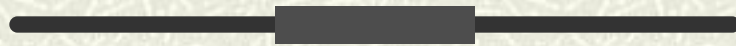


# Уравнения



# Определения

---

- Равенство с переменной  $g(x) = f(x)$  называется *уравнением с одной переменной  $x$* .
  - Всякое значение переменной, при котором  $f(x)$  и  $g(x)$  принимают равные числовые значения, называется *корнем уравнения*.
  - Решить уравнение - это значит найти все его корни или доказать, что их нет.
-

# Равносильные уравнения

---

- Уравнения, имеющие одни и те же корни, называются *равносильными*.
  - Равносильными считаются и уравнения, у которых нет корней.
  - Например, уравнения  $x + 2 = 5$  и  $x + 5 = 8$  равносильны;
  - уравнения  $x^2 + 5 = 0$  и  $3x^2 + 1 = 0$  равносильны, так как корней не имеют.
-

# Теорема 1

---

- Если в уравнении какое-нибудь слагаемое перенести из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному.
-

# Теорема 2

---

- Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.
-



# Линейные уравнения

---

- Линейным уравнением с одной переменной  $x$  называют уравнение вида  $ax = b$ , где  $a, b \in R$ ;  $a$  называют коэффициентом при переменной,  $b$  - свободным членом.

# Три случая для линейного уравнения $ax = b$

---

- 1)  $a \neq 0$ ; в этом случае корень равен  $b/a$ ;
  - 2)  $a = 0, b = 0$ ; в этом случае уравнение принимает вид  $0x = 0$ , что верно при любом  $x$ , т. е. корнем уравнения является любое действительное число;
  - 3)  $a = 0, b \neq 0$ ; в этом случае уравнение принимает вид  $0x = b$ , оно не имеет корней.
-

# Квадратное уравнение

---

- Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2+bx+c=0,$$

где  $a, b, c \in R$  ( $a \neq 0$ ).

Числа  $a, b, c$  носят следующие названия:  $a$  - первый коэффициент,  $b$  - второй коэффициент,  $c$  - свободный член.

---



# Дискриминант

---

- Выражение  $D=b^2-4ac$  называется **дискриминантом** квадратного уравнения.
- Если  $a = 1$ , то квадратное уравнение вида  $x^2+px+q=0$  называется **приведенным**, а его дискриминант  $D=p^2-4q$ .

# Теорема 3: $D \geq 0$

- Если  $D \geq 0$ , то квадратное уравнение имеет корни  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ , причем если  $D = 0$ , то уравнение имеет два совпадающих корня, а если  $D > 0$ , то уравнение имеет два различных действительных корня, определяемых формулой:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Теорема 3: $D < 0$

---

- Если  $D < 0$ , то квадратное уравнение не имеет действительных корней.

# Корни приведенного уравнения

- В случае приведенного квадратного уравнения и формулы корней имеют вид:

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$
$$x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$