

# Улитка Паскаля.

Автор: Федорова Анна.

ПРОСНИС



# Содержание

- 1). Этьен Паскаль.
- 2). Улитка Паскаля (или лимакона).
- 3). Трисекция угла.
- 4). Кардиоида.
- 5). Эффекты с кривыми.
- 6). Создание шедевров.
- 7). Список использованной литературы, INTERNET-ресурс.



# Паскаль. (19.06.1623-19.08.1662)



Французский математик, физик и философ. В 1641 сконструировал суммирующую машину. К 1645 закончил ряд работ по арифметике, теории чисел, алгебре и теории вероятностей, опубликованную в 1665. Паскаль нашел общий признак делимости любого целого числа на любое другое целое число; дал способ нахождения числа сочетаний из  $n$  по  $m$ ; сформулировал ряд основных положений элементарной теории вероятностей. Труды Паскаля, связанные с циклоидой, явились существенным шагом в развитии анализа бесконечно малых.

В 1625 Этьен Паскаль в своей переписке с Мерсенном, у которого частенько собирались за чашкой чая знаменитые геометры, в том числе и Gilles-Personne Roberval, описал метод построения новой кривой, обладающей интересными свойствами ( которую впоследствии назвали Улиткой).



# Улитка Паскаля.

Улитка Паскаля – плоская алгебраическая кривая 4-го порядка.

Уравнение в прямоугольных координатах:

$$(x^2 + y^2 - ax)^2 = l^2(x^2 + y^2);$$

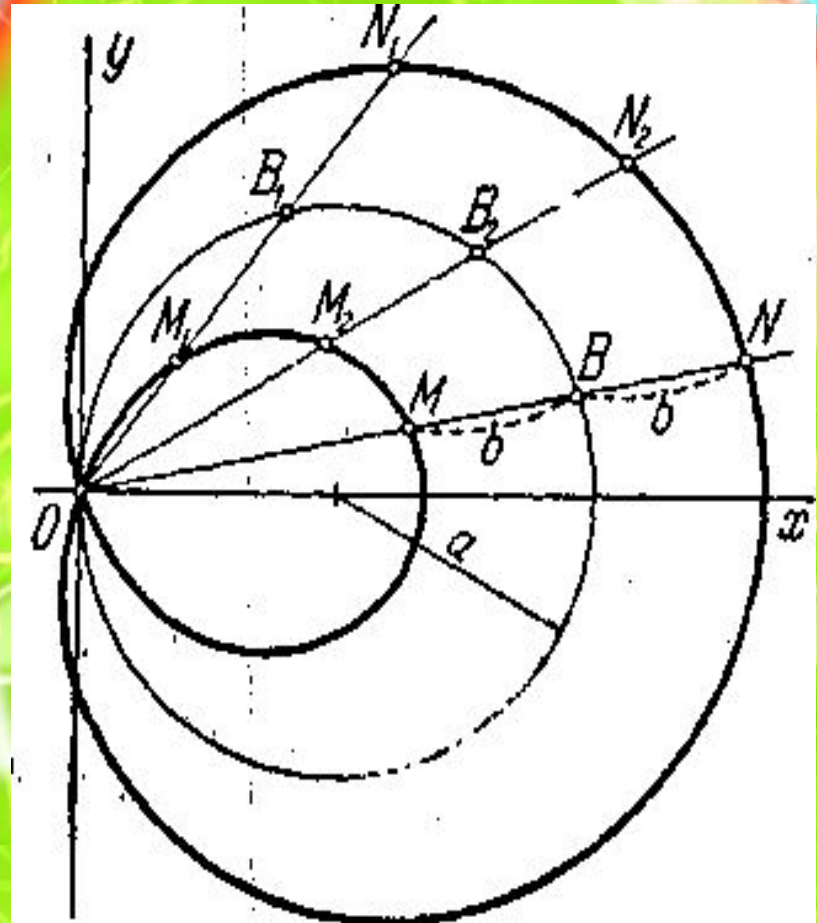
В полярных координатах:

$$\rho = a \cos \varphi + l;$$

Симметрична относительно оси  $ox$ . Площадь, ограниченная улиткой Паскаля:

$$S = +\pi l^2;$$

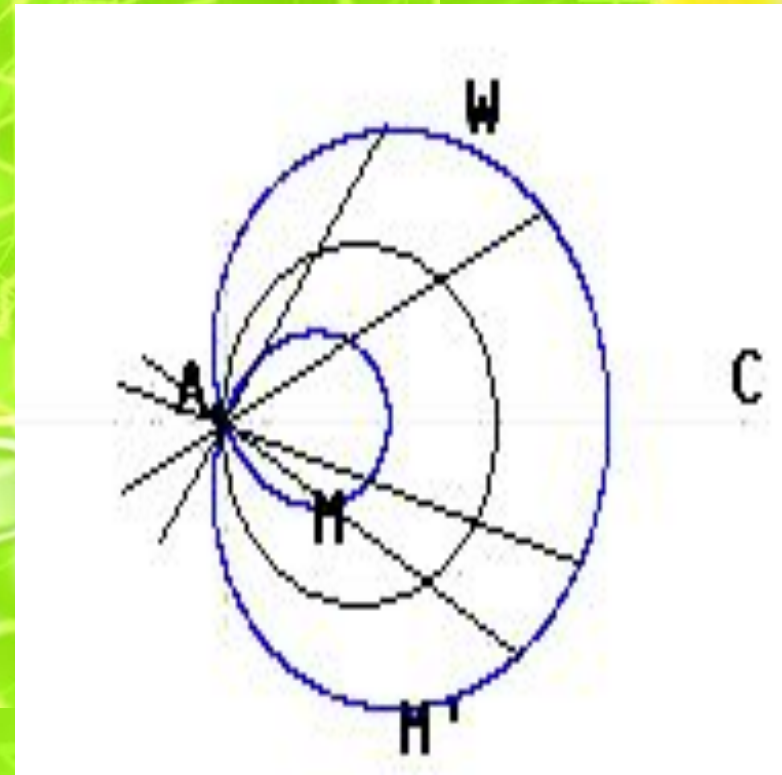
Из начала координат проведен луч, пересекающий данную окружность  $x^2 + y^2 = 2x$  ( $a > 0$ ) в точке  $B$ ; на луче по обе стороны от точки  $B$  отложены равные между собой отрезки  $BM$  и  $BN$  постоянной длины  $b$ . При вращении луча точки  $M$  и  $N$  описывают кривую, называемую улиткой Паскаля.



# Трисекция угла с помощью улитки Паскаля

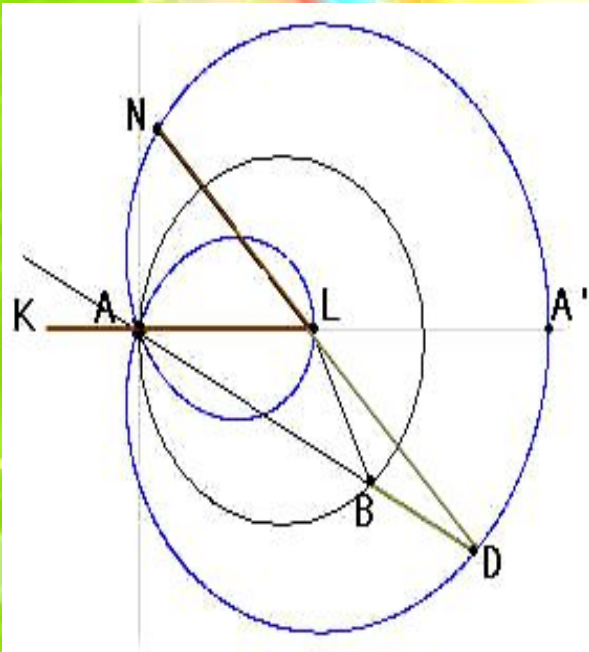
Опишем метод деления произвольного угла на три равные части с помощью кривой, названной улиткой Паскаля.

Для построения улитки Паскаля достаточно нарисовать окружность  $W$  произвольного радиуса  $R = a$ , выбрать на ней некоторую точку  $A$  и начать вращать вокруг точки  $A$  луч  $AC$ . Если по обе стороны от второй точки пересечения луча  $AC$  с окружностью на луче  $AC$  откладывать отрезки, равные радиусу исходной окружности ( $R = a$ ), то получится два набора точек -  $M$  и  $M'$ . Улитка Паскаля - геометрическое место точек  $M$  и  $M'$ . Для завершения построения через полученные точки достаточно провести плавную непрерывную линию.





# Выполним трисекцию произвольного угла с помощью улитки Паскаля



Пусть требуется разделить на три равные части данный угол  $KLN$ . Для этого вычерченная на кальке улитка Паскаля накладывается на угол  $KLN$  таким образом, чтобы центр образующей окружности совпал с вершиной угла, а ось улитки  $AA'$  - совпала со стороной угла  $KLN$ . Точку  $D$  (точку пересечения угла с улиткой) соединим с точкой  $A$ . Тогда угол  $ADL$  будет искомым, то есть  $\angle ADL = \frac{1}{3}$  угла  $KLN$ .

Доказательство:

соединим точку  $B$  ( в которой образующая окружность пересекает  $AD$  ) с точкой  $C$ .

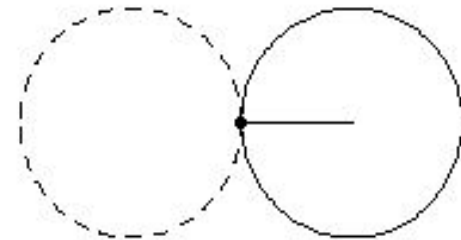
Треугольники  $ABL$  и  $LBD$  - равнобедренные, так как  $AL = LB = BD = a$ . Угол  $BDL = x$  следовательно, угол  $BLD = x$ , таким образом получаем, что угол  $ABL = 2x$ , следовательно, угол  $BAL = 2x$ .

Отсюда угол  $KLN = \text{угол } D + \text{угол } BAL = x + 2x$ .

Получаем :  $x = \frac{1}{3}$  угла  $KLN$ .

# Кардиоида (Cardioid)

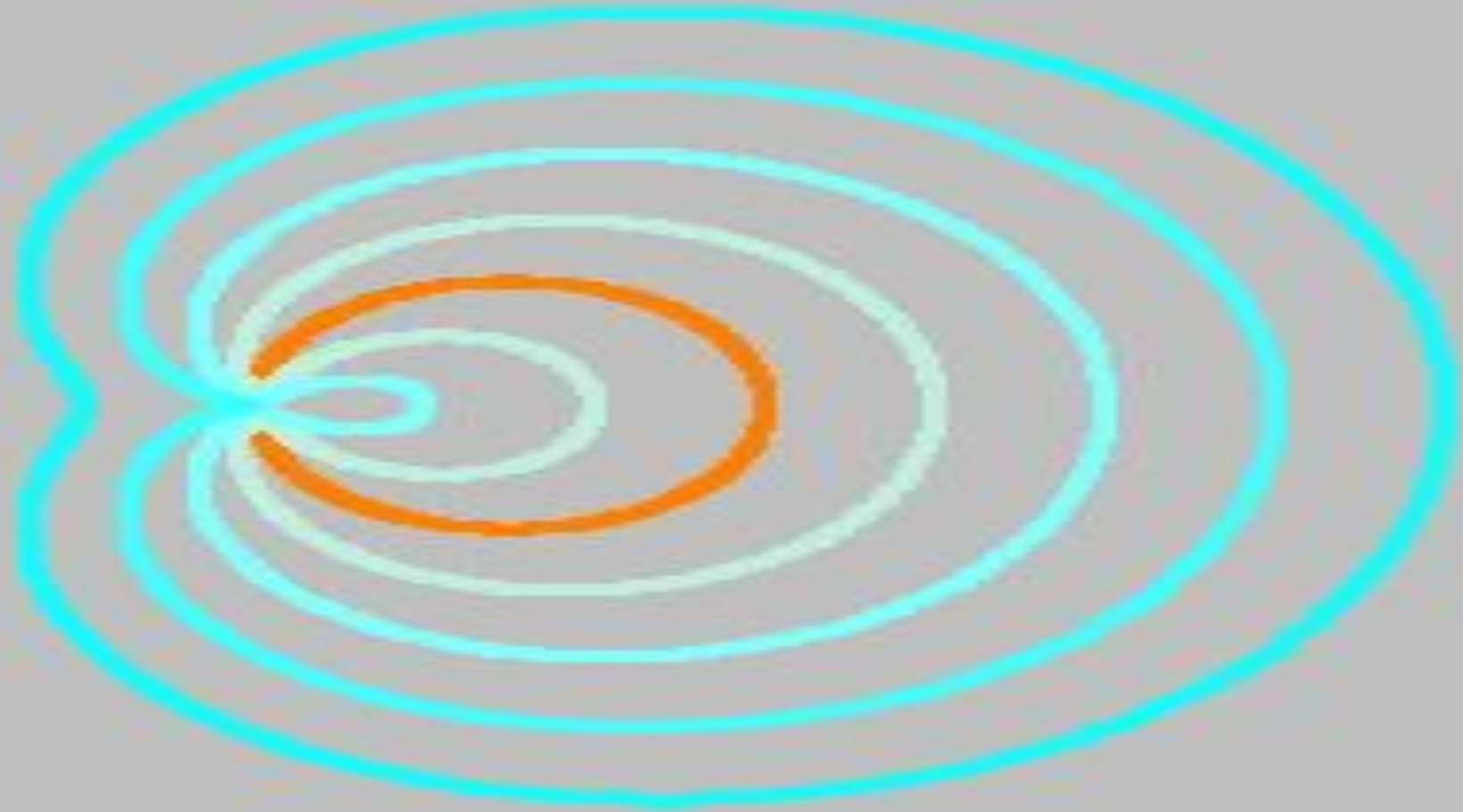
- Если использовать две окружности с одинаковыми радиусами и вращать одну вокруг другой, то получится **кардиоида** (греч.кардиа – сердце) - по мнению математиков, получаемая кривая отдаленно напоминает сердце
- Формула  $r = 2a(1 + \cos(\theta))$  рисует кардиоиду





# Эффекты с кривыми

В нашем примере  $a$  - величина постоянная, а  $b$  меняется в цикле от  $b=0$  до  $b=8$ . Вы видите, как меньшая петля вырождается в точку, а большая удваивает свой радиус, превращаясь в кардиоиду.

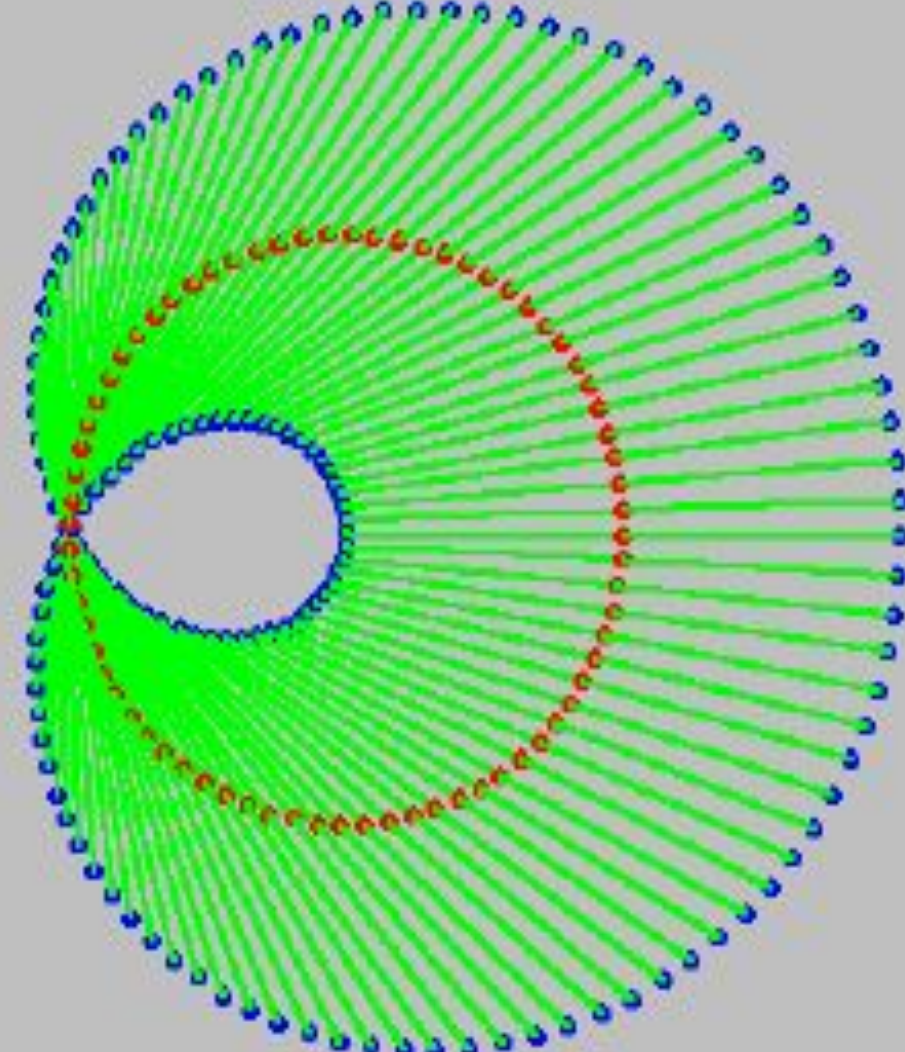
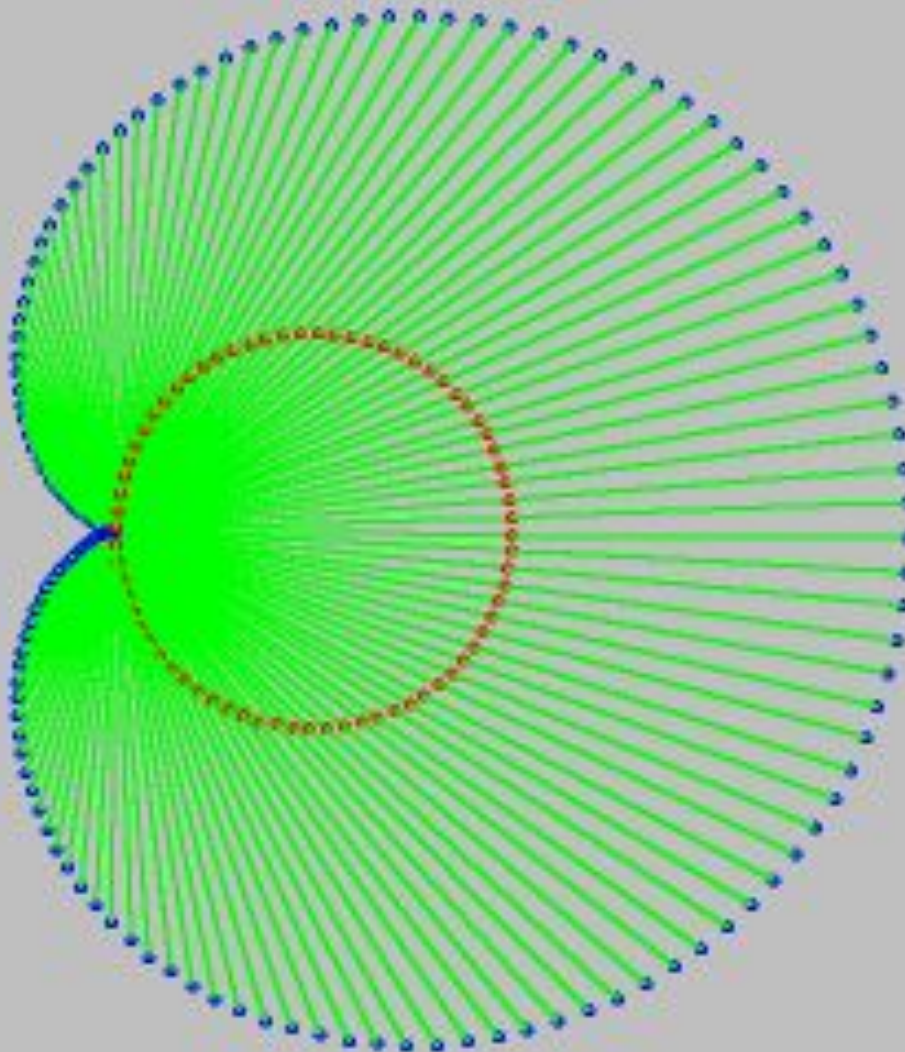
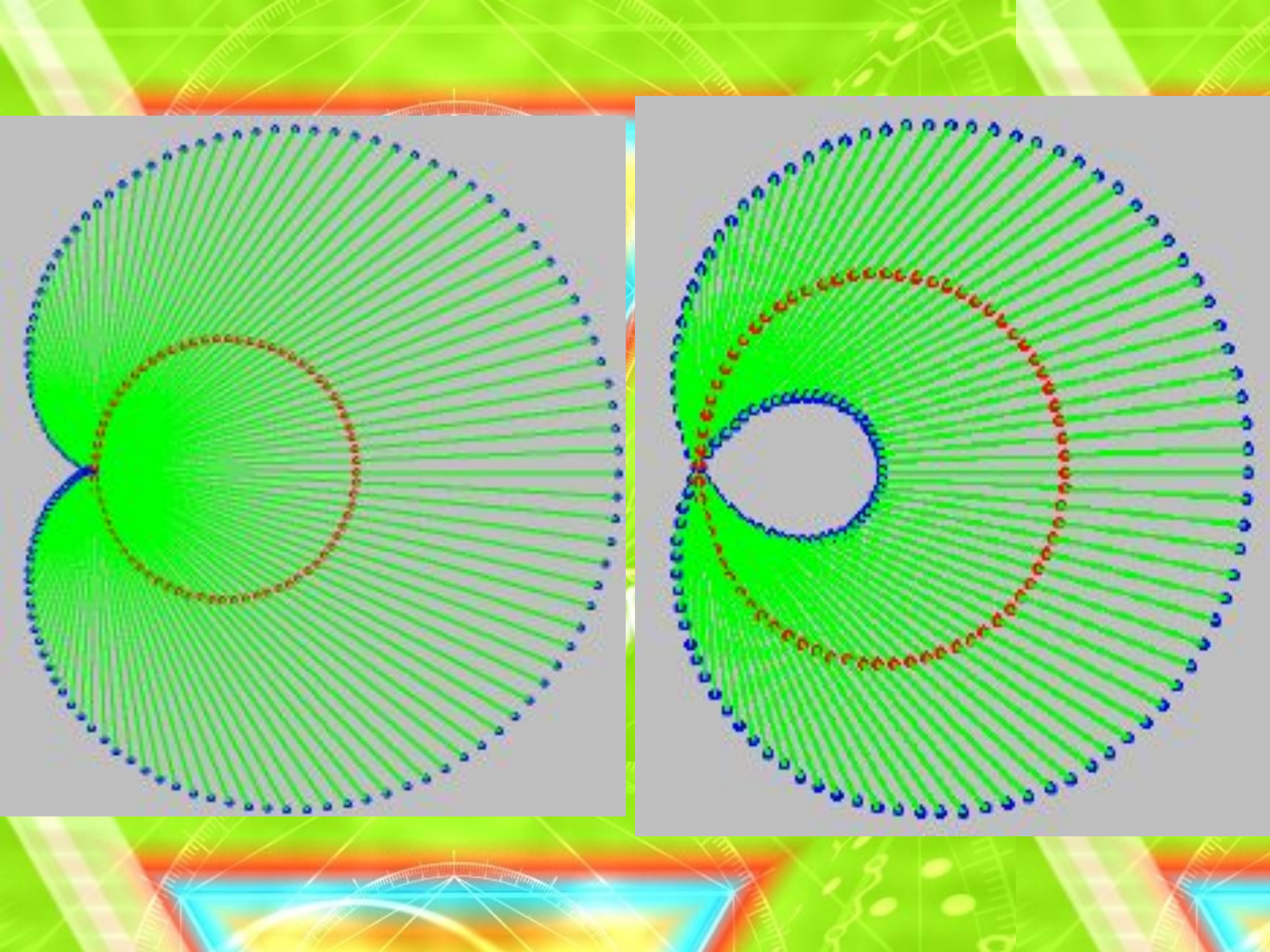






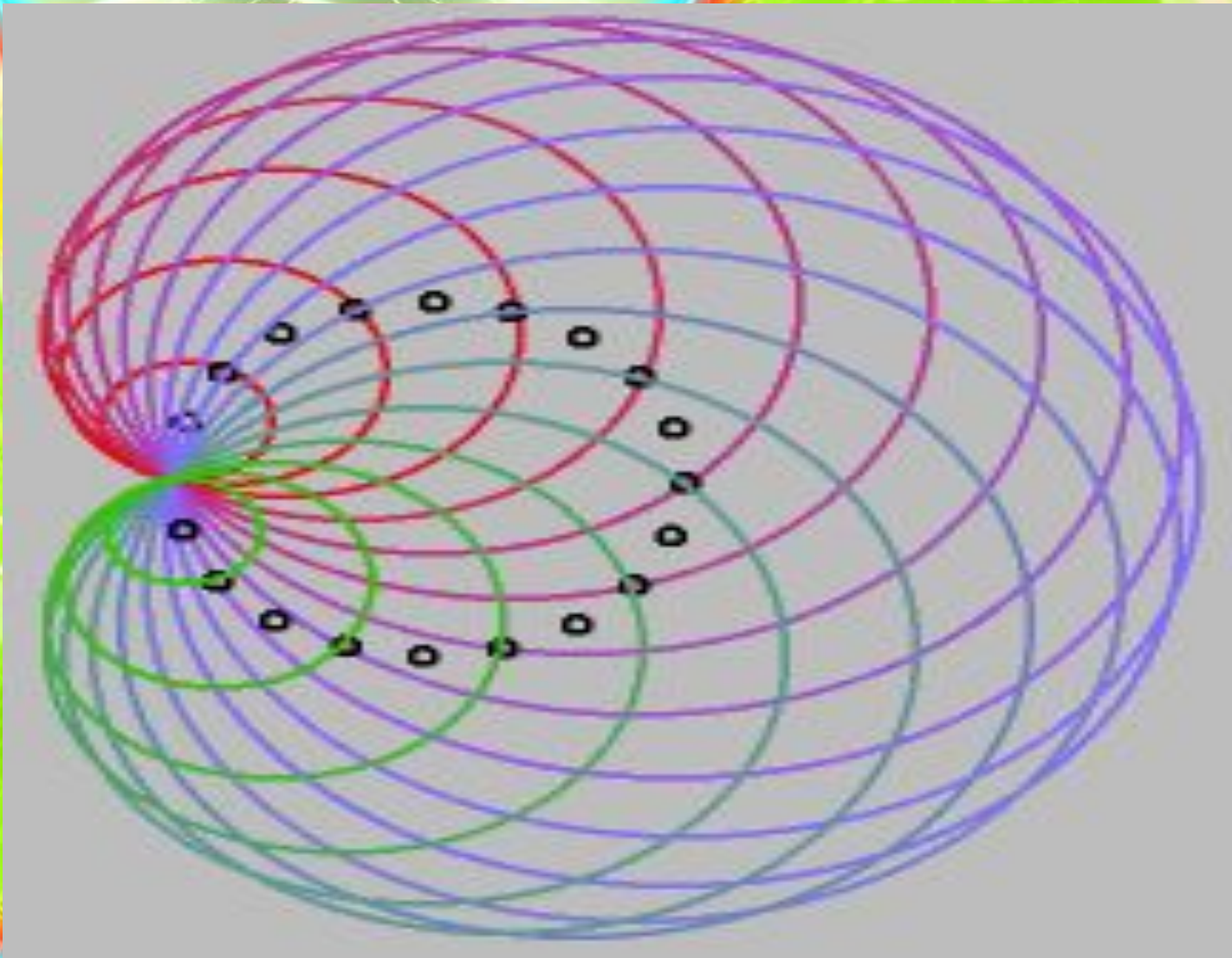
TTT



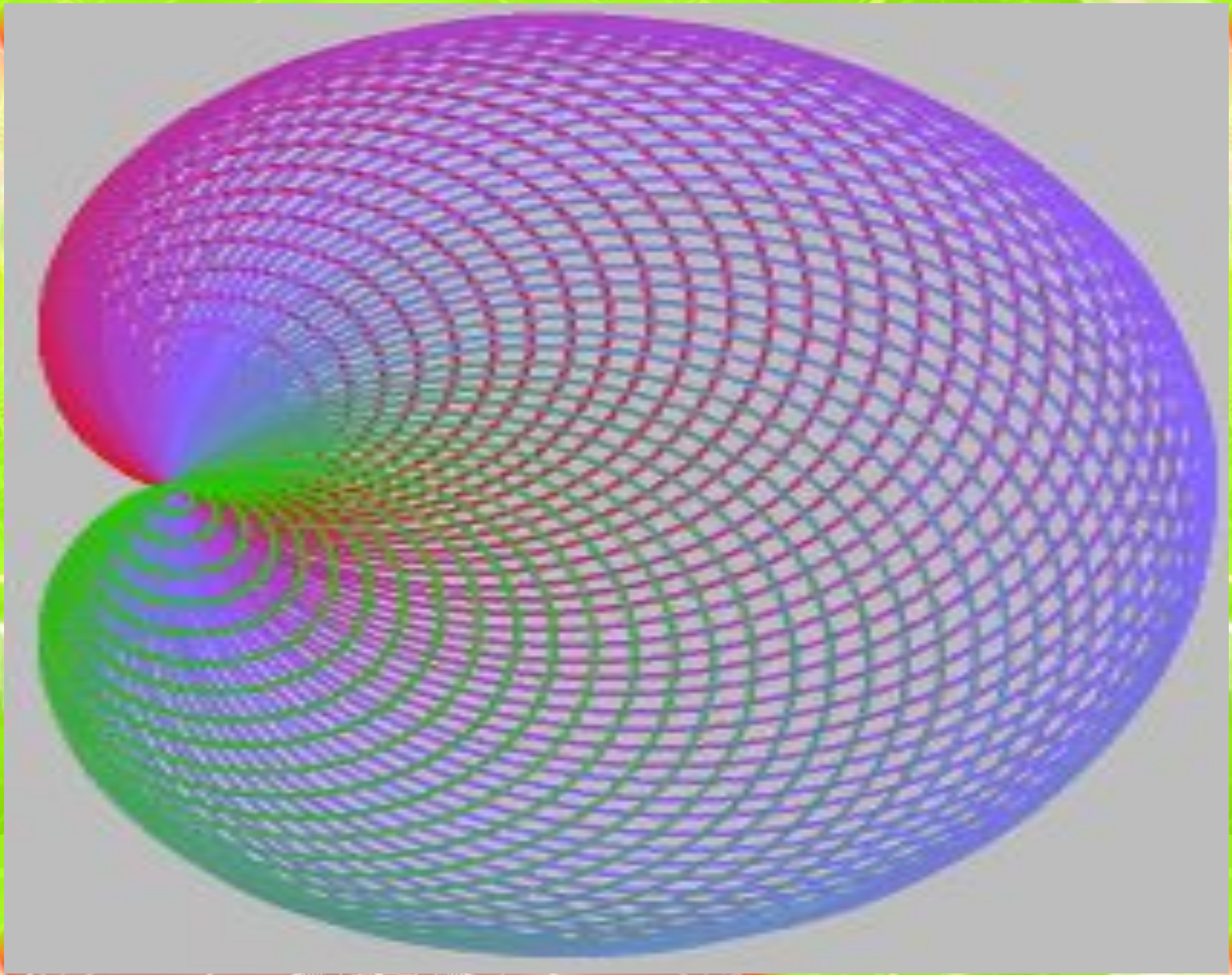




# Создание шедевров





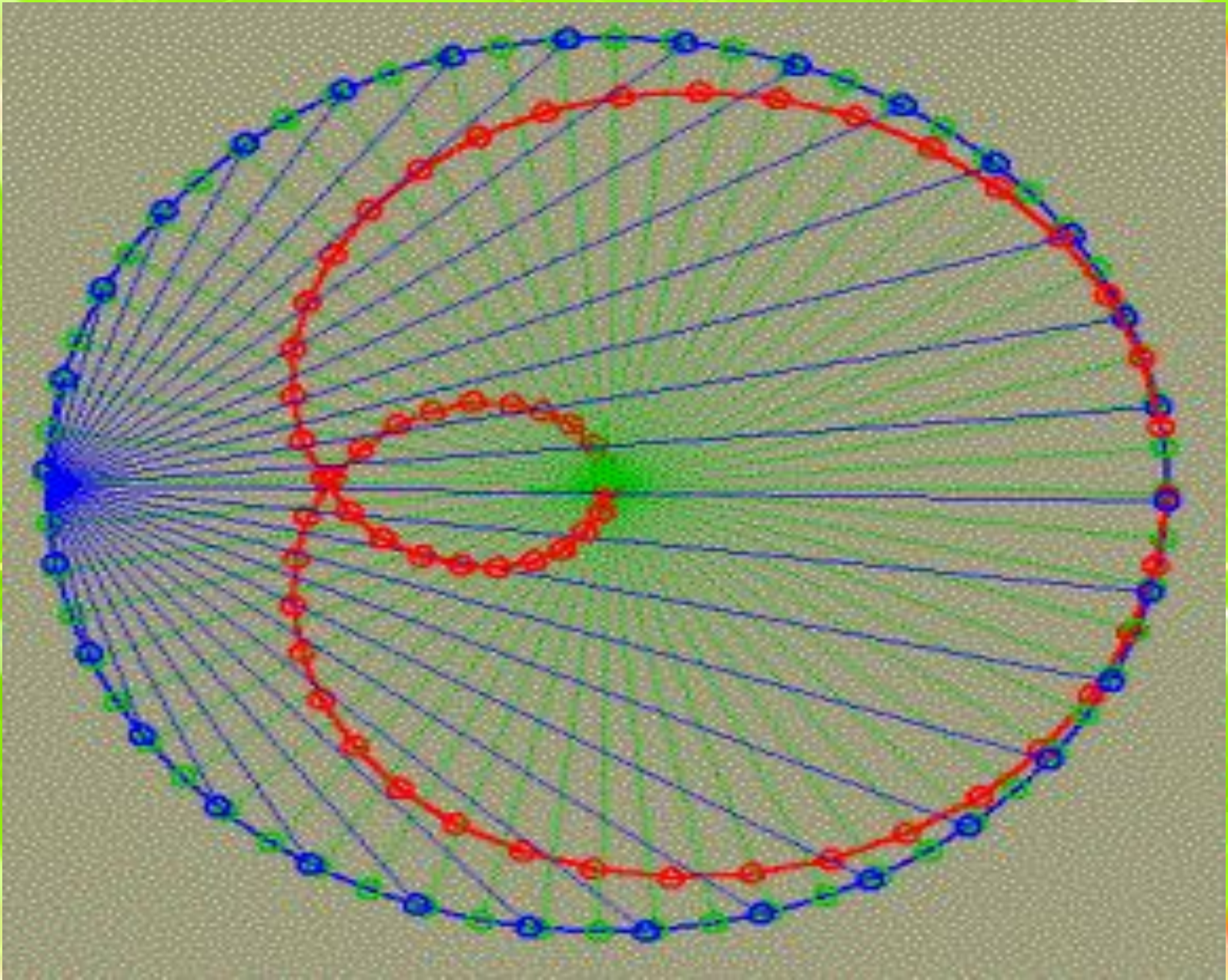




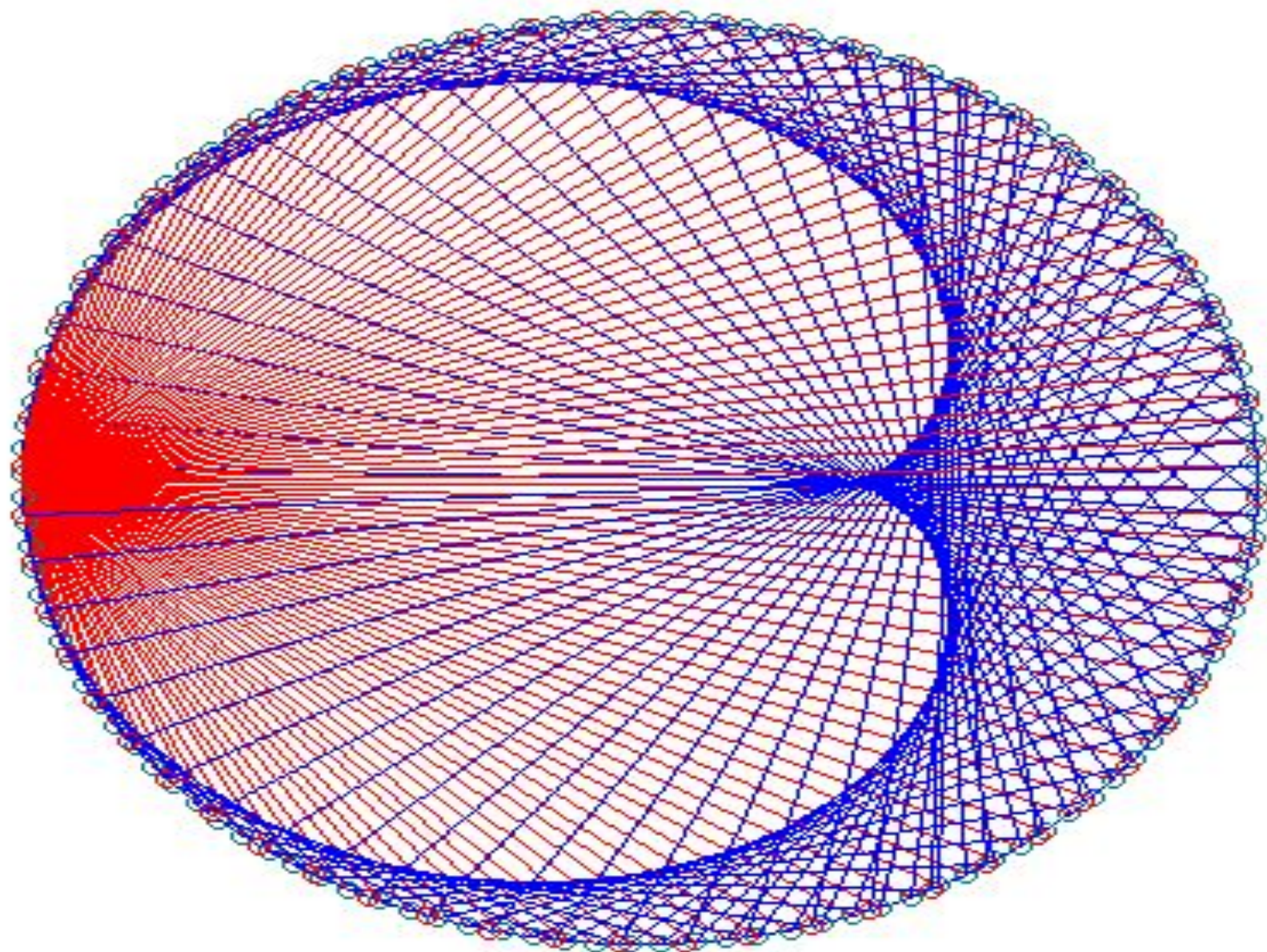
- Теперь нас отделяет от создания шедевра один маленький шаг делаем толщину линии побольше (например, 55 пикселей) и раскрашиваем каждый четный круг в желтый цвет, а нечетный в черный. И получаем шедевр поп-арта, которому позавидовал бы сам Малевич.











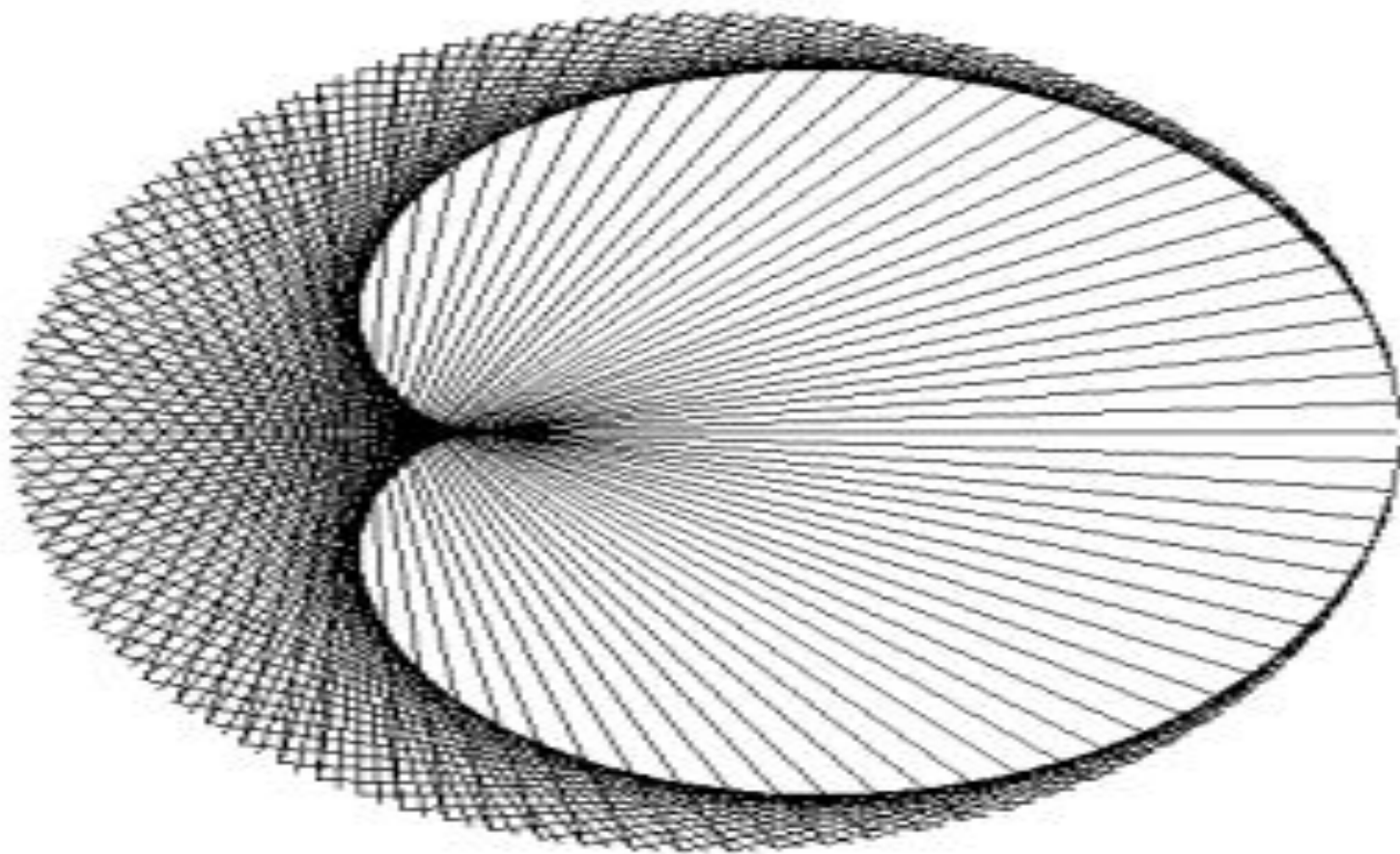


# Паутина

На окружности берутся точки с определенным шагом, и каждая из них соединяется с такой же точкой, но сдвинутой по фазе в какое-то число раз ( $n$ ). Это число можно задавать или брать случайным образом. Точки пересечения хорд сливаются в муаровый узор самых замысловатых форм. При  $n=1$  не нарисовывается ничего, так как начальные и конечные точки линий совпадают, зато при увеличении  $n$  будут появляться фигуры с узлами, причем количество узлов равно  $n-1$ . Нас же особенно интересуют случаи для  $n=2$ , при этом нарисовывается фигура, хорошо уже изученная нами кардиоида. При  $n=3$  так называемая нефроида с двумя узлами. Если  $n-1$  делитель числа 360, то картинка проявляет

н  
л

ла



ПТТ



Список литературы:

Прохоров «Большая энциклопедия»

Угринович Н.Д. «Информатика и  
информационные Технологии»

Учеб. для 10-11 классов – М.:БИНОМ, 2005г.

Интернет-ресурсы:

[www.rubricon.com](http://www.rubricon.com)

Программное обеспечение:

Adobe Photoshop

MS Power Point