

Уравнения, содержащие знак модуля

ПОДГОТОВИЛА:
УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
МОУ СОШ №30 ИМЕНИ А.И.КОЛДУНОВА
КУТОМАНОВА Е.М.
2010-2011 УЧЕБНЫЙ ГОД

Алгоритм решения уравнений вида

$$|f_1(\mathbf{x})| + |f_2(\mathbf{x})| + |f_3(\mathbf{x})| + \dots + |f_n(\mathbf{x})| = g(\mathbf{x})$$

1. Найти нули всех подмодульных выражений, расположить их по мере возрастания на числовой оси.
2. На полученных интервалах определить знак каждого подмодульного выражения и раскрыть модули по определению.
3. Решить полученные уравнения.

$$1. |x-2| + |x-4| = 3$$

1) Нули модулей:

$$x-2=0, \quad x=2$$

$$x-4=0, \quad x=4.$$

2) Знаки подмодульных выражений:

	$X < 2$	$2 \leq X < 4$	$X \leq 4$
$x-2$	-	+	+
$x-4$	-	-	+

3) Если $x < 2$, то $2 - x + 4 - x = 3$,

$$6 - 2x = 3,$$

$$2x = 3,$$

$x = 1,5$ - посторонний корень.

Если $2 < x < 4$, то $x - 2 + 4 - x = 3$,

$0 \cdot x = 1$, корней нет.

Если $x > 4$, то $x - 2 + x - 4 = 3$,

$$2x - 6 = 3,$$

$$2x = 9,$$

$x = 4,5$ - корень.

Ответ: 4,5.

$2. |x| + |x-6| = 6$

1) Нули модулей:

$$x=0,$$

$$x-6=0, x=6.$$

2) Знаки подмодульных выражений:

	$x < 0$	$0 \leq x < 6$	$x \geq 6$
x	-	+	+
$x-6$	-	-	+

Если $x < 0$, то $-x - x + 6 = 6$,

$$-2x = 0,$$

$x = 0$ -посторонний корень.

Если $0 \leq x < 6$, то $x - x + 6 = 6$,

$$0 \cdot x = 0,$$

x -любое число, удовлетворяющее
условию $0 \leq x < 6$.

Если $x \geq 6$, то $x + x - 6 = 6$,

$$2x = 12,$$

$x = 6$ -корень.

Ответ: $[0; 6]$.

$$3. |x+2| - |x-3| = 5$$

1) Нули модулей:

$$x+2=0, x=-2.$$

$$x-3=0, x=3.$$

2) Знаки подмодульных выражений:

	$x < -2$	$-2 \leq x < 3$	$x \geq 3$
$x+2$	-	+	+
$x-3$	-	-	+

Если $x < -2$, $-x-2+x-3=5$,
 $0 \cdot x=10$, корней нет.

Если $-2 \leq x < 3$, $x+2+x-3=5$,
 $2x=6$,
 $x=3$ - посторонний корень.

Если $x \geq 3$, то $x+2-x+3=5$,
 $0 \cdot x=0$,

x - любое число, удовлетворяющее условию
 $x \geq 3$.

Ответ: $x \geq 3$.