Презентация к уроку по теме «Урок одного уравнени я»

Алгебра и начала анализа 10 класс

Учитель математики

Секисова Валентина Васильевна

МБОУ «СОШ № 7»

г Касимов, Рязанская область.

2013г

- Цели: рассмотреть различные методы решения тригонометрического уравнения;
- развивать умение логически мыслить.

- Оборудование:
- интерактивная доска. презентация, чертежные инструменты.,
- тригонометрические формулы.

Уравнение одно – решений много.

Выполнили: Баранова Светлана

Езенкова Дарья

Руководитель: Секисова

Валентина Васильевна

МБОУ «СОШ №7»

г Касимов

«Знание только тогда знание, когда оно приобретено усилиями своей мысли.»

Лев Толстой

Мудрость гласит:

«Все дороги ведут в Рим»

$\sin x - \cos x = 1$

I способ

Метод разложения на множители, используя формулы двойного угла

$\sin x - \cos x = 1$

Применим формулы двойного угла:

$\sin a = 2\sin a/2\cos a/2$

$\cos a = 2\cos^2 a/2 - 1$

Тогда данное уравнение примет вид:

$2\sin x/2\cos x/2 - (2\cos^2 x/2 - 1) = 1$

$2\sin x/2\cos x/2 - 2\cos^2 x/2 + 1 = 1$

$2\sin x/2\cos x/2 - 2\cos^2 x/2 = 0$

Разложим на множители

$2\cos x/2(\sin x/2 - \cos x/2) = 0$

Произведение нескольких множителей равно 0 тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен 0, а другие при этом определены.

$\cos x/2 = 0$ или $\sin x/2 - \cos x/2 = 0$

Частный случай.

$x/2 = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

Имеем однородное уравнение I степени, поделим на $\cos x/2 \neq 0$

$\operatorname{tg} x/2 - 1 = 0$

$\operatorname{tg} x/2 = 1$

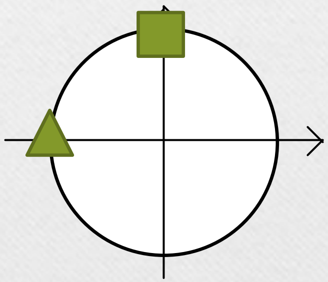
$x/2 = \pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

Покажем на окружности

$x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n, n \in Z$



Ответ: $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n, n \in Z$

II способ

Переход к однородному уравнению, применяя основные тригонометрические формулы

$\sin x - \cos x = 1$

Решим уравнение, применим формулу двойного угла:

$\sin a = 2\sin a/2 \cos a/2$

$\cos a = \cos^2 a/2 - \sin^2 a/2$

$1 = \cos^2 a/2 + \sin^2 a/2$

$2\sin a/2\cos a/2 - \cos^2 a/2 + \sin^2 a/2 = \cos^2 a/2 + \sin^2 a/2$

$2\sin a/2\cos a/2 - 2\cos^2 a/2 = 0$

Разложим на множители

$2\cos x/2(\sin x/2 - \cos x/2) = 0$

Произведение нескольких множителей равно 0 тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен 0, а другие при этом определены.

$\cos x/2 = 0$ или $\sin x/2 - \cos x/2 = 0$

Частный случай. Имеем однородное уравнение 1 степени, поделим

на $\cos x/2 \neq 0$

$x/2 = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$ $\quad$ $\operatorname{tg} x/2 - 1 = 0$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$ $\quad$ $\operatorname{tg} x/2 = 1$

$x/2 = \pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

III способ

При применении универсальной тригонометрической подстановки мы можем любое тригонометрическое уравнение свести к алгебраическому, но при этом необходимо помнить, что может произойти потеря корней. Поэтому необходимо выполнить проверку.

$$\sin x - \cos x = 1$$

Применим универсальную подстановку

$\sin a = (2\operatorname{tg} a/2)/(1+\operatorname{tg}^2 x/2)$

$\cos a = (1- \operatorname{tg}^2 x/2)/(1+\operatorname{tg}^2 x/2)$

$(2\operatorname{tg} a/2)/(1+\operatorname{tg}^2 x/2) - (1- \operatorname{tg}^2 x/2)/(1+\operatorname{tg}^2 x/2) = 1$ (доп. множитель $1+\operatorname{tg}^2 x/2$)

$2\operatorname{tg} x/2 - 1 + \operatorname{tg}^2 x/2 = 1 + \operatorname{tg}^2 x/2$

$2\operatorname{tg} x/2 = 2$

$\operatorname{tg} x/2 = 1$

Частный случай. $x/2 = \pi/4 + \pi n, n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n, n \in Z$

Проверим, не произошло ли потери корней, это те значения, при которых tg $x/2$ не имеет смысла:

$$x/2 = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$$

$$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$$

Следовательно, корни $x = \pi + 2\pi n$ потеряны.

$$2 \sin \pi - \cos \pi = 1$$

$$0 - (-1) = 1$$

$1=1$ верно

Ответ: $x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

IV способ

Переход к простейшему тригонометрическому уравнению путем применения формул сложения.

$\sin x - \cos x = 1$

Применим формулы привидения

$\cos a = \sin(\pi/2 - a)$, тогда

$\sin x - \sin(\pi/2 - x) = 1$

Применим формулу разности синусов:

$\sin x - \sin b = 2\cos(a+b)/2\sin(a-b)/2$

$2\sin(x - \pi/2 + x)/2\cos(x + \pi/2 - x)/2 = 1$

$2\sin(2x - \pi/2)\cos\ \pi/4 = 1$

$2\sin(x - \pi/4)\sqrt{2}/2 = 1$

$\sqrt{2}\sin(x - \pi/4) = 1$

$\sin(x - \pi/4) = \sqrt{2}/2$

Получили простейшее тригонометрическое уравнение.

$x - \pi/4 = (-1)^n \arcsin \sqrt{2}/2 + \pi n,\ n \in Z$

$x - \pi/4 = (-1)^n \pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

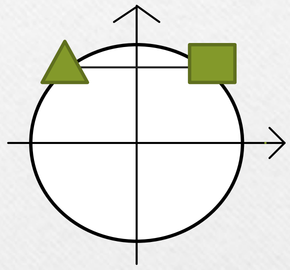
$x = (-1)^n \pi/4 + \pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

Покажем решение на единичной окружности.

$\sin(x - \pi/4) = \sqrt{2}/2$

$\pi/4$

$3\pi/4$



$x - \pi/4 = \pi/4 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x - \pi/4 = 3\pi/4 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

V способ

Метод введения вспомогательного угла намного ускоряет процесс решения уравнения

Уравнение вида

- asin x + bsin x = c

1 Найдем $\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

2 Раздели почленно $\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

(a/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$)sin x + (b/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$)cos x= c/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

3 Обозначим

cos φ = a/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$sin φ = b/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

4 Подставим

cos φsin x + sin φcos x= c/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

5 Левую часть свернем по формуле

sin(a + b) = sin acos b + cos asin b

sin(x + φ) = c/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$

6 Получили простейшее тригонометрическое уравнение.

x + φ = (-1)^narcsin (c/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$) + πn, n ϵ Z

x = (-1)^narcsin (c/$\sqrt{\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2}$) - φ + πn, n ϵ Z

$\sin x - \cos x = 1$

<u>1</u> $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

<u>2</u> $(1/\sqrt{2})\sin x - (1/\sqrt{2})\cos x = 1/\sqrt{2}$

<u>3</u> $\cos \varphi = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$ $\qquad$ $\sin \varphi = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$

$\varphi = \pi/4$ $\qquad$ $\varphi = \pi/4$

<u>4</u> Свернем по формуле $\sin(a - b)$

$\sin(x - \pi/4) = \sqrt{2}/2$

$x - \pi/4 = (-1)^n \arcsin \sqrt{2}/2 + \pi n, n \in Z$

$x - \pi/4 = (-1)^n \pi/4 + \pi n, n \in Z$

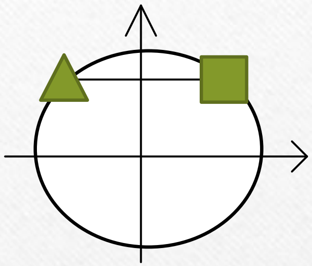
$x = (-1)^n \pi/4 + \pi/4 + \pi n, n \in Z$

Запишем в двух сериях

$\sin(x - \pi/4) = \sqrt{2}/2$

Корни I серии обозначим ■ - $\pi/4$

Корни II серии обозначим ▲ - $3\pi/4$



$x - \pi/4 = \pi/4 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x - \pi/4 = 3\pi/4 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$

Решим самостоятельно

Решить каждое уравнение несколькими способами.

(Работа в парах)

1 $\sin x - \cos x = \sqrt{(3/2)}$

2 **2** $\sin x/6 + \sqrt{3\cos x/6} + 1 = 0$

Сверим ответы.

1 $\sin x - \cos x = \sqrt{(3/2)}$

2 ***Ответ: 1)±5π/6-π/4+2πn, n € Z***

- $\sin x/6 + \sqrt{3\cos x/6}+1 = 0$
- ***Ответ: 2))±4π+π(12n+1)/ n € Z***

Дома.

Решить два уравнение (по выбору) всеми способами.

1 $\cos x + \sqrt{3 \sin x} = \sqrt{2}$

2 $\cos(x - \pi/6) - \sin(x - \pi/6)\operatorname{tg} \pi/6 = -(1/\sqrt{3})$

3 $2\sin x = \sqrt{6 + 2\cos x}$

4 $\sqrt{2}\sin x = 2 - \sqrt{2\cos x}$

Спасибо за внимание

Литература