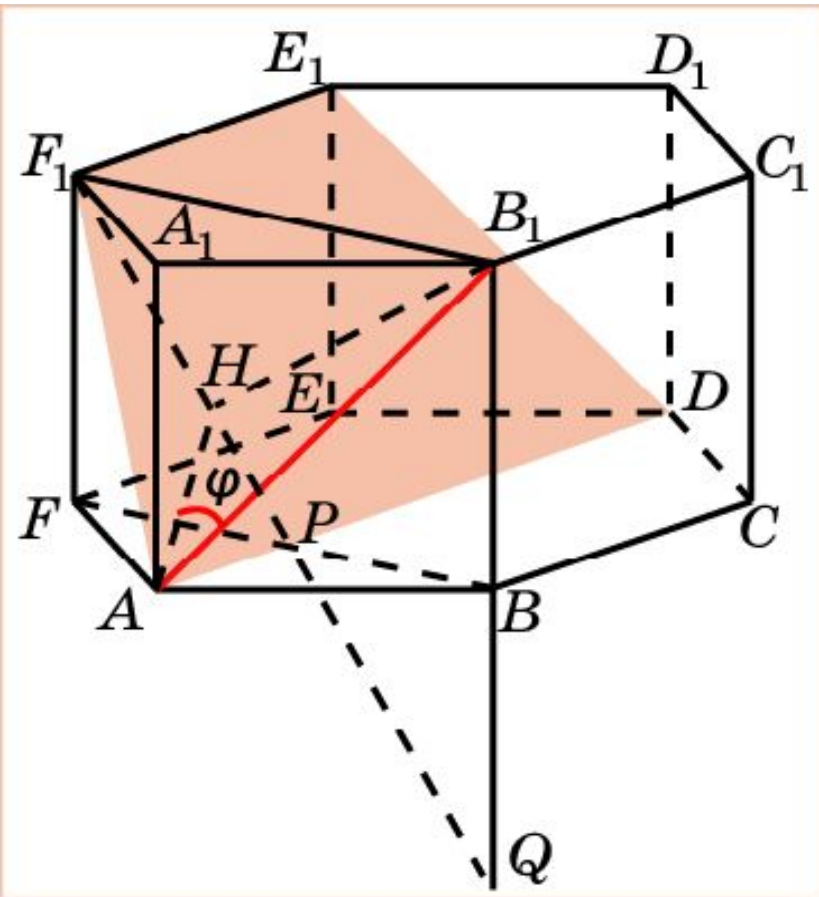
**Решение:** Из точки  $F_1$  опустим перпендикуляр  $F_1G$  на прямую  $AD$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $FF_1G$ .

В прямоугольном треугольнике  $FF_1G$  имеем:  $FF_1 = 1$ ;  $FG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Следовательно,  $tg\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Ответ:  $tg\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $ADE_1$ .



**Решение:** Плоскость  $BB_1F_1$  перпендикулярна плоскости  $ADE_1$  и пересекает ее по прямой  $QF_1$ . В прямоугольном треугольнике  $QB_1F_1$  имеем:  $QB_1 = 2$ ,  $B_1F_1 = \sqrt{3}$ . Высота  $B_1H$  этого треугольника равна  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ .

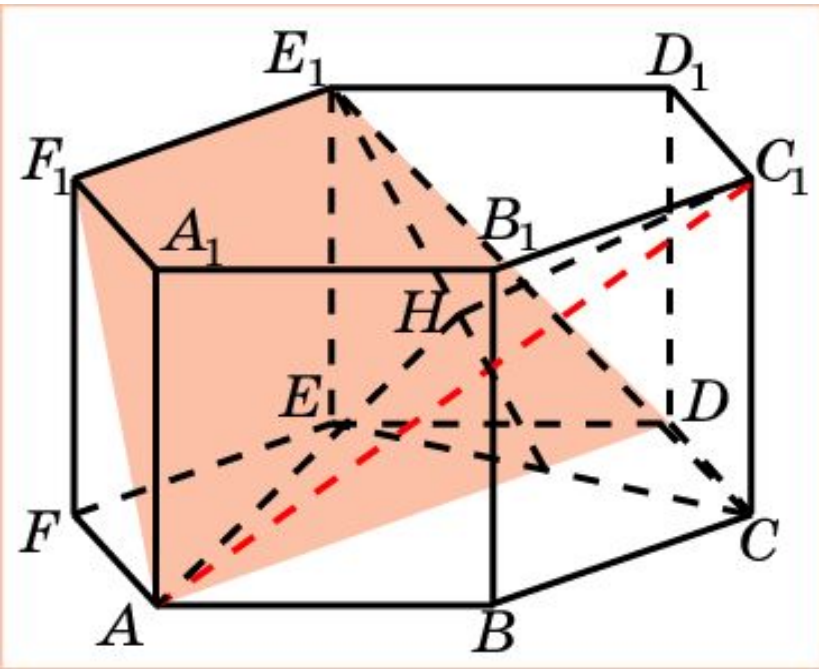
В прямоугольном треугольнике  $AB_1H$  имеем:  $AB_1 = \sqrt{2}$ ,  $B_1H = \frac{2\sqrt{21}}{7}$ ,

Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{42}}{7}$ .

**Ответ:**  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{42}}{7}$ .



В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $ADE_1$ .



**Решение:** Прямая  $B_1C_1$  параллельна плоскости  $ADE_1$ . Следовательно, расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $ADE_1$  равно расстоянию от точки  $B_1$  до этой плоскости и равно  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ .

В прямоугольном треугольнике  $AC_1H$  имеем:  $AC_1 = 2$ ,  $C_1H = \frac{2\sqrt{21}}{7}$ .

Следовательно,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**Ответ:**  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .