Уравнения с одной переменной.

Цель :выявить связь между теорией и практикой при решении уравнений с одной переменной.

Задачи:

-провести анализ полученной информации;

-определить способы решения уравнений;

-установить взаимосвязь теории с практикой.

4x и 5x+2

При $x=1$

$4*1 = 5*1+2$ – ложное

При $x = -2$

$4*(-2) = 5*(-2)+2$ – истинное

Определение: Пусть f (x) и g (x) - два выражения с переменной x и областью определения X. Тогда высказывательная форма вида f (x) =g (x) называется уравнением с одной переменной.

Примеры.

- 4x =5x+2 X Є R

только при x = -2 – истинное числовое равенство.

- (x-1)(x+2)=0. X Є R

при x =1 и x =-2 – истинное числовое равенство.

- (3x+1)2=6x+2, 6x+2=6x+2, X Є R

Решением является множество действительных чисел.

Равносильность уравнений.

- Определение: Два уравнения называются равносильными, если их множества решений равны.
- Теорема 1: Пусть уравнение f (x) = g (x) задано на множестве X и h (x) - выражение, определенное на том же множестве. Тогда уравнение f (x) = g (x) (1) f (x)+ h (x)= g (x)+ h (x) (2) равносильны на множестве X

Доказательство:

- T_1 – множество решений уравнения (1), T_2 - множество решений уравнения (2).
- Пусть *а* – корень уравнения (1). Тогда $a \in T_1$.
- f *(a)* = g *(a)* – истинное. | + h (*a*)
- f *(a)*+ h *(a)*= g *(a)*+ h (*a*) – истинное.
- Значит *а* – является также и корнем уравнения (2). Т.е. $T_1 \subset T_2$.
- Пусть теперь *в* – корень уравнения (2).Тогда $в \in T_2$
- f *(в)*+ h *(в)*= g *(в)*+ h (в) – истинное. | - h (в)
- f *(в)* = g *(в)* – истинное.
- Значит *в* – является также и корнем уравнения (1). Т.е. $T_2 \subset T_1$.

Следствия:

1. Если к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число, то получим уравнение, равносильное данному.
2. Если какое- либо слагаемое перенести из одной части уравнения в другую, поменяв знак слагаемого на противоположный, то получим уравнение, равносильное данному.

Теорема 2: Пусть уравнение f (x) = g (x) задано на множестве X и h (x) - выражение, определенное на том же множестве и не обращающееся в нуль ни при каких значениях x из множества X. Тогда уравнение f (x) = g (x) и f (x)*h (x)= g (x)*h(x) равносильны на множестве X.

Следствие: Если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то получим уравнение, равносильное исходному.

Пример 1:

- $1 - \frac{x}{3} = \frac{x}{6}$

$$\frac{6 - 2x}{6} = \frac{x}{6}$$

$$6 - 2x = x$$

$$6 = x + 2x$$

$$6 = 3x$$

$$x = 2$$

Пример 2:

- $x(x-1) = 2x \quad | : x$

  $x - 1 = 2$

  $x = 3$
- $x = 0$ – потерян.
- Правильное решение:

  $x(x-1) - 2x = 0$

  $x(x - 1 - 2) = 0$

  $x = 0$ или $x - 3 = 0$

  $x = 3$

Пример 3:

$$\frac{5x - 15}{(x+2)(x-3)} = 0$$

$x + 2 \neq 0$ и $x - 3 \neq 0$

$5x - 15 = 0$

$x = 3$ – посторонний корень.