Умножение вектора на число

Произведением вектора на число λ называется вектор, координаты которого равны координатам данного вектора, умноженным на число λ.

$$\overrightarrow{(a_1; a_2)} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \overrightarrow{(\boldsymbol{\lambda} a_1;\ \boldsymbol{\lambda} a_2)}$$

Дан вектор $\vec{a}(4; -2)$

Найти: $2\vec{a}$, $\frac{1}{2}\vec{a}$; $-3\vec{a}$

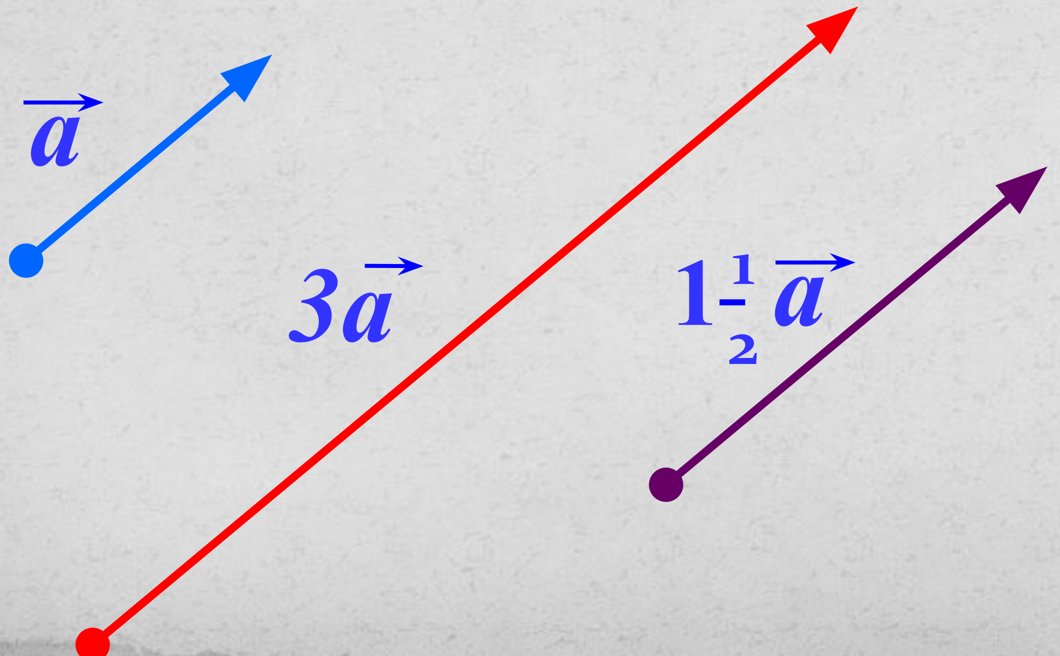
$2\vec{a}(8; -4)$

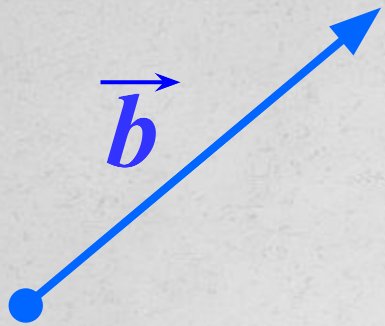
$\frac{1}{2}\vec{a}(2; - 1)$

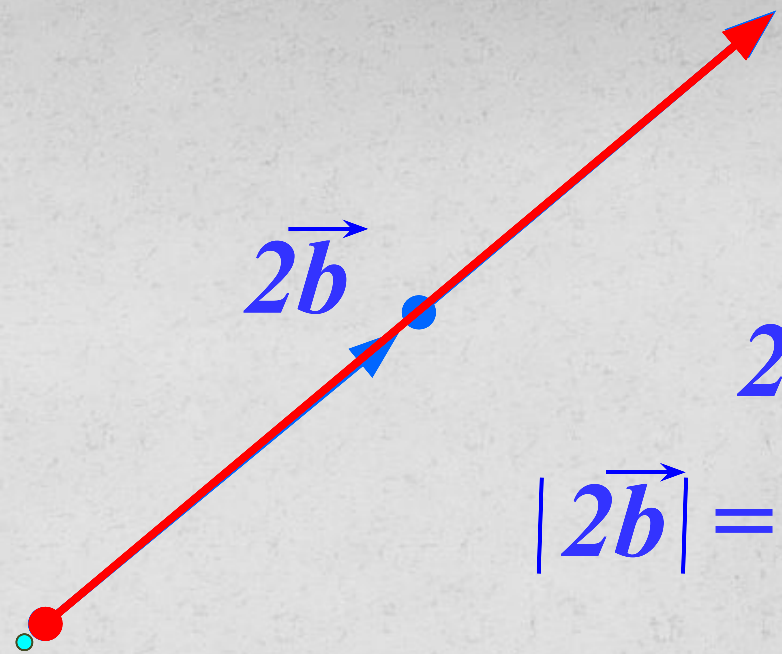
$-3\vec{a}(-12; 6)$

Теорема 10.2

Абсолютная величина вектора $\lambda\vec{a}$ равна $|\lambda| \cdot |\vec{a}|$. Направление вектора $\lambda\vec{a}$ при $\vec{a} \neq 0$ совпадает с направлением вектора $\vec{a}$, если $\lambda > 0$, и противоположно направлению вектора $\vec{a}$, если $\lambda < 0$

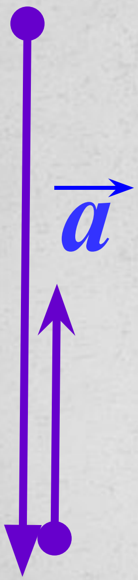






$$2\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

$$|2\vec{b}| = |2|\cdot|\vec{b}|$$



$$-\frac{1}{2}\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$$

$$-\frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\left|-\frac{1}{2}\vec{a}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right|\cdot|\vec{a}|$$

Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.

$$k \cdot \vec{o} = \vec{o}$$

Произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор.

$$o \cdot \vec{a} = \vec{o}$$

Законы умножения вектора на число

Для любых $\vec{a}$, $\vec{b}$ и любых чисел k, l

1 $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ **Сочетательный закон**

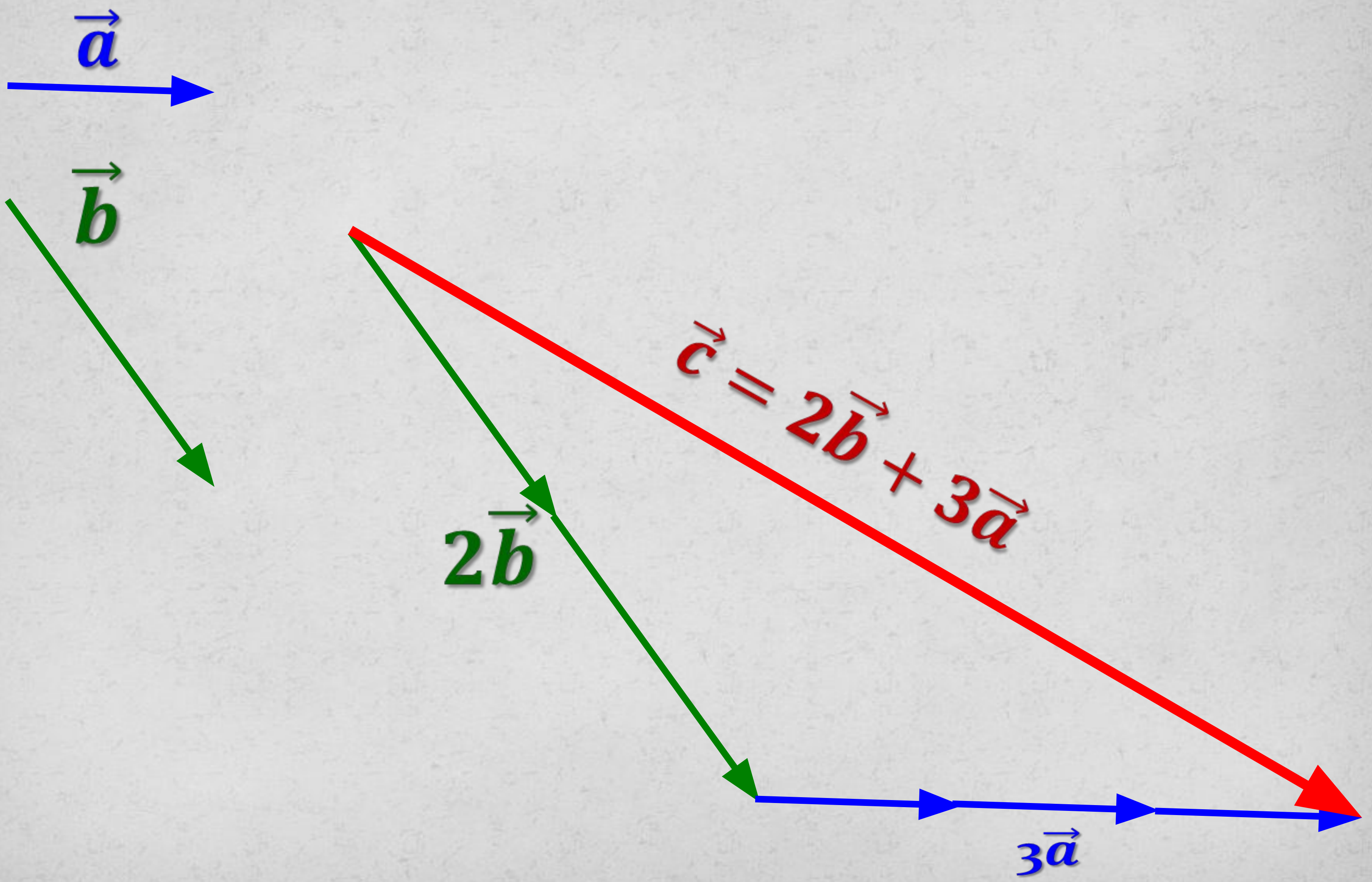
2 $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$

Первый распределительный закон

3 $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$

Второй распределительный закон

Построить вектор $\vec{c} = 2\vec{b} + 3\vec{a}$



Скалярное произведение векторов

Определение

Скалярным произведением векторов $\vec{a}(a_1; a_2)$ и $\vec{b}(b_1; b_2)$ называется число $a_1b_1 + a_2b_2$.

Скалярным квадратом вектора $\vec{a}$ называется скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{a}$. Обозначается $\vec{a}^2$

Даны векторы $\vec{a}(2;\ -3)$, $\vec{b}(4;\ 5)$, $\vec{c}(-1;\ 2)$. Вычислить $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$ и $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$. Сравнить полученные результаты.

Для любых векторов $\vec{a}(a_1;\ a_2)$, $\vec{b}(b_1;\ b_2)$, $\vec{c}(c_1;\ c_2)$ справедливо равенство

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}.$$

Определение

<u>**Углом**</u> **между ненулевыми векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ называется угол BAC**

B

A

C

ТЕОРЕМА 10.3

Скалярное произведение векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между ними

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$$

Следствие из теоремы

Если векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю.

Обратно:

Если скалярное произведение отличных от нуля векторов равно нулю, то векторы перпендикулярны.

Задача

В параллелограмме ABCD $\angle BAC = 120°, \angle CAD = 30°$. Найти:

а) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}$, если AD = 8, AC = 6

б) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, если AB = 3, AC = 6

в) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$, если стороны параллелограмма 4 и 8

Задача

$\vec{a}(-2;\ -3)$, $\vec{b}(1;\ 4)$. Найти

а) $\vec{a}^2$ б) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ *в)* $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}$

Найти угол между векторами $\vec{a}(2;\ -4)$, $\vec{b}(3;\ -1)$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Стр. 134-135, п.96, 137-138, п. 98, рабочая тетрадь № 292-295, 303, 306, 308, 309, 311.