



# Векторы

8 класс

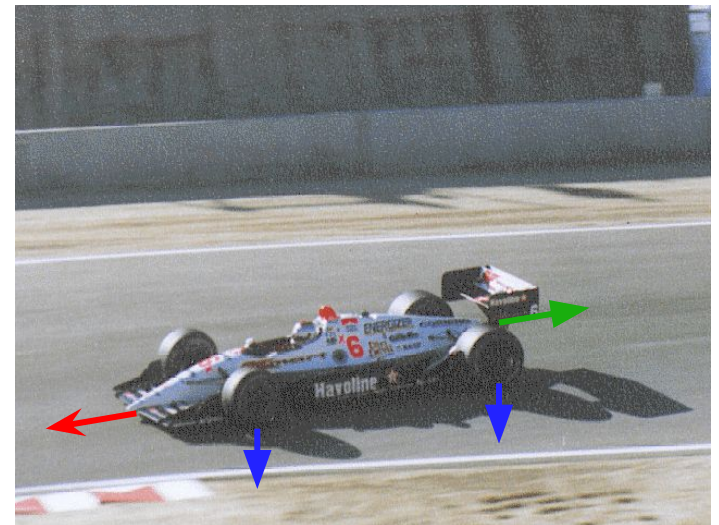
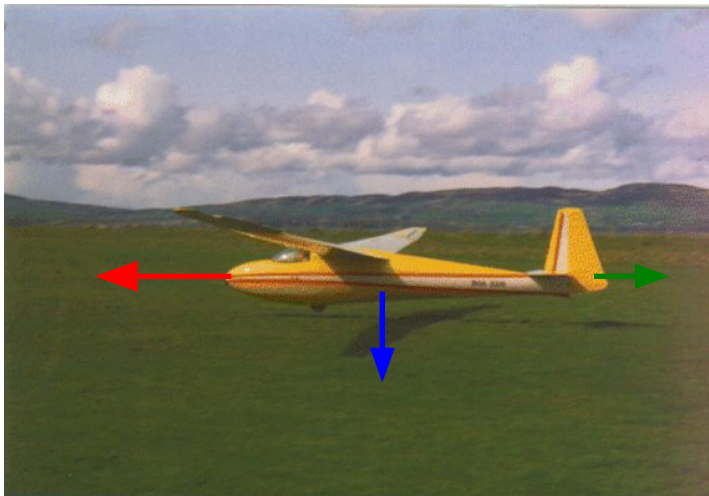
# Историческая справка



- Термин **вектор** (от лат. Vector – “несущий”) впервые появился в 1845 г. у ирландского математика Уильяма Гамильтона (1805 – 1865) в работах по построению числовых систем.

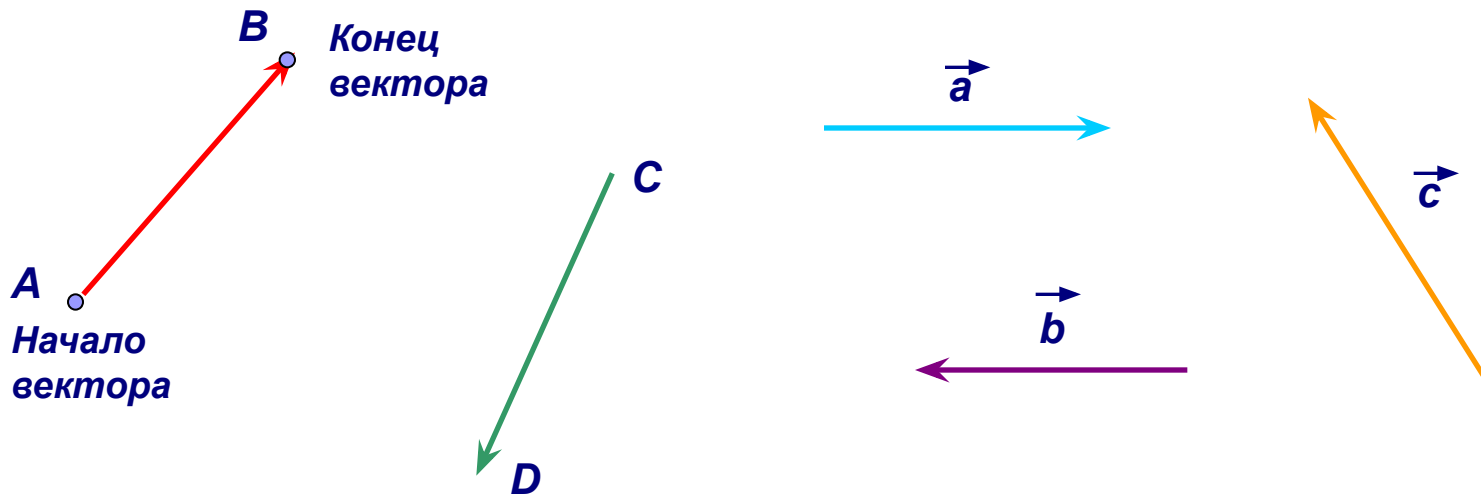
# Что такое вектор?

Понятие вектора возникает там, где приходится иметь дело с объектами, которые характеризуются величиной и направлением: например, скорость, сила, давление. Такие величины называются **векторными величинами** или **векторами**.



# Геометрическое понятие вектора

- Наиболее наглядно величину и направление одновременно можно задать с помощью направленного отрезка – **вектора**. Направление вектора указывается стрелкой. Точка **A** называется **началом** вектора, а точка **B** – **концом**.
- Векторы обозначаются латинскими буквами  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ , ..., а также  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ , ... (на первом месте ставится начало вектора).



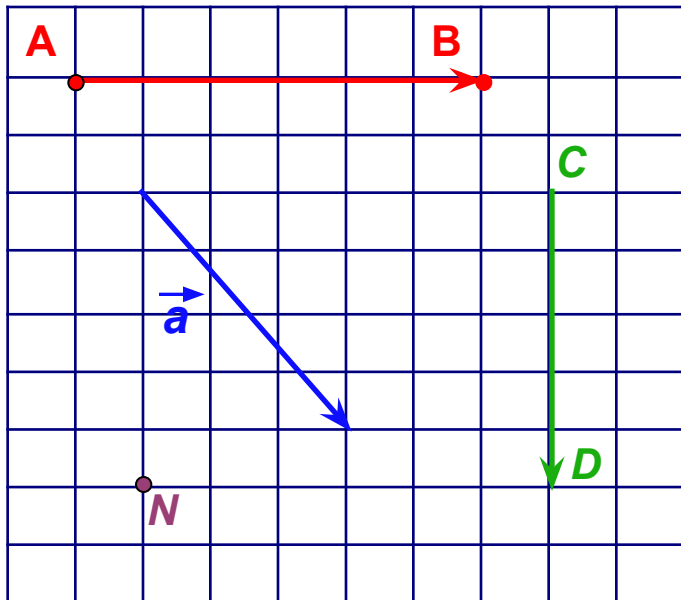
# Нулевой вектор

- Любую точку плоскости можно считать вектором. Такой вектор называется **нулевым**.
- Начало нулевого вектора совпадает с его концом.
- Нулевой вектор обозначается  $\vec{0}$  или  $\vec{CC}$ .



# Длина вектора

- Расстояние между началом и концом вектора называется **длиной** или **модулем** вектора. Длина вектора обозначается  $|\vec{a}|$  или  $|\overrightarrow{AB}|$ .
- Длина нулевого вектора считается равной нулю.



$$|\overrightarrow{AB}| = 6$$

$$|\overrightarrow{CD}| = 5$$

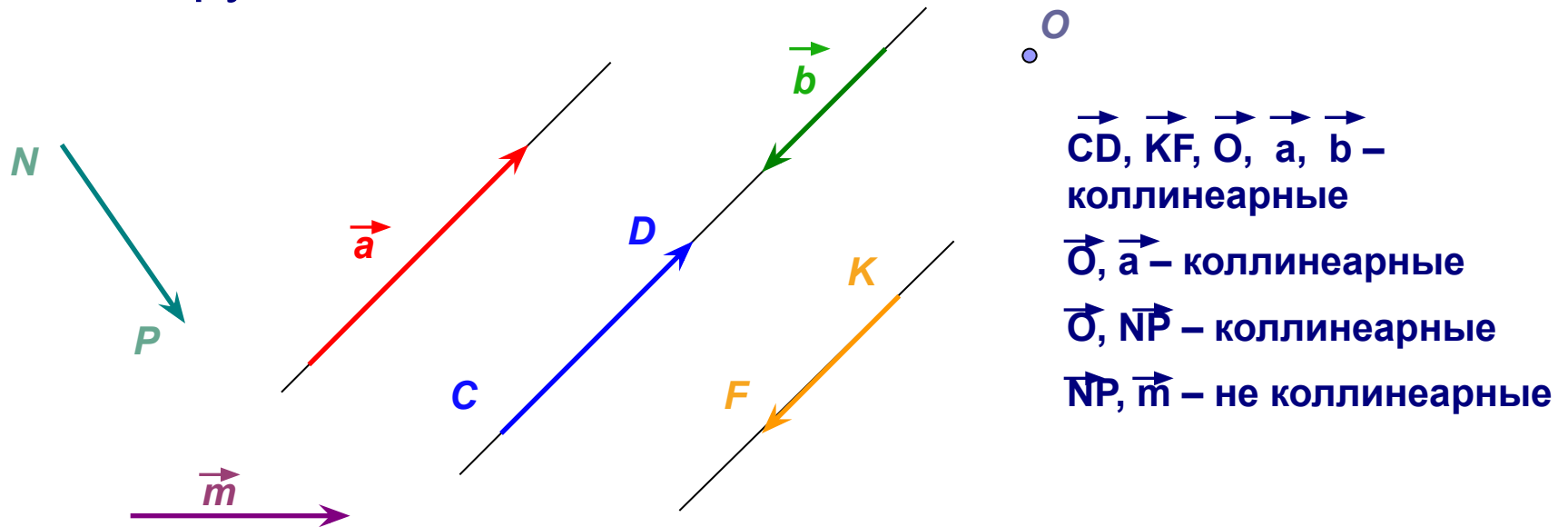
$$|\vec{a}| = 5$$

$$|\overrightarrow{NN}| = 0$$

(каждая клетка на рисунке имеет сторону, равную единице измерения отрезков)

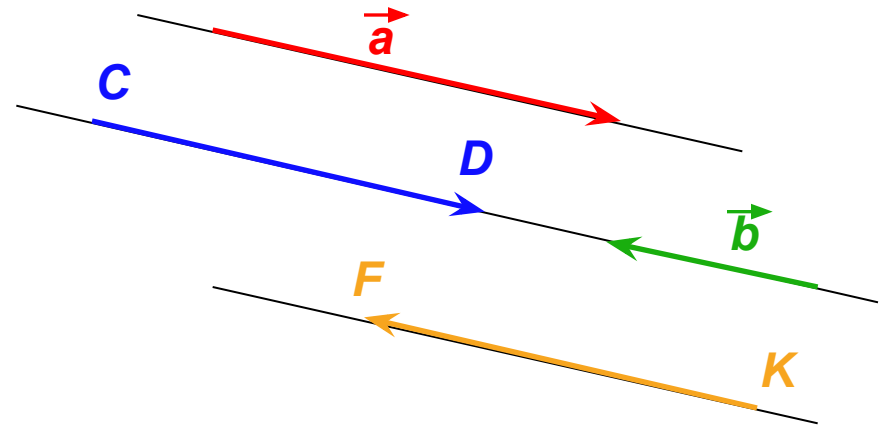
# Коллинеарные векторы

- Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.
- Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.



# Направление векторов

- Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены одинаково, то эти векторы называются **сонаправленными**.
- Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены противоположно, то эти векторы называются **противоположно направленными**.
- Нулевой вектор **сонаправлен** с любым вектором.

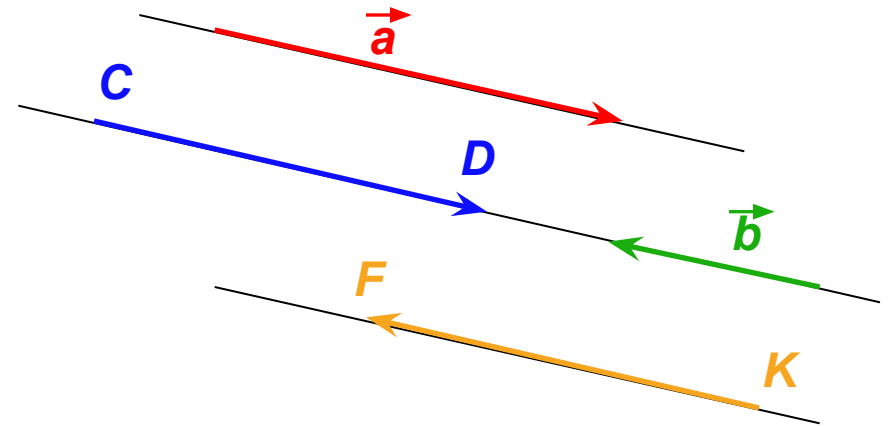


$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{CD} \quad \vec{b} \uparrow\uparrow \vec{KF}$$



# Направление векторов

- Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены одинаково, то эти векторы называются **сонаправленными**.



- Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены противоположно, то эти векторы называются **противоположно направленными**.

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{CD} \quad \vec{b} \uparrow\uparrow \vec{KF}$$
$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b} \quad \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{KF}$$

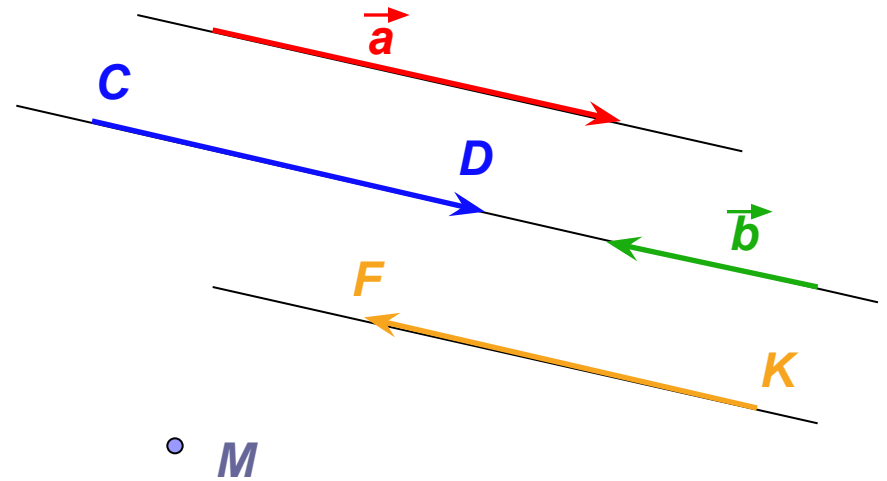
- Нулевой вектор **сонаправлен** с любым вектором.

# Направление векторов

- Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены одинаково, то эти векторы называются **сонаправленными**.

- Если два ненулевых вектора коллинеарны и направлены противоположно, то эти векторы называются **противоположно направленными**.

- Нулевой вектор **сонаправлен** с любым вектором.



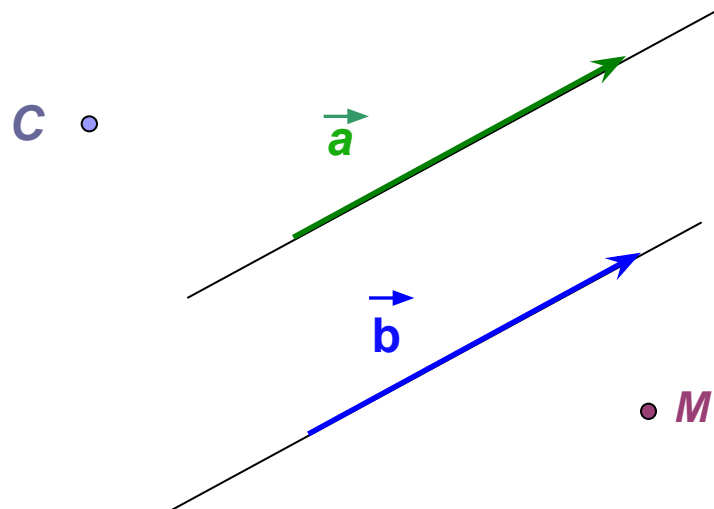
$$\vec{a} \uparrow\uparrow \overrightarrow{CD} \quad \vec{b} \uparrow\uparrow \overrightarrow{KF}$$

$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b} \quad \vec{a} \uparrow\downarrow \overrightarrow{KF}$$

$$\overrightarrow{MM} \uparrow\uparrow \vec{a} \quad \overrightarrow{MM} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

# Равенство векторов

- Векторы называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны.
- Равенство векторов обозначается:  $\vec{a} = \vec{b}$
- Все нулевые векторы равны друг другу.

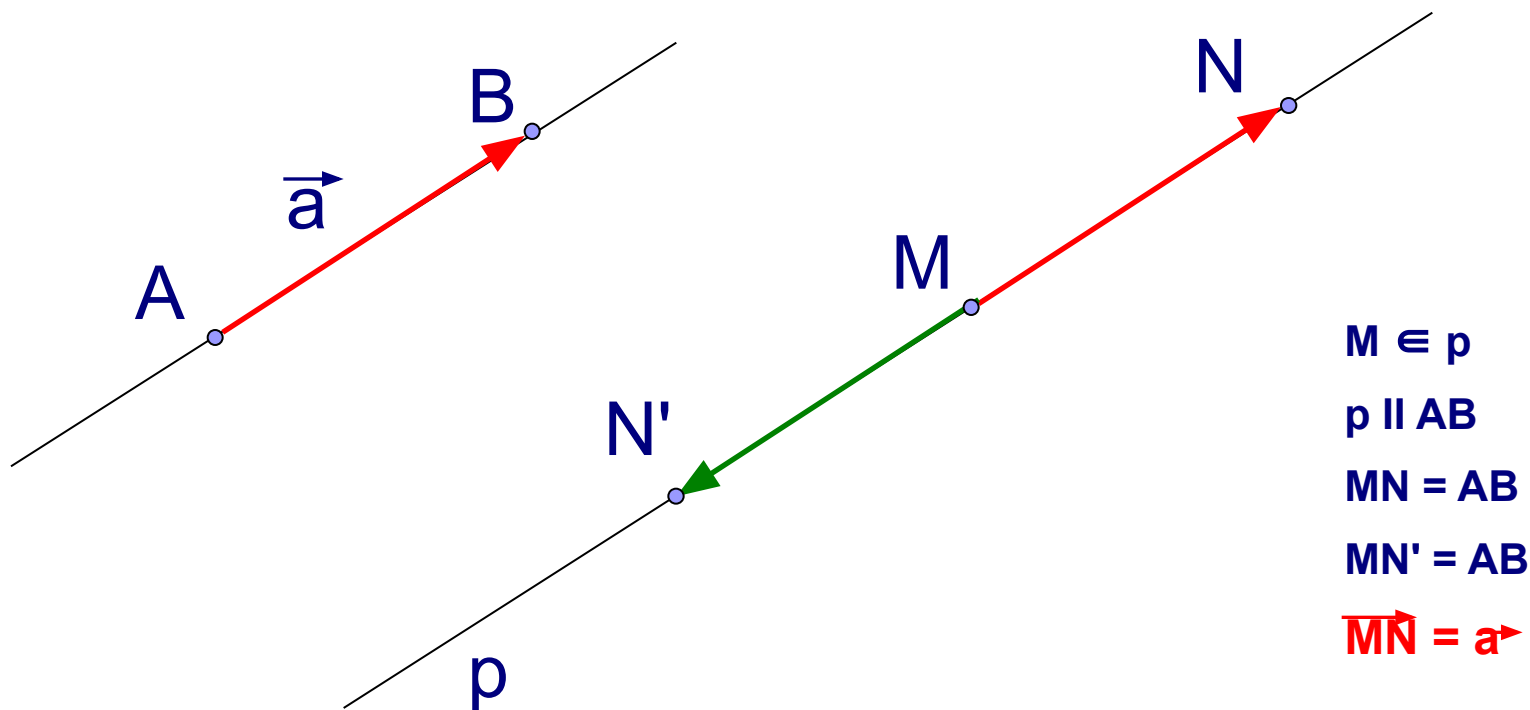


$$\left. \begin{array}{l} \vec{a} \quad \vec{b} \\ |\vec{a}| = |\vec{b}| \end{array} \right| \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$$

$$\vec{CC} = \vec{MM}$$

# Откладывание вектора от данной точки

- От любой точки можно отложить вектор, равный данному вектору, и притом только один.

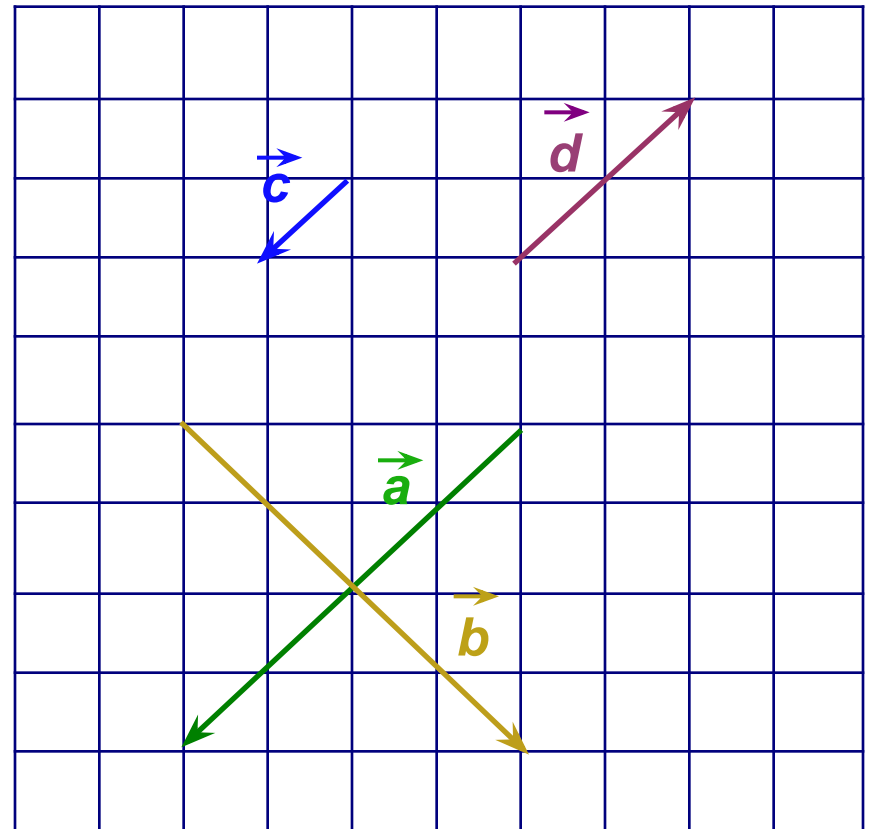


# Задача

■ Какие из векторов, изображенных на рисунке:

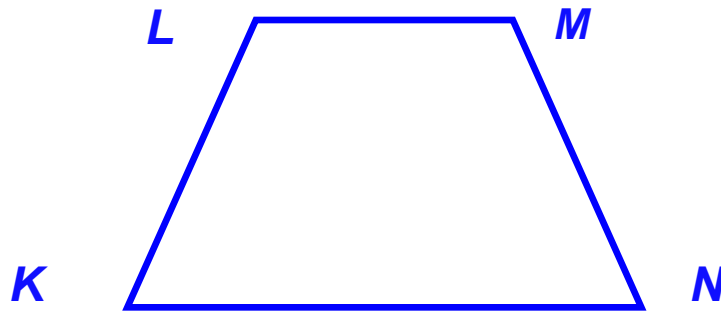
- 1) **коллинеарны;**
- 2) **сонаправлены;**
- 3) **противоположно направлены;**
- 4) **имеют равные длины?**

Отложите эти векторы от одной точки.



# Задача

- На рисунке изображена равнобедренная трапеция  $KLMN$ .
  - а) Укажите сонаправленные, противоположно направленные, равные вектора.
  - б) Укажите векторы, длины которых равны. Равны ли при этом сами векторы?

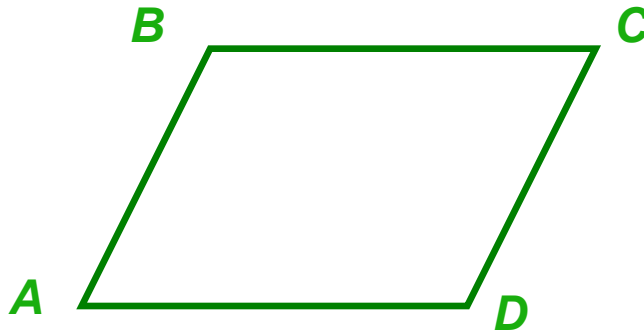


# Задачи

- Даны вектор  $\overrightarrow{BC}$  и точка  $D(1;-2)$ . Отложите от точки  $D$  вектор, равный вектору  $\overrightarrow{BC}$ .
- Как должен быть расположен ненулевой вектор  $\vec{a}$  относительно прямой  $k$ , чтобы нашлись лежащие на этой прямой векторы, равные  $\vec{a}$ ? Сколько таких векторов найдется? Отметьте на чертеже три из них.
- Векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{DC}$  равны. Докажите, что если точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  не лежат на одной прямой, то четырехугольник  $ABCD$  — параллелограмм.

# Задачи

- На рисунке изображен параллелограмм  $ABCD$ . Укажите векторы, длины которых равны. Равны ли при этом сами векторы?



- В ромбе  $ABCD$   $|\vec{AC}| = 12\text{ см}$ ,  $|\vec{BD}| = 16\text{ см}$ . От вершины  $A$  отложен вектор  $\vec{AE}$ , равный вектору  $\vec{BD}$ . Найдите длину вектора  $\vec{EC}$ .
- Отметьте две точки  $A$  и  $B$ . Найдите такую точку  $X$ , что: а)  $\vec{AX} = \vec{XB}$ ; б)  $\vec{AX} = \vec{BX}$ ; в)  $\vec{XA} = \vec{XB}$ .