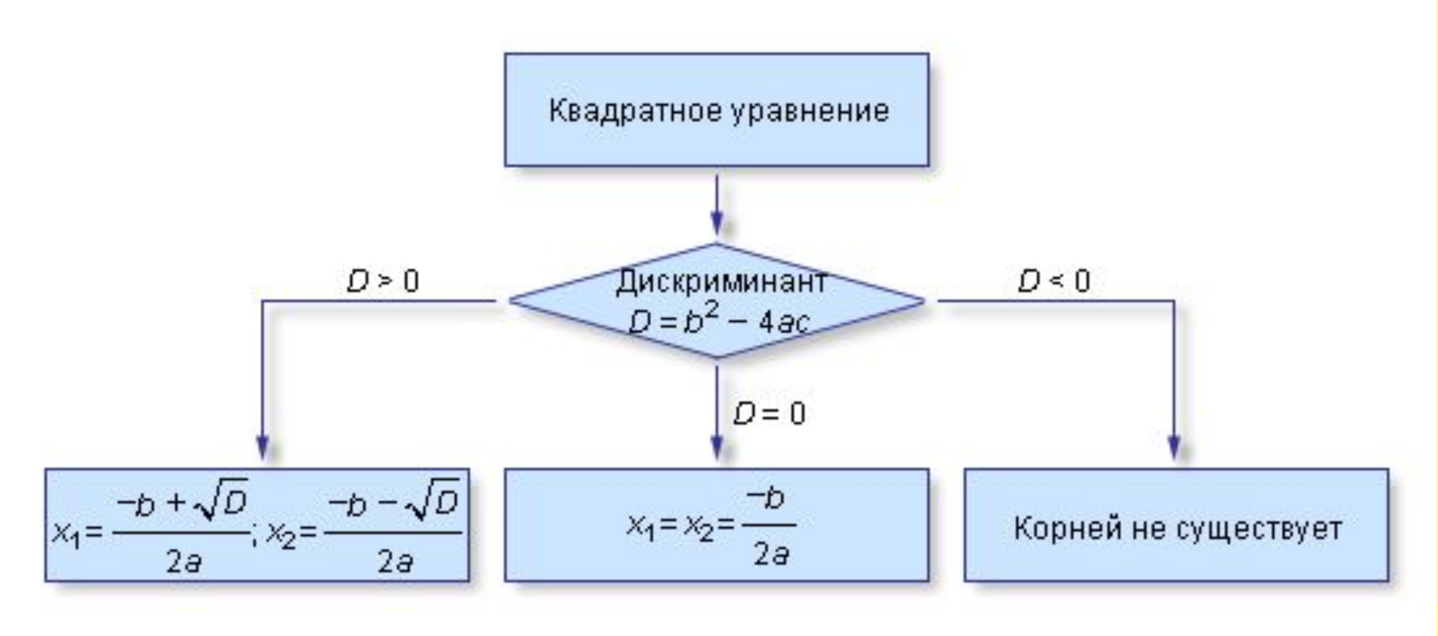
Уравнения, сводящиеся к квадратным.

Авторы работы:
ученик 8 класса

Квадратное уравнение

Решение уравнений, сводящихся к квадратным, сводится к решению квадратных уравнений.



Существует ряд уравнений, которые удается решить при помощи сведения их к квадратным уравнениям.

Определение!!!

Уравнение $ax^4+вx^2+c=0$, где $a\neq0$,

Называется биквадратным

Алгоритм решения биквадратного уравнения:

1	Сделать замену переменной	$x^2 = t$
2	Получится	$at^2 + bt + c = 0$
3	Найти корни квадратного уравнения	$t_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
4	Обратная подстановка	$\left[\begin{array}{l} x^2 = t_1 \\ x^2 = t_2 \end{array}\right.$
5	Если $t_k < 0$ Если $t_k > 0$ Если $t_k = 0$	корней нет $x = \pm\sqrt{t_k}$ $x = 0$
Таким образом, биквадратное уравнение может иметь от 0 до 4 решений		

Образец решения:

1.Запишем уравнение

$9x^4-32x^2-16=0$

2. Введем новую переменную

Пусть $x^2=t,\ t\geq 0$

Тогда $x^4=t^2$

3. Запишем уравнение, используя новую переменную

$9t^2-32t-16=0$

4. Решим квадратное уравнение

$D=b^2-4ac$

$D=(-32)^2-4\times 9\times(-16)=1024+576=1600$

$D>0$, два корня

$t1=4$; $t2=-4/9$-не удовлетворяет условию $t\geq 0$

5. Выполним обратную замену

$t=4$, значит $x^2=4$

6. Решим полученное уравнение

$$x^2=4$$

$$x=\pm\sqrt{4}$$

$$x=\pm 2$$

7. Запишем ответ

Ответ: $-2;2$.

Уравнение №1

$$\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-3} = 3$$

Общий знаменатель дробей $(x+2)(x-3)$

Если $x+2 \neq 0$ и $x-3 \neq 0$ то, умножая обе части уравнения на

$(x+2)(x-3)$, получаем

$3(x-3)-4(x+2)=3(x+2)(x-3)$

Преобразуем это уравнение:

$$3x-9-4x-8=3(x^2-x-6)$$

$$-x-17=3x^2-3x-18$$

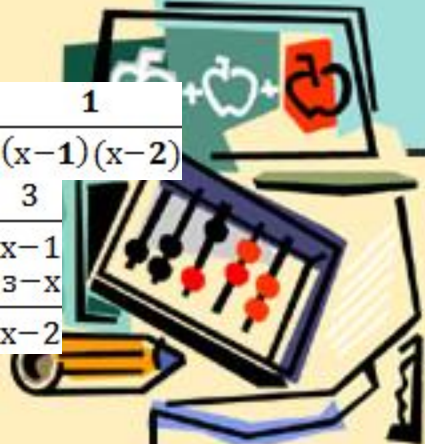
$$3x^2-2x-1=0$$

Решаем полученное квадратное уравнение:

$x_1=1$; $x_2=-\frac{1}{3}$;

Т.к. при $x_1=1$ и $x_2=-\frac{1}{3}$ знаменатели дробей исходного уравнения образующиеся в нуль, то числа 1 и $-\frac{1}{3}$ является корнями исходного уравнения.

Ответ: $x_1=1$; $x_2=-\frac{1}{3}$.



$\frac{1}{(x-1)(x-2)}$ $\frac{3}{x-1}$ $\frac{3-x}{x-2}$

Уравнение №2

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{3}{x-1}=\frac{3-x}{x-2}$$

$(x-1)(x-2)\neq 0$, отсюда следует

$1+3(x-2)=(3-x)(x-1)$. Преобразуем это уравнение

$1+3x-6=x^2+4x-3$

$x^2-x-2=0$

$x=-1$; $x=2$

при $x=-1$ | $(1-1)(1-2)\neq 0$

при $x=2$ | $(2-1)(2-2)=0$, поэтому число 2 не являеться корнем исходного уравнения

ответ: $x=-1$.

Заключение:

Уравнения, сводящиеся к квадратным, в алгебре встречаются практически в каждой теме.

Биквадратные уравнения является одним видом уравнений, приводимых к квадратным.