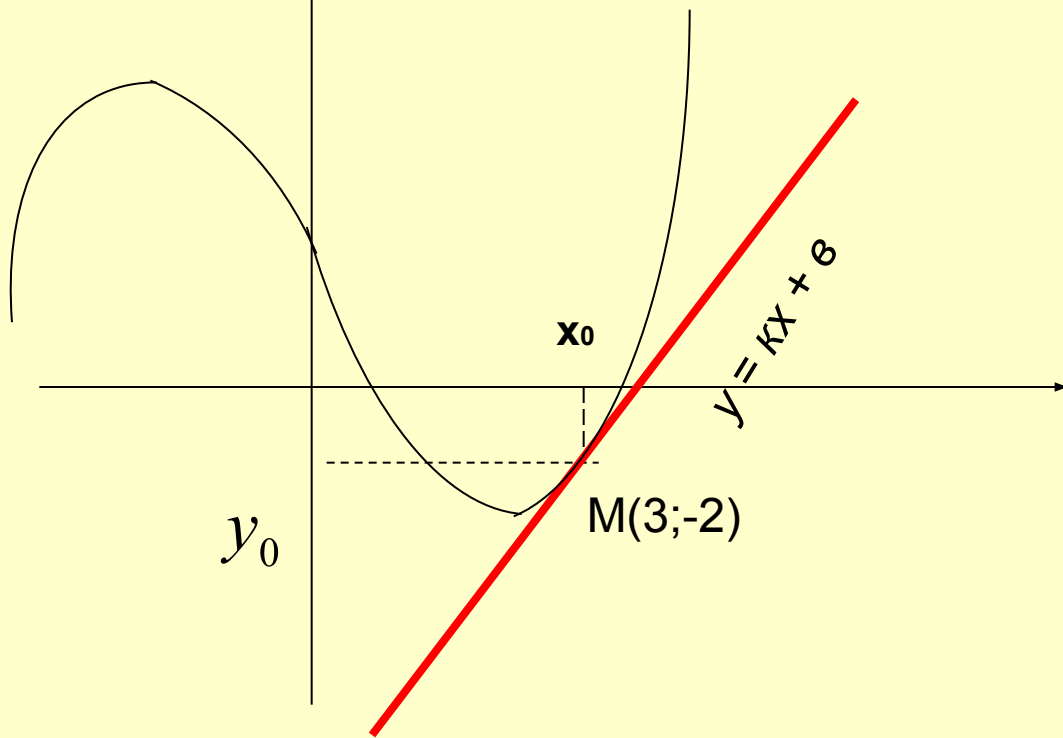


20.02.2008

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$$



Задача:

Составить уравнение прямой, имеющую с графиком функции  $f(x)$ , одну общую точку  $M(3; -2)$

10 класс

Физико-математический профиль

# Уравнение касательной и нормали к графику функции.

Учитель Ласкевич С.В.

- *Девиз урока:*
- **«Решай, ищи, твори и мысли»**

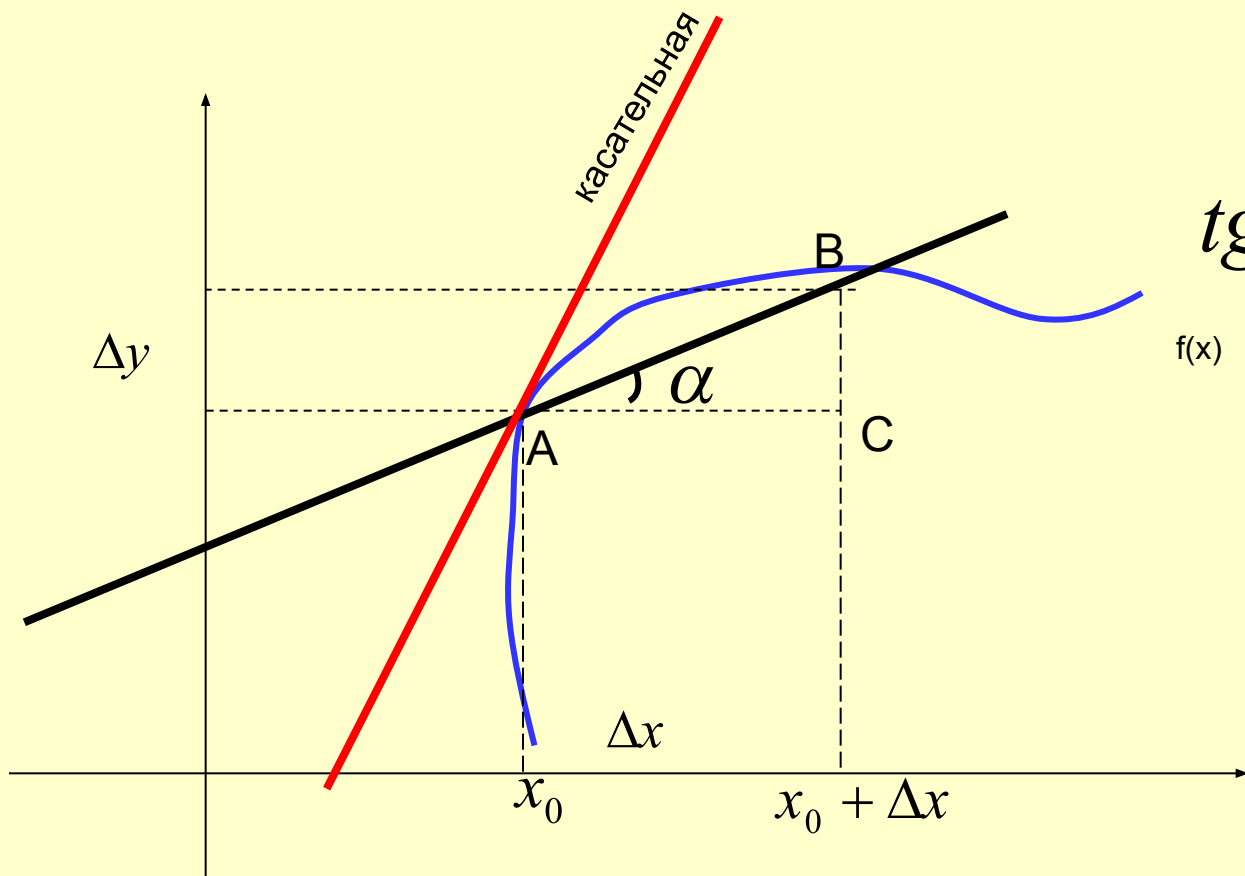
Цель урока:

- 1) узнать как составлять уравнение касательной к графику
- 2) Подготовиться к самостоятельному распознаванию типа ключевых задач для решения задач, требующих исследовательских умений.
- 3) научиться решать задачи по теме.

**Планируемый результат урока:**

Уметь составлять уравнение касательной и нормали к графику функции.

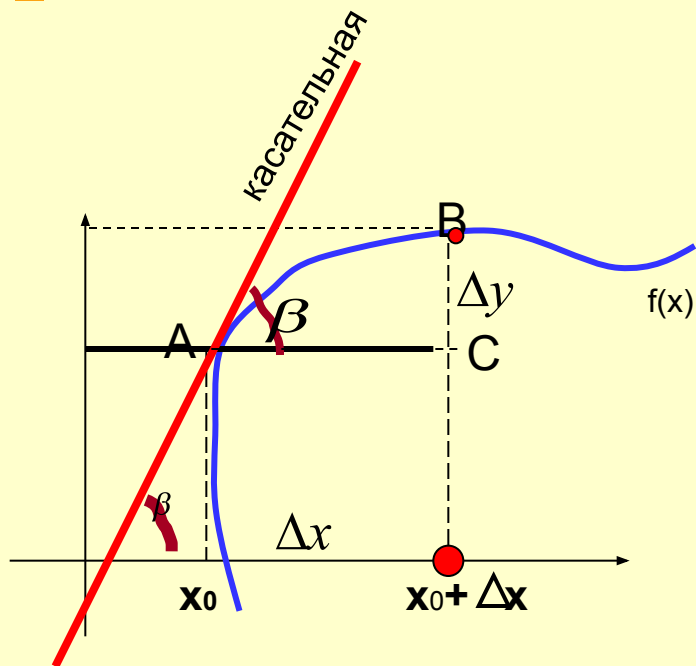
Научиться распознавать опорные типы задач, для решения более сложных.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k$$

$$k = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

**Касательной** к графику функции  $f(x)$  в точке  $A(x; f(x))$  называется прямая, представляющая предельное положение секущей  $AB$ , (если оно существует) когда  $B$  стремится к  $A$ .



Угловый коэффициент касательной получается из углового коэффициента секущей в процессе предельного перехода от B к A

$$k_{кас.} = \lim k_{сек}$$

- но условие B → A можно заменить условием  $\Delta x \rightarrow 0$

$$k_{кас.} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k_{сек.} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{f'(x_0)}$$

$$k = f'(x_0)$$

## - Геометрический смысл производной

Значение производной функции  $y = f(x)$  в точке касания  $X_0$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в  $X_0$ .

$$k = f'(x_0)$$

$$k = \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} \beta = f'(x_0)$$

Пусть в точке  $A(x_0; y_0)$  проведена касательная  
Уравнение любой прямой проходящей через данную точку  
имеет вид

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$k = f'(x_0)$$

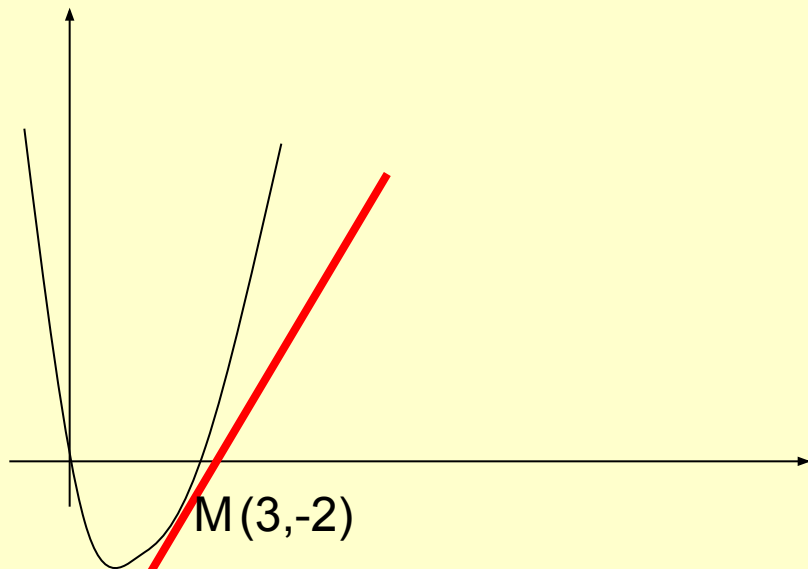
$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y_0 = f(x_0)$$

Или

$$y_K = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

## Решение исходной задачи.



Составьте уравнение касательной к графику функции в точке  $M(3; -2)$ .

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$$

### Решение.

$$y_k = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

- Алгоритм составления уравнения касательной:

- 1.  $f(3) = -2$

- 2.  $f'(x) = x^2 - 4$

- 3.  $f'(3) = 5$

- 4.  $y_k = -2 + 5(x - 3);$

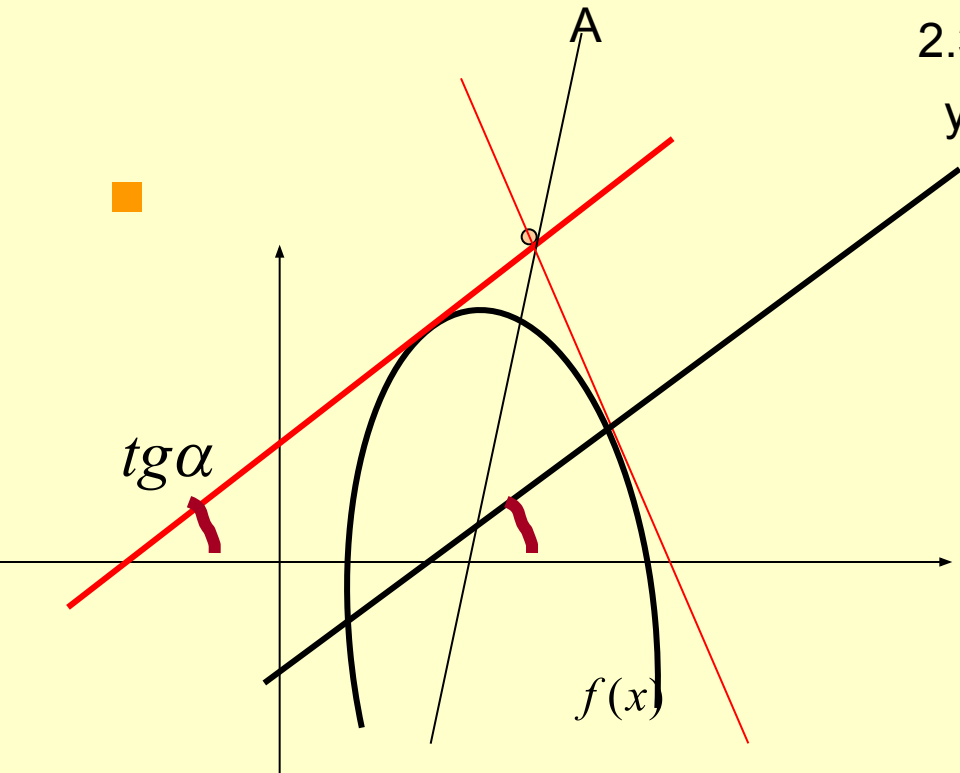
*ответ* :  $y_k = 5x - 17;$



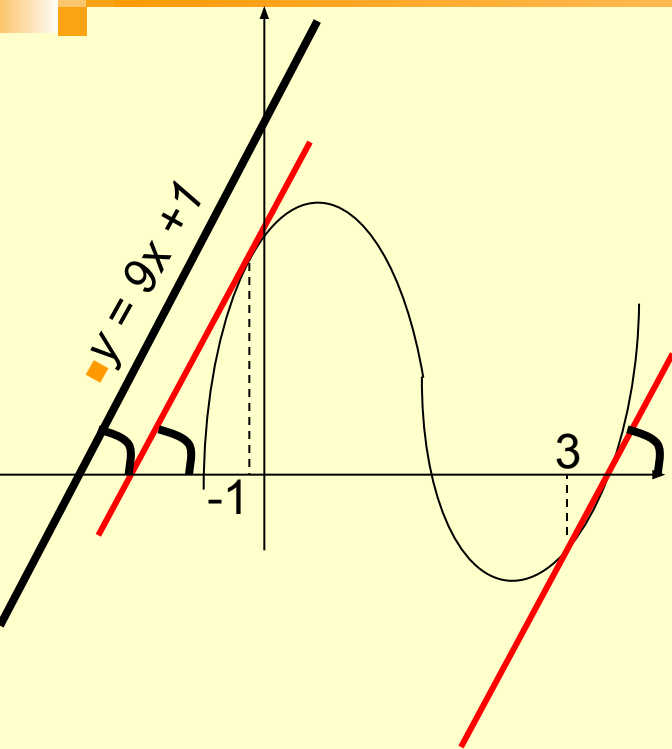
# Типы задач.

1. Задачи на касательную, заданную точкой.

2. Задачи на касательную, заданную её угловым коэффициентом.



- Если функция дифференцируема в т  $x=a$  то в этой точке к графику можно провести касательную и
- обратно: если в  $x=a$  к графику  $y=f(x)$  можно провести не вертикальную касательную, то. функция дифференцируема в т  $x=a$
- - Это позволяет по графику  $f$ -ии находить точки в которых  $f$ -ия имеет или не имеет производную.



- Написать уравнения всех касательных к графику ф-ии
- $y = x^3 - 3x^2 + 3$
- параллельных прямой  $y = 9x + 1$

Решение.

$$1. x_0 = a \quad k = 9$$

$$2. y'(a) = 3a^2 - 6a = 9$$

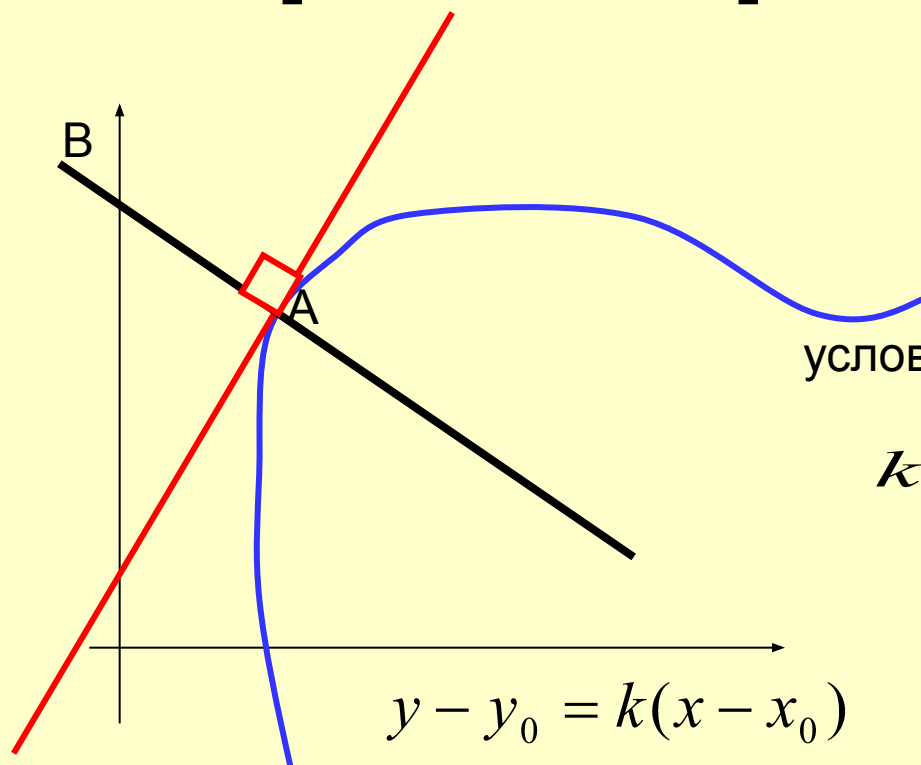
$$4. a = -1 \quad a = 3$$

5. По алгоритму

Ответ:  $y_k = 9x + 8$

$$y_k = 9x - 24$$

# Уравнение нормали.



- Нормалью к графику функции в т.А называется прямая, проходящая через данную точку перпендикулярно касательной.

условие перпендикулярности двух прямых

$$k_n = -\frac{1}{k} \quad k_n = -\frac{1}{f'(x_0)}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad y_n - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

$$y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

Решить самостоятельно.

- 1). Составить уравнение нормали к кривой  $y = x^3$  в точке (2; 8).

Ответ.  $y = 8 - \frac{x - 2}{12}$

- 2). При каком значении параметра « $p$ » касательная к графику функции  $y = px^2$  в точке (1, 1) образует с осью  $OX$  угол  $\frac{\pi}{3}$  равный

Ответ:  $p = \frac{\sqrt{3}}{2}$

## Решение задач.(устно)

- Найти значение производной в точке  $x$ , если угловой коэффициент касательной к графику этой функции в т.х равен 0,18.
- Найти тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной в точке (2;2) к графику функции  $f(x) = 4x^2 - 7x$

Итог урока.

- Что называется касательной к графику функции?
- Что называется нормалью к графику функции?
- Назвать алгоритм составления уравнения касательной и нормали.
- В чём состоит геометрический смысл производной?

# Задание на дом.

- Ананченко К.О

- **п.70 № 465**

Всем спасибо.