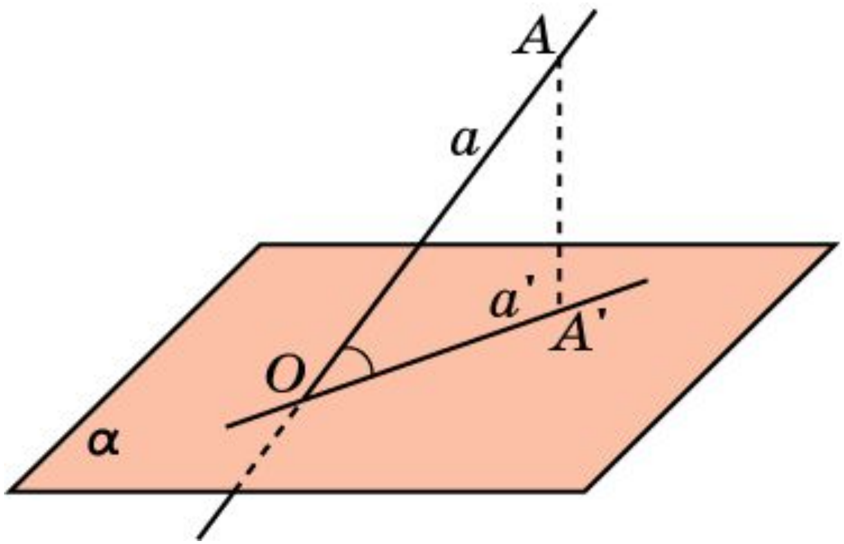
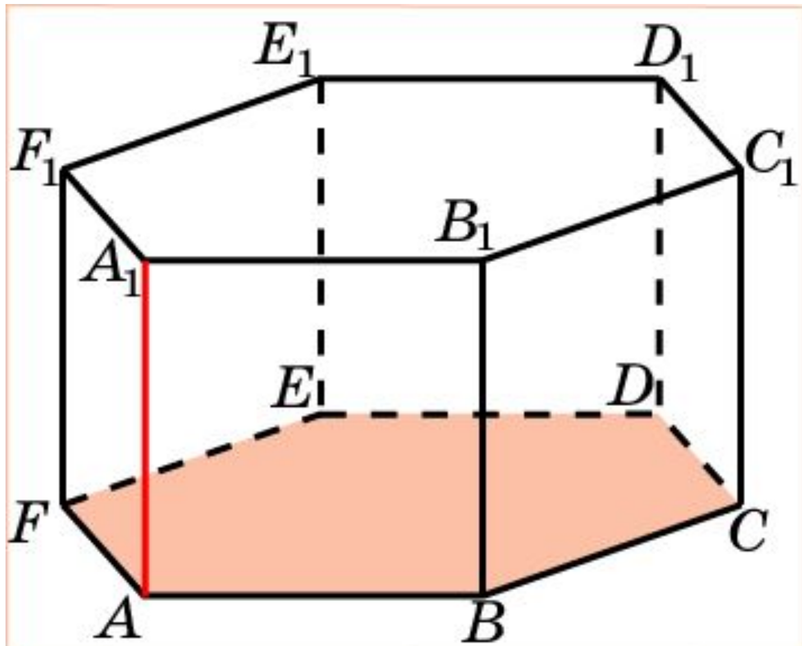
УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ



Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

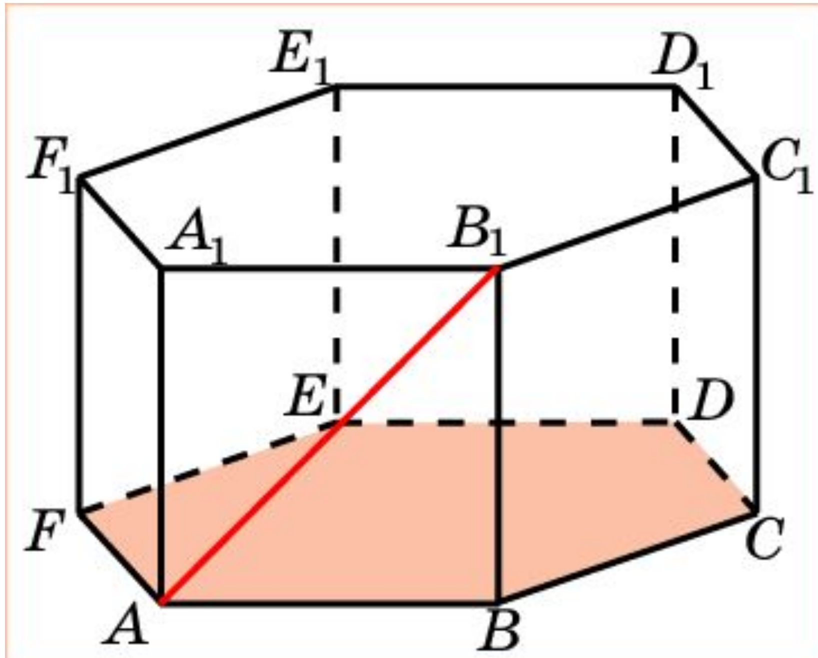
Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ABC.



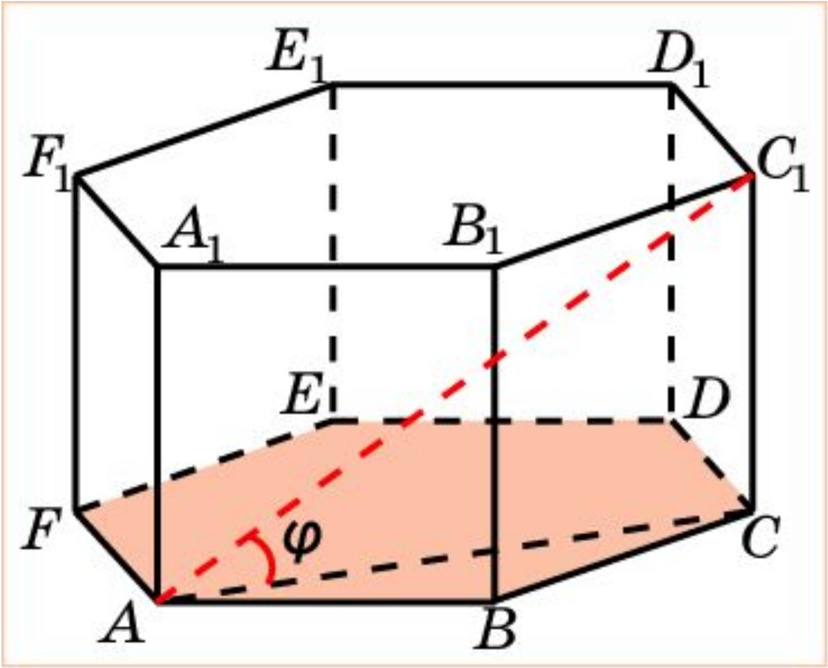
Ответ: 90º.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC.



Ответ: 45º.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AC_1 и плоскостью ABC.

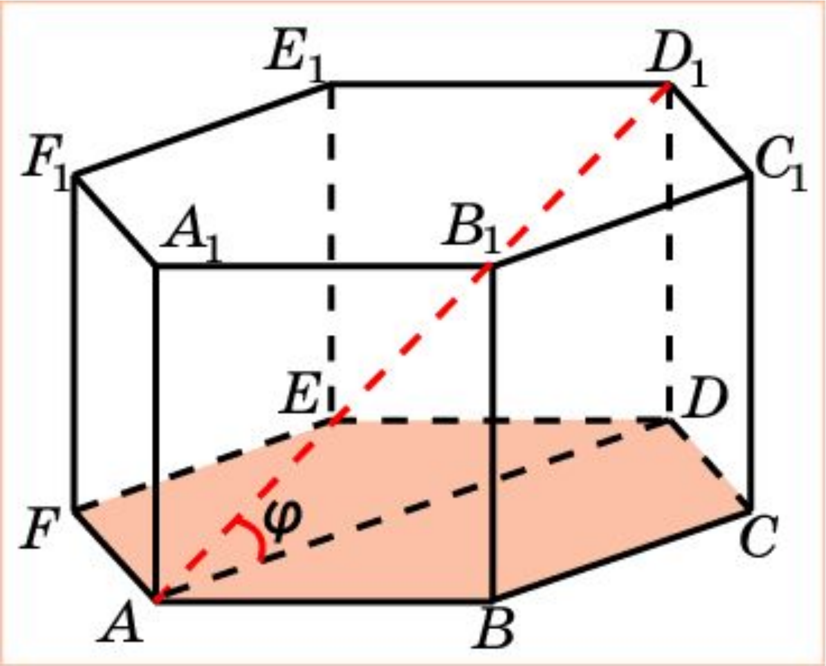


Решение: Искомый угол φ равен углу C_1AC.

В прямоугольном треугольнике ACC_1 $CC_1 = 1$, $AC_1 = 2$. Следовательно, $\varphi = 30^o$.

Ответ: 30^o.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AD_1 и плоскостью ABC.



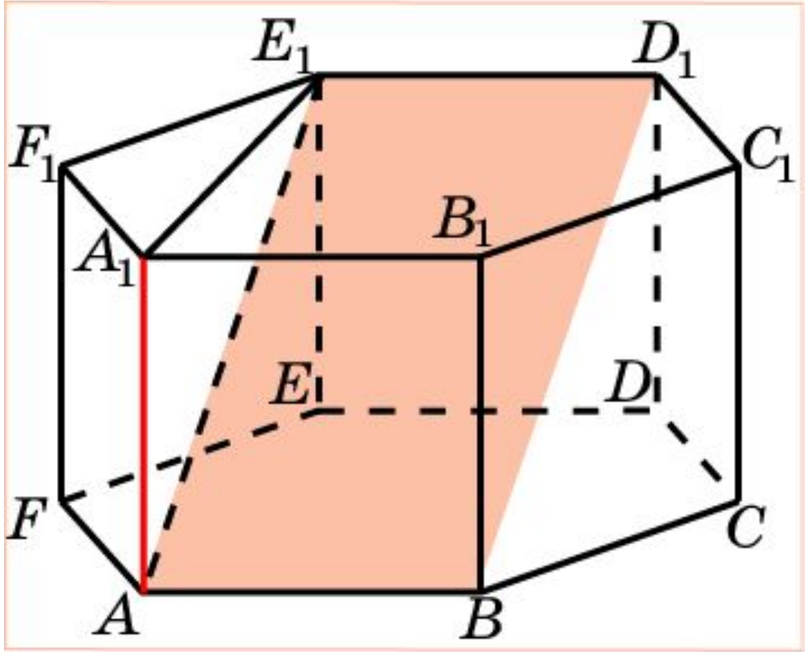
Решение: Искомый угол φ равен углу D_1AD.

В прямоугольном треугольнике ADD_1 имеем: $DD_1 = 1$, $AD = 2$.

Следовательно, $tg\varphi = \frac{1}{2}$.

Ответ: $tg\varphi = \frac{1}{2}$.

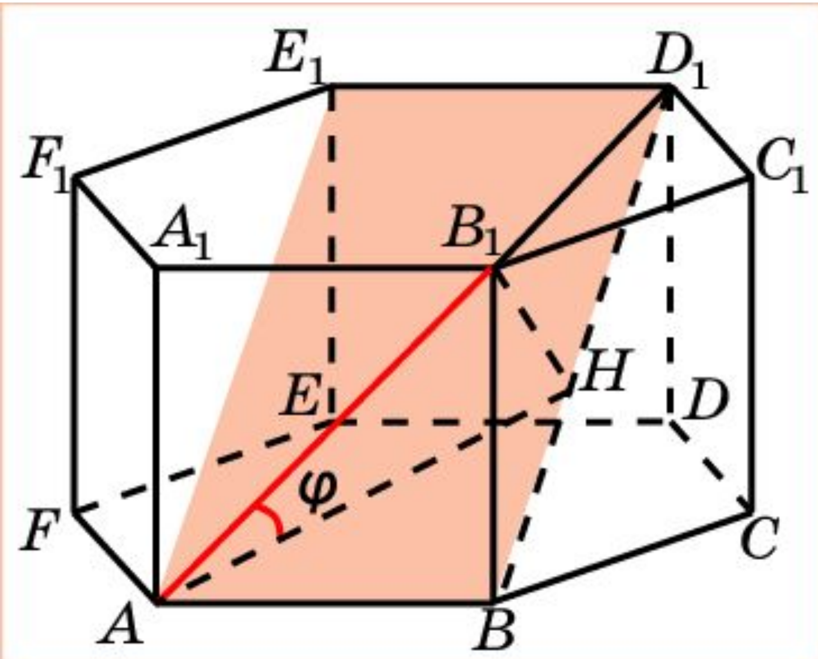
В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ABD_1.



Решение: Искомый угол φ равен углу A_1AE_1. В прямоугольном треугольнике A_1AE_1 имеем: $AA_1 = 1$; $A_1E_1 = \sqrt{3}$. Следовательно, $\varphi = 60°$.

Ответ: 60°.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABD_1.



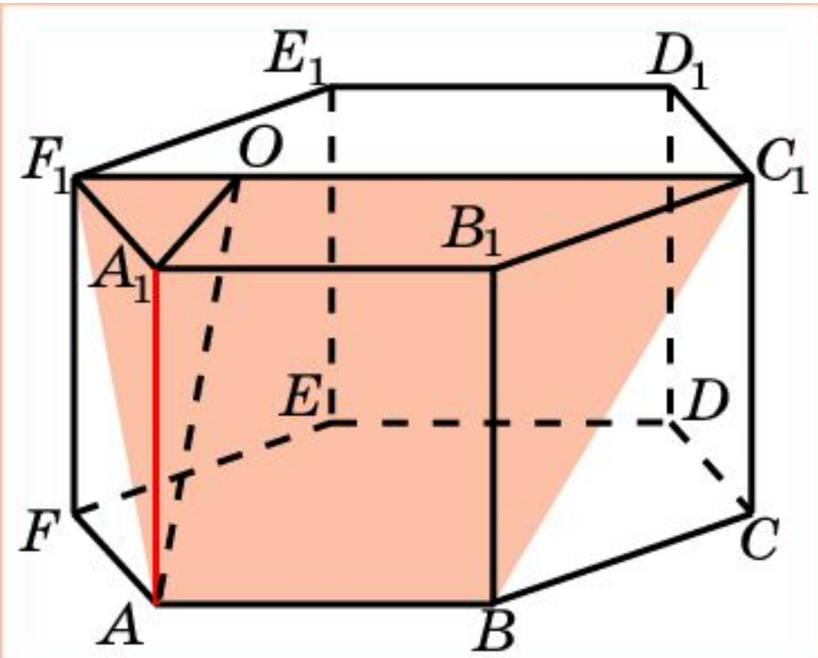
Решение: Из точки B_1 опустим перпендикуляр B_1H на прямую BD_1. Искомый угол φ равен углу B_1AH. В прямоугольном треугольнике BB_1D_1 имеем: $BB_1 = 1$; $B_1D_1 = \sqrt{3}$, $BD_1 = 2$. Следовательно, угол BD_1B_1 равен 30° и, значит, $B_1H = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

В прямоугольном треугольнике AB_1H имеем: $AB_1 = \sqrt{2}$, $B_1H = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Следовательно, $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Ответ: $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ABC_1.



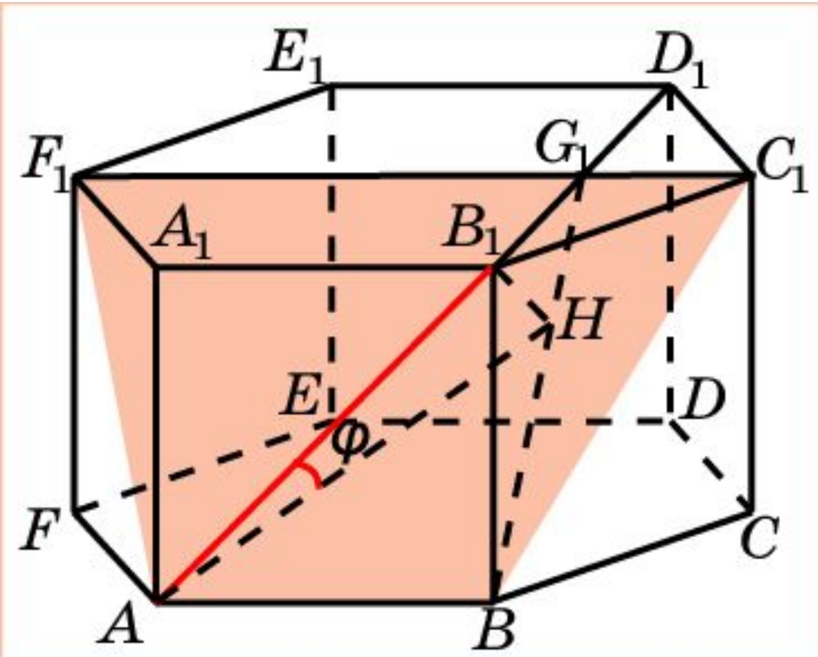
Решение: Искомый угол φ равен углу A_1AO, где O – основание перпендикуляра, опущенного из точки A_1 на прямую C_1F_1.

В прямоугольном треугольнике A_1AO имеем: $AA_1 = 1$; $A_1O = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Следовательно, $tg\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $tg\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1.



Решение: Проведем прямые C_1F_1, B_1D_1 и обозначим G_1 их точку пересечения. Из точки B_1 опустим перпендикуляр B_1H на прямую BG_1. Искомый угол φ равен углу B_1AH. В прямоугольном треугольнике BB_1G_1 имеем:

$BB_1 = 1$; $B_1G_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $BG_1 = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

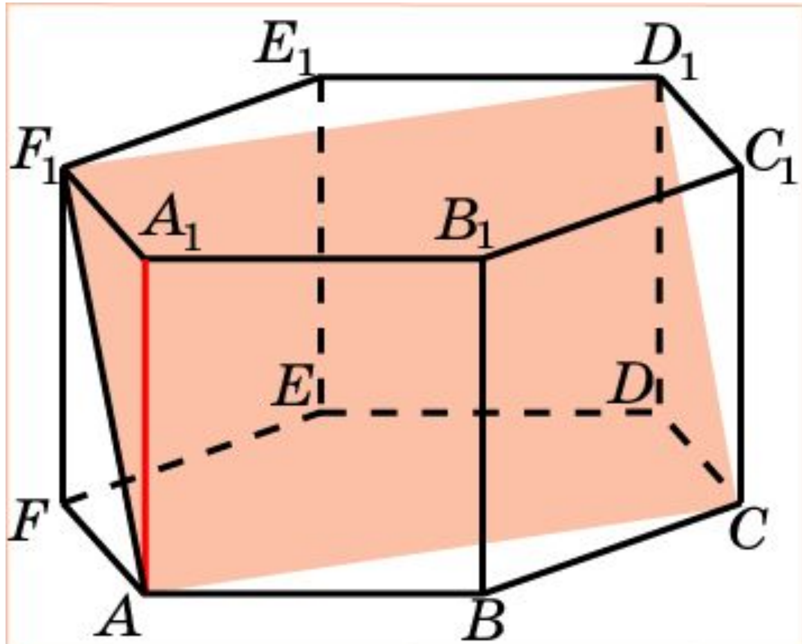
Из подобных треугольников BB_1G_1 и B_1HG_1 находим $B_1H = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

В прямоугольном треугольнике AB_1H имеем $B_1H = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$, $AB_1 = \sqrt{2}$.

Следовательно, $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{42}}{14}$.

Ответ: $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{42}}{14}$.

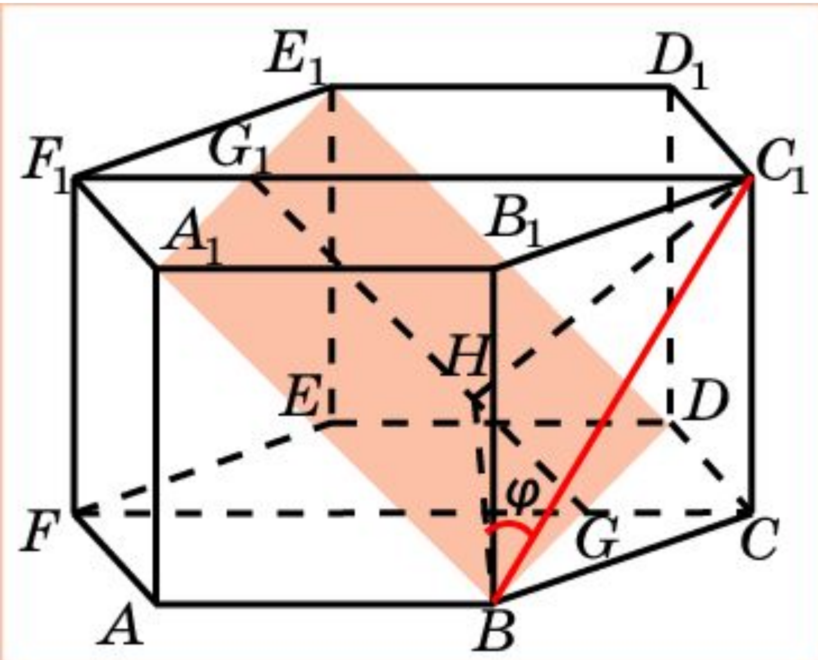
В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ACD_1.



Решение: Искомый угол φ равен углу A_1AF_1. В прямоугольном треугольнике A_1AF_1 имеем: $AA_1 = 1$; $A_1F_1 = 1$. Следовательно, $\varphi = 45°$.

Ответ: 45°.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой BC_1 и плоскостью BDE_1.

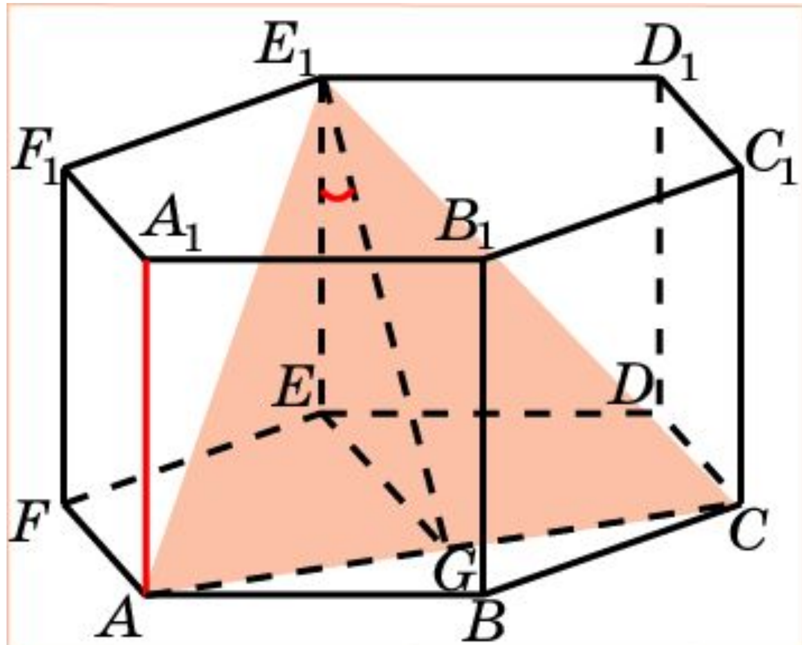


Решение: Плоскость CFF_1 перпендикулярна плоскости BDE_1 и пересекает ее по прямой GG_1. Прямая GG_1 образует с прямой C_1F_1 угол 45°. Из вершины C_1 опустим перпендикуляр C_1H на прямую GG_1. В прямоугольном треугольнике C_1G_1H имеем: $C_1G_1 = \frac{3}{2}$, $\angle C_1G_1H = 45°$. Следовательно, $C_1H = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

В прямоугольном треугольнике BC_1H имеем: $BC_1 = \sqrt{2}$; $C_1H = \frac{3\sqrt{2}}{4}$. Следовательно, $\sin\varphi = \frac{3}{4}$.

Ответ: $\sin\varphi = \frac{3}{4}$.

В правильной 6-й призме $A \ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ACE_1.



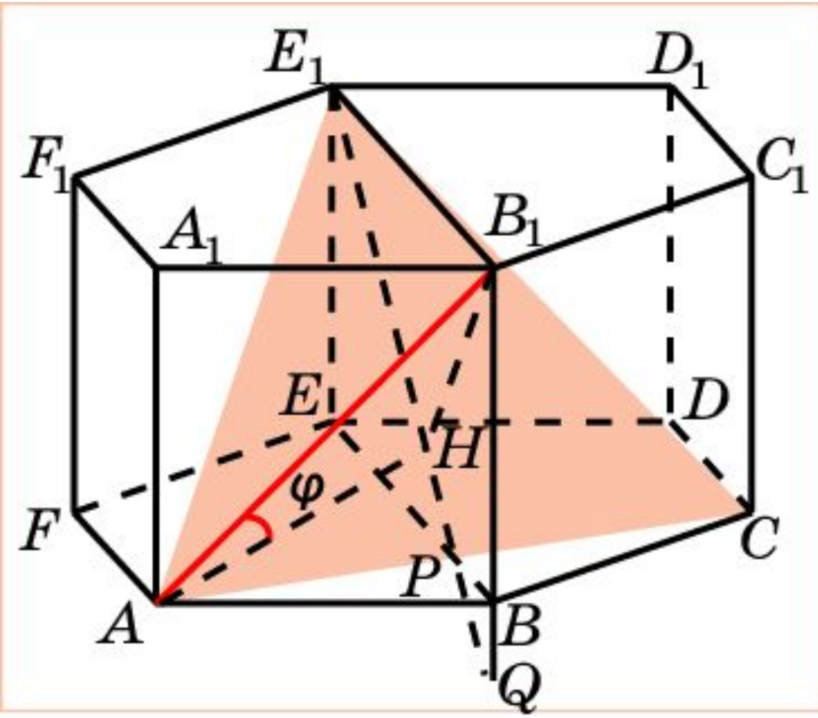
Решение: Из точки E_1 опустим перпендикуляр E_1G на прямую AC. Искомый угол φ равен углу EE_1G.

В прямоугольном треугольнике EE_1G имеем: $EE_1 = 1$; $EG = \dfrac{3}{2}$.

Следовательно, $tg\varphi = \dfrac{3}{2}$.

Ответ: $tg\varphi = \dfrac{3}{2}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ACE_1.



Решение: Плоскость BB_1E_1 перпендикулярна плоскости ACE_1 и пересекает ее по прямой QE_1. В прямоугольном треугольнике QB_1E_1 имеем: $QB_1 = \dfrac{4}{3}$, $B_1E_1 = 2$.

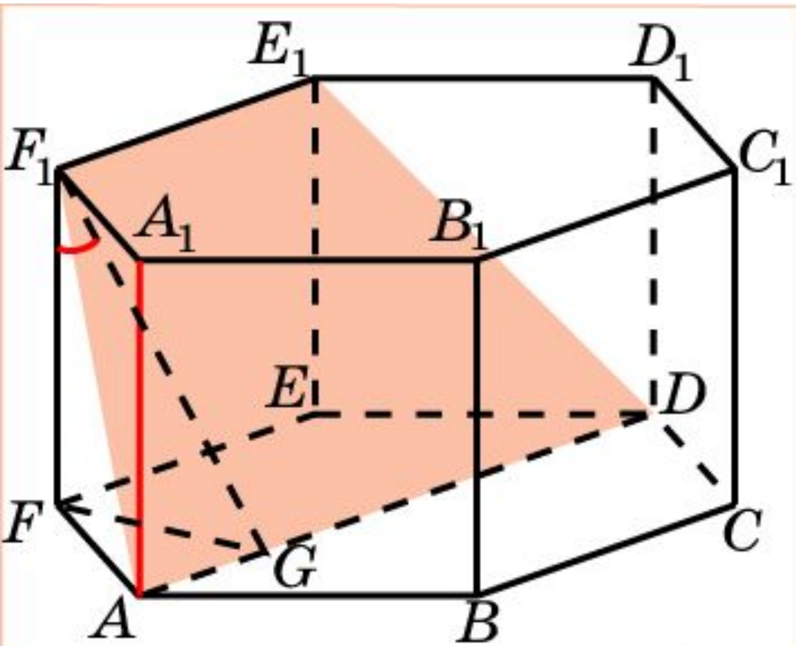
Высота B_1H этого треугольника равна $\dfrac{4\sqrt{13}}{13}$.

В прямоугольном треугольнике AB_1H имеем:

$AB_1 = \sqrt{2}$, $B_1H = \dfrac{4\sqrt{13}}{13}$. Следовательно, $\sin\varphi = \dfrac{2\sqrt{26}}{13}$.

Ответ: $\sin\varphi = \dfrac{2\sqrt{26}}{13}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью ADE_1.



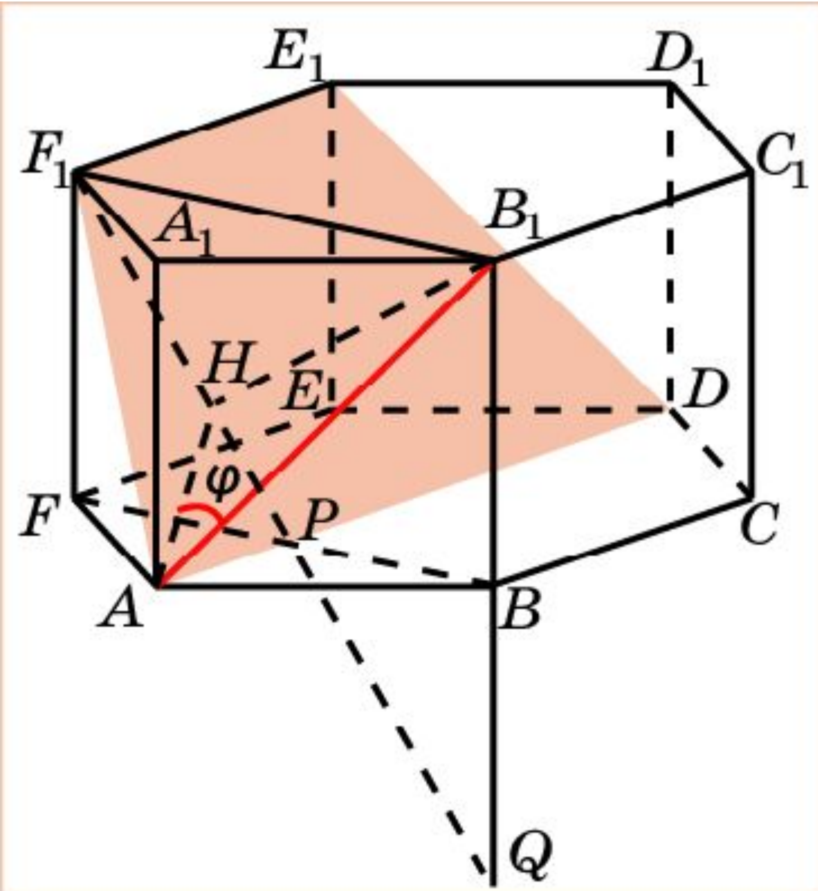
Решение: Из точки F_1 опустим перпендикуляр F_1G на прямую AD. Искомый угол φ равен углу FF_1G.

В прямоугольном треугольнике FF_1G имеем: $FF_1 = 1$; $FG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Следовательно, $tg\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $tg\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ADE_1.



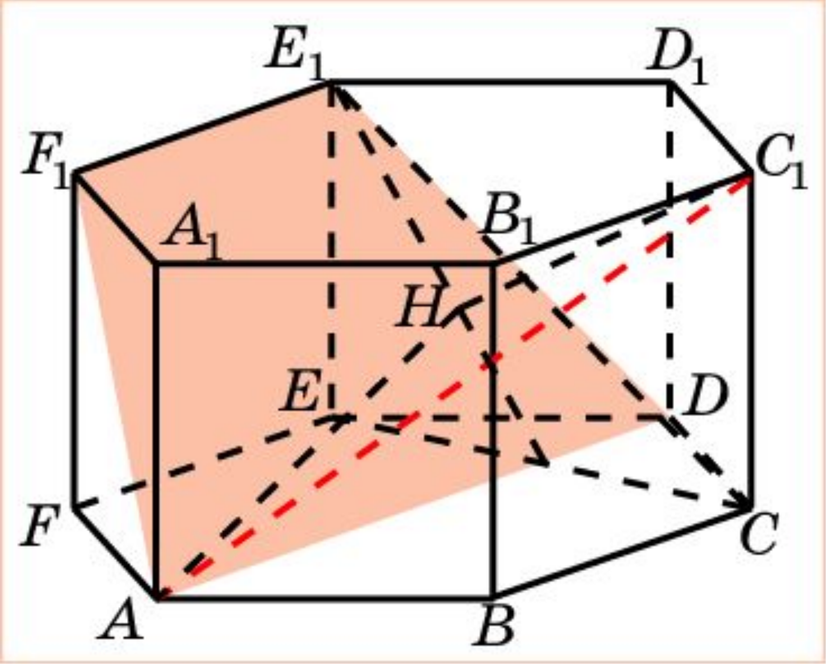
Решение: Плоскость BB_1F_1 перпендикулярна плоскости ADE_1 и пересекает ее по прямой QF_1. В прямоугольном треугольнике QB_1F_1 имеем: $QB_1 = 2$, $B_1F_1 = \sqrt{3}$. Высота B_1H этого треугольника равна $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

В прямоугольном треугольнике AB_1H имеем: $AB_1 = \sqrt{2}$, $B_1H = \frac{2\sqrt{21}}{7}$,

Следовательно, $\sin\varphi = \frac{\sqrt{42}}{7}$.

Ответ: $\sin\varphi = \frac{\sqrt{42}}{7}$.

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AC_1 и плоскостью ADE_1.



Решение: Прямая B_1C_1 параллельна плоскости ADE_1. Следовательно, расстояние от точки C_1 до плоскости ADE_1 равно расстоянию от точки B_1 до этой плоскости и равно $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

В прямоугольном треугольнике AC_1H имеем: $AC_1 = 2$, $C_1H = \dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

Следовательно, $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Ответ: $\sin\varphi = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.