

Устный счет: приемы и способы



Цель исследования: изучение методов и приемов быстрого устного счета.

Задачи исследования:

Изучить способы быстрого устного счета;

Рассмотреть алгоритмы быстрого счёта;

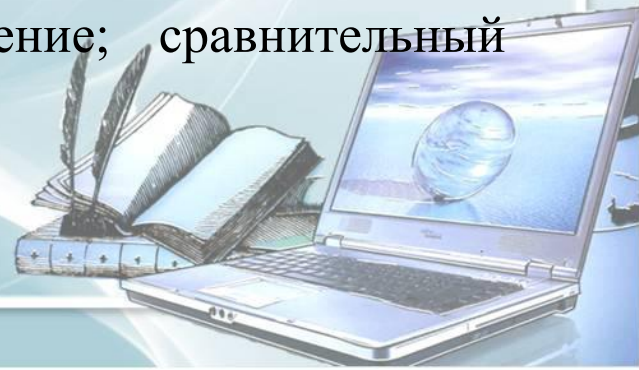
Выбрать наиболее рациональные способы быстрого счета.

Объекты исследования: способы действия с числами.

Предмет исследования: приемы быстрого устного счета.

Гипотеза исследования: развитие навыков быстрого счета происходит не только в результате тренировок и выполнения разнообразных виды устных упражнений, но и при знакомстве с правилами быстрого счета.

Методы: анализ литературы; наблюдение; сравнительный анализ.





Яков Трахтенберг был еврейско-русским математиком, который, находясь в заключении в фашистском концлагере во время Второй мировой войны, разработал систему быстрого счета. Занимался он этим, чтобы сохранить рассудок. Система Трахтенберга позволяет умножать большие числа на небольшие. Позже Яков Трахтенберг сбежал из концлагеря в Швейцарию, а потом, в 1950 году, основал в Цюрихе Математический институт, в котором преподавал свой метод.



Старинные способы быстрого счета

Русский крестьянский способ умножения

Пример: умножим 47 на 35,

- запишем числа на одной строчке, проведём между ними вертикальную черту;
- левое число будем делить на 2, правое – умножать на 2 (если при делении возникает остаток, то остаток отбрасываем);
- деление заканчивается, когда слева появится единица;
- вычёркиваем те строчки, в которых стоят слева чётные числа;

:2	47		35	·2
	23		70	
	11		140	
	5		280	
	2		560	
	1		1120	

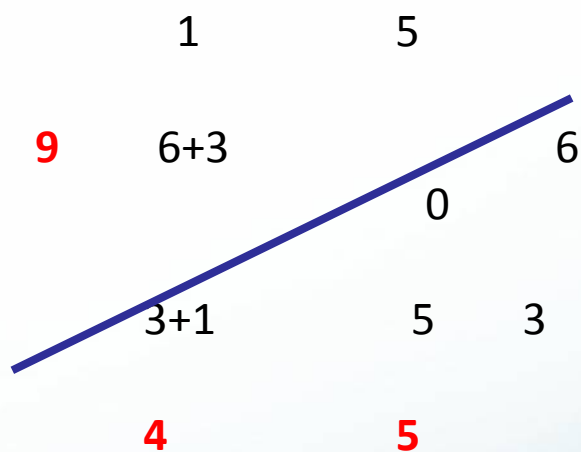
$35 + 70 + 140 + 280 + 1120 =$ - далее оставшиеся справа числа складываем – это результат;

1645.



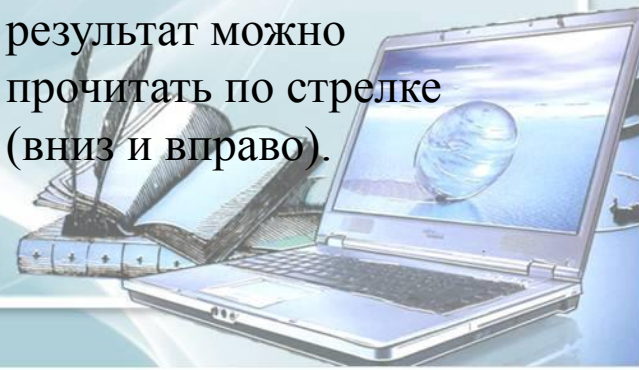
Метод «решетки» (Абу Абдалах Мухаммед Бен Мусса аль – Хорезми)

Пусть нужно умножить 15 и 64.



$$15 * 63 = 945$$

Начертим таблицу в которой две клетки по длине и две по ширине запишем одно число по длине другое по ширине. В клетках запишем результат умножения данных цифр, на их пересечении отделим десятки и единицы диагональю. Полученные цифры сложим по диагонали, и полученный результат можно прочесть по стрелке (вниз и вправо).



Индийский способ умножения или американский способ умножения

Умножить 32 на 13

Первый шаг: « $2 \times 3 = 6$ »

Второй шаг: « $3 \times 3 + 1 \times 2 = 11$, запишем 1»

Третий шаг: « $1 \times 3 = 3$, запишем $3+1=4$ ».

$$32 \times 13 = 416$$



Египетский способ умножения

1	34
2	68
4	136
	170

Заменить умножение на любое число - удвоением, то есть сложением числа с самим собой.

Пример: $34 \cdot 5 = 34 \cdot (1 + 4) = 34 \cdot (1 + 2 \cdot 2) = 34 \cdot 1 + 34 \cdot 4$.

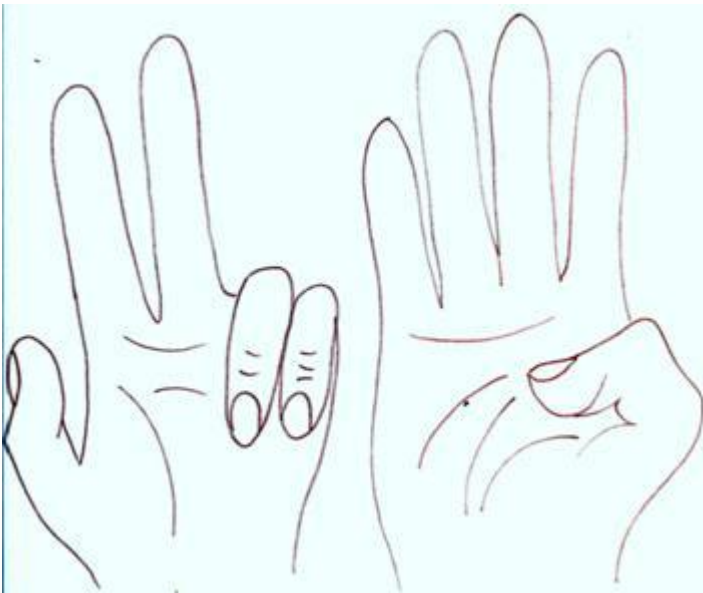
Т. к. $5 = 4 + 1$, то для получения ответа оставалось сложить числа, стоящие в правом столбике против цифр 4 и 1, т. е. $136 + 34 = 170$.



Умножение на пальцах

Умножали на пальцах однозначные числа от 6 до 9. Для этого на одной руке вытягивали столько пальцев, на сколько первый множитель превосходил число 5, а на второй делали то же самое для второго множителя. Остальные пальцы загибали. После этого брали столько десятков, сколько вытянуто пальцев на обеих руках, и прибавляли к этому числу произведение загнутых пальцев на первой и второй руке.

Пример: $8 \cdot 9 = 72$



Сложение чисел

Порядное сложение чисел

К разрядам первого слагаемого прибавляют разряды второго слагаемого, начиная с высших (сотни, десятки и т.д.):

$$24+61+19+47=(20+60+10+40)+(4+1+9+7)=130+21=151$$

Прибавление к одному числу отдельных разрядов другого числа, всегда начиная с высших

К разрядам первого слагаемого прибавляют разряды другого слагаемого:

$$59+32=(59+30)+2=89+2=91,$$

$$4488+456=(4488+400)+50+6=(4888+50)+6=4938+6=4944$$

Сложение путем округления

Если слагаемые близки к круглым числам, то их заменяют разностью или суммой между круглым числом и дополнением:

$$9981+3652+1985=(10000+4000+2000)-(19+48+15)=16000-72=15928$$



Сложение с использованием свойств действий с числами

Слагаемые разбивают на такие группы, которые в сумме дают круглые числа:

$$**16+85+14=(16+14)+85=105**$$

Если одно слагаемое близко к круглому числу, то его заменяют разностью и дополнением между круглым числом:

$$**569+96=569+(100-4)=569+100-4=665**$$

Если оба слагаемых близки к круглому числу, то они заменяются разностью между круглым числом и дополнением:

$$**806+999=806+(1000-1)=806+1000-1=1805**$$



Способы быстрого вычитания чисел

Вычитание с использованием свойств действий с числами

Чтобы вычесть число из суммы, надо вычесть это число из любого слагаемого и к полученной разности, прибавить другое слагаемое.

$$(4566+3995)-566=(4566-566)+3995=7995$$

Чтобы разность из числа, надо вычесть из этого числа уменьшаемое и к полученной разности прибавить вычитаемое или к числу прибавить вычитаемое и от полученной разности отнять уменьшаемое.

$$5154-(2154-846) = (5154-2154)+846= 3846$$

$$6542-(4852-4458)=(6542+4458)-4852= 6148$$

Чтобы вычесть сумму из числа, надо вычесть из этого числа сначала одно слагаемое, а затем другое слагаемое.

$$7869-(3550+2869)=(7869-2869)-3550=1450$$



**Вычитание путем уравнивания числа единиц последних разрядов
уменьшаемого**

$$456-128=(456+2)-128-2=(458-128)-2=330-2=328$$

$$1558-1219=1558-(1218+1)=(1558-1218)-1=340-1=339$$



Способы быстрого умножения чисел

Умножение на 4, 8, 16 и т.д.

Чтобы число умножить на 4, 8, 16 его последовательно удваивают:

$$849*8=(849*2)*4=(1698*2)*2=3396*2=6792$$

Умножение на 5, 50, 25, 125, 15.

Чтобы умножить число на 5, нужно умножить его на 10 и разделить на 2:

$$88*5=(88*10):2=440.$$

Чтобы умножить число на 50, нужно умножить его на 100 и полученное произведение разделить на 2:

$$658*50=(658*100):2=32900.$$

Чтобы умножить число на 25, нужно умножить его на 100 и полученное произведение разделить на 4:

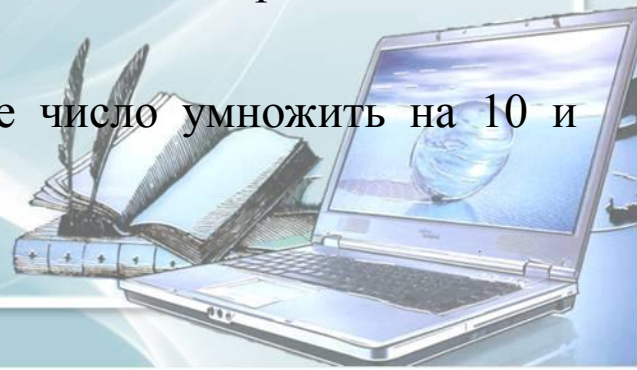
$$820*25=(820*100):4=82000:4=20500.$$

Чтобы умножить число на 125, нужно умножить его на 1000 и разделить на 8:

$$55*125=(55*1000):8=55000:8=6875$$

Чтобы умножить число на 15, нужно исходное число умножить на 10 и прибавить половину полученного произведения:

$$785*15=785*10+7850:2=7850+3925=11775.$$



Умножение на 11

1 способ. Чтобы число умножить на 11, к нему приписывают ноль и прибавляют исходное число:

$$64 * 11 = 640 + 64 = 704.$$

2 способ. Следует “раздвинуть” цифры числа, умножаемого на 11, и в образовавшийся промежуток вписать сумму этих цифр, причем если эта сумма больше 9, то, как при обычном сложении, следует единицу перенести в старший разряд:

$$42 * 11 = 462, \text{ т.к. } 4 + 2 = 6, \text{ шестерку помещаем между 4 и 2.}$$

$67 * 11 = 737$, т.к. $7 + 6 = 13$, тройку помещаем между семеркой шестерка плюс перенесенная единица) и семеркой.



Умножение на одиннадцать (по Трахтенбергу).

Разберем на примере: 532 умножить на 11.

Ответ пишется под 532 по одной цифре справа налево, как указано в правилах.

Первое правило. Напишите последнюю цифру числа 532 в качестве правой цифры результата

$$\underline{532 * 11}$$

2

Второе правило. Каждая последующая цифра числа 532 складывается со своим правым соседом и записывается в результат. 2+3 будет 5. Перед тройкой записываем результат 5.

$$\underline{* 11}$$

52

Применим правило еще раз: 5 + 3 будет 8. Записываем и эту цифру в результате:

$$\underline{* 11}$$

852

Третье правило. Первая цифра числа 532, то есть 5, становится левой цифрой результата:

$$\underline{* 11}$$

5852

Ответ: 5852



Умножение на число 111, 1111 и т.д, зная правила умножения двузначного числа на число 11

Если сумма цифр первого множителя меньше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа на 2, 3 и т.д. шага, сложить цифры и записать соответствующее количество раз их сумму между раздвинутыми цифрами. Количество шагов всегда меньше количества единиц на 1.

Пример:

$$32 \times 111 = 3 (3 + 2) 2 = 352 \text{ (количество шагов - 2)}$$

$$\times 1111 = 3 (3 + 2) (3 + 2)(3+2)2 = 35552 \text{ (количество шагов - 3)}$$

При умножении числа 72 на 111111 цифры 7 и 2 надо раздвинуть на 5 шагов. Эти вычисления можно легко произвести в уме.

$$72 \times 111111 = 7999992 \text{ (количество шагов - 5)}$$

Если единиц во втором множителе 7, то шагов будет на один меньше, т.е. 6.

Если единиц 8, то шагов будет 7 и т.д.

$$\times 11111111 = 677777771$$

Эти вычисления можно легко произвести в уме.



Умножение на двенадцать (по Трахтенбергу)

Правило умножения на 12: нужно удваивать поочередно каждую цифру и прибавлять к ней поочередно ее «соседа».

Пример: $62448 * 12$

Необходимо записывать цифры множимого через интервал и каждую цифру результата писать точно под цифрой числа 62448, из которой она образовалась.

62448 * 12 дважды 8 будет = 16, переносим 1

6

062448 * 12 дважды $4 + 8 + 1 = 17$, переносим 1

76

062448 * 12 дважды $4 + 4 + 1 = 13$, переносим 1

376

062448*12 дважды $2+4+1=9$

9376

062448*12 дважды $6+2=14$, переносим 1

49376

062448*12 дважды $0+6+1=7$

749376

Окончательный ответ : **$062448 * 12 = 749376$**



Умножение на шесть (по Трахтенбергу).

Нужно прибавить к каждой цифре половину «соседа».

Пример: $064486 * 6$

064486 * 6 6 является правой цифрой этого числа и, так 6 как «соседа» у нее нет, прибавлять нечего, записываем число 6.

064486 * 6 Вторая цифра 8, ее «сосед» - 6. Мы берем 8 и прибавляем половину 6 (3) и получаем 11, один пишем, 1 в перенос.

064486 * 6 Следующая цифра четыре. Мы прибавляем к ней половину «соседа» 8 (4), то есть $4 + 4 = 8$ и прибавляем 1, пишем 9.

Остальные шаги аналогичны.

Ответ : 386916

Правило умножения на 6 : является «сосед» четным или нечетным - никакой роли не играет. Мы смотрим только на саму цифру: если она четная, прибавляем к ней целую часть половины «соседа», если нечетная, то кроме половины «соседа» прибавляем еще 5.

Пример: $648536 * 6$

648536 * 6, 6 - четная и не имеет «соседа», напишем ее снизу

0648536 * 6, 3 - нечетная: $3 + 5$ и плюс половина «соседа» 3 будет 11, 1 пишем снизу, 1 переносим.

0648536 * 6, 5 нечетное число: $5 + 5$ и плюс 1, плюс 1 равно 12, два пишем, 1 переносим.

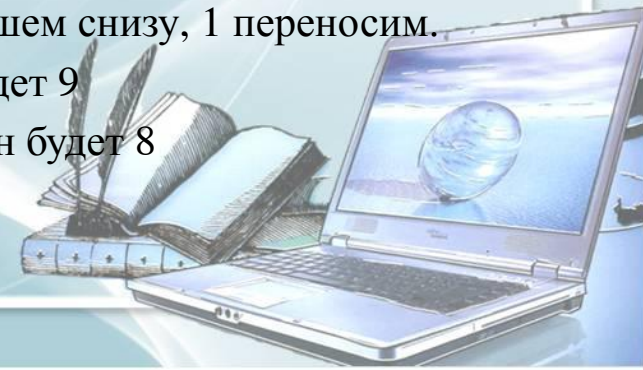
0648536 * 6, 8 - четная, $8 +$ половина соседа 2(1) будет 11, 1 пишем снизу, 1 переносим.

0648536 * 6, 4 – четная цифра, $4 +$ половина от 8 (4) и плюс 1 будет 9

0648536 * 6, 6 – четная цифра, $6 +$ половина от 4 (2) и плюс один будет 8

0648536 * 6, 0+ половина от 6 будет 3

Ответ : **3861216**



Умножение двузначного числа на 101 и на 10101

Самое простое правило: «*припишите ваше число к самому себе*». При умножении на число 101, 1001, 10101, число надо повторить дважды/трижды:

$$57*101=5757,$$

$$89*10101=898989.$$

Умножение на 9, 99 и 999

К первому множителю приписать столько нулей, сколько девяток во втором множителе, и из результата вычесть первый множитель:

$$286*9=2860-286=2574,$$

$$23*99=2300-23=2277,$$

$$18*999=18000-18=17982.$$

Применение распределительного закона умножения относительно сложения и вычитания к множителям, один из которых представлен в виде суммы или разности

$$8*318=8*(300+10+8)=2400+80+64=2544,$$

$$7*196=7*(200-4)=1400-28=1372.$$



Способы быстрого деления чисел

Последовательное деление

Если делитель является составным числом, то разлагаем его на два или большее число множителей, а потом выполняем последовательное деление:

$$720:45=(720:9):5=80:5=16,$$

$$9324:36=(9324:3):12=3108:12=259.$$

Деление на 5, 50 и 500, 25, 125

Чтобы число разделить на 5; 50 или 500, надо это число разделить на 1; 10; 100 или 1000 соответственно, и затем результат умножить на 2:

$$21600:50=21600:100*2=432,$$

$$42400:5=42400:10*2=8480,$$

$$214000:500=214000:1000*2=428,$$

$$218:0,5=1218:1*2=436.$$

Чтобы число разделить на 25, надо это число разделить на 100 и умножить на 4:

$$12100:25=12100:100*4=484.$$

Чтобы число разделить на 125 надо это число умножить на 8 и разделить на 1000; 100; 10; 1 соответственно:

$$9000:125 =9000:1000*8=72$$

