

Конкурс интерактивных презентаций  
«Интерактивная мозаика»

[Pedsovet.ru](http://Pedsovet.ru)

Беляева Ирина Валерьевна

МБОУ «Гимназия» г. Верещагино, Пермский край

Учитель математики 6-11 класс

Первая квалификационная категория

# ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ



# ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ

- ◎ Вспомним планиметрию  
«Векторы на плоскости»
  
- ◎ «Векторы в пространстве»



# ТЕЗАУРУС ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ»

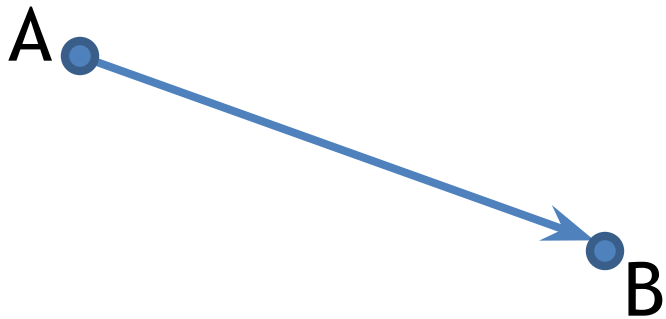
- Понятие вектора
- Направление вектора
- Равные векторы
- Коллинеарные вектора
- Абсолютная величина
- Задание 1

## Действия над векторами

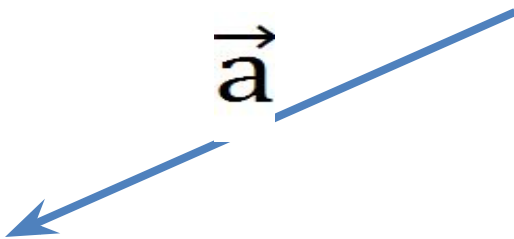
- Сложение векторов
- Вычитание векторов
- Задание 2
- Задание 3



# ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА



- ⦿ Вектор - направленный отрезок
- ⦿ A - начало вектора  
B - конец вектора

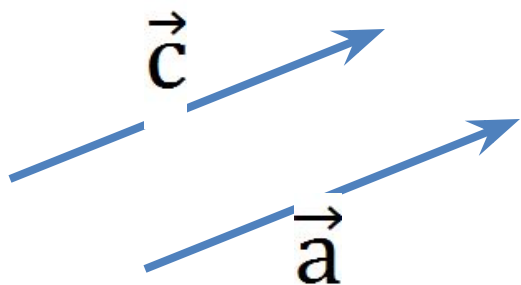


- ⦿ Обозначение:

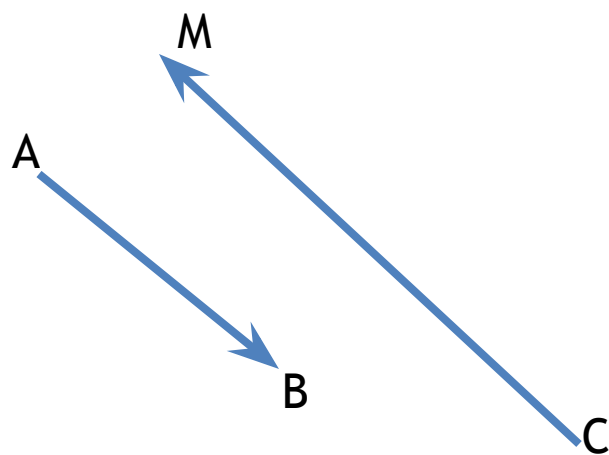
$$\overline{a}, \vec{a}, \overrightarrow{AB}$$



# НАПРАВЛЕНИЕ ВЕКТОРА



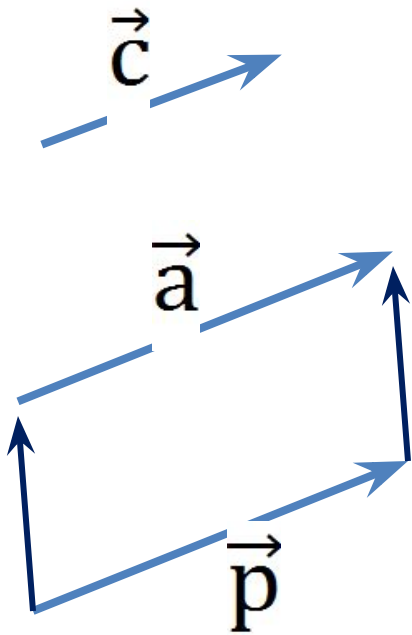
Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$   
одинаково  
направлены



$\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CM}$   
противоположно  
направлены



# РАВНЫЕ ВЕКТОРЫ



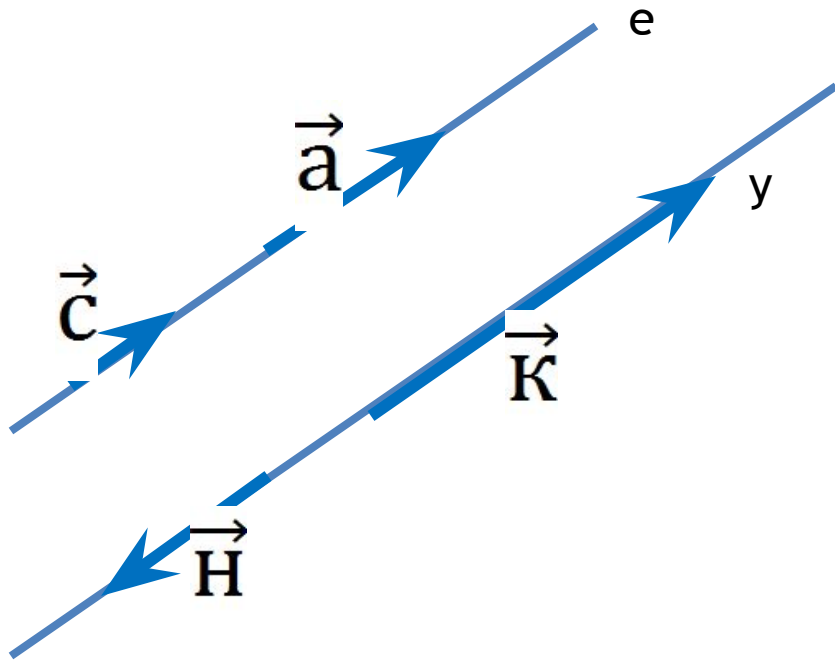
Два вектора называются **равными**, если они совмещаются параллельным переносом

$\vec{a}$  и  $\vec{p}$  равны

Равные векторы одинаково направлены и равны по абсолютной величине



# КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРА



- ◎ Коллинеарные вектора сонаправлены и лежат на параллельных прямых или на одной.

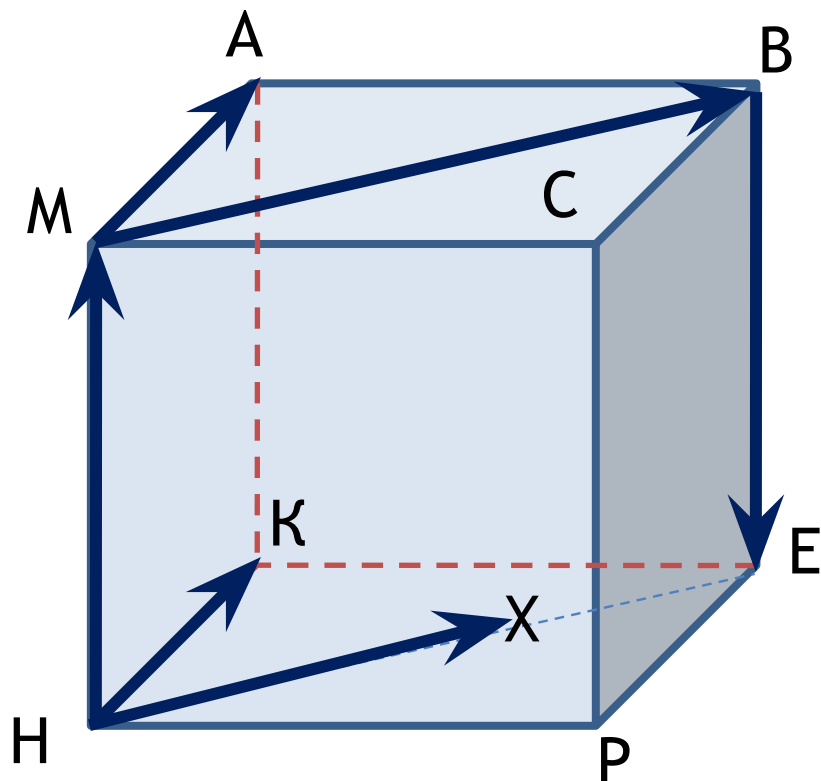
- ◎  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{K}$  - коллинеарные

$$\vec{K} = \lambda \cdot \vec{a}$$





# ЗАДАНИЕ 1: НА МОДЕЛИ КУБА НАЙДИТЕ



- Одинаково направленные

$$\overrightarrow{MA} \text{ и } \overrightarrow{HK} \quad \overrightarrow{MB} \text{ и } \overrightarrow{HX}$$

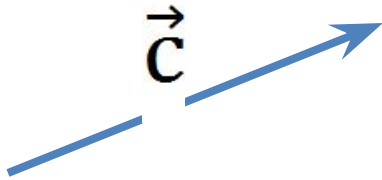
- Противоположно направленные

$$\overrightarrow{BE} \text{ и } \overrightarrow{HM}$$

- Равные

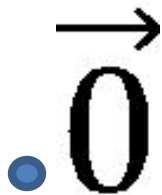


# АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА ВЕКТОРА



**Абсолютная величина**  
(или модуль) вектора  
- длина отрезка,  
изображающего  
вектор

Обозначение:  $|\vec{c}|$



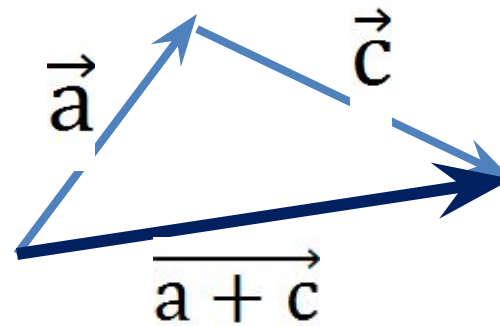
**Нулевой вектор** - вектор, у  
которого начало совпадает  
с его концом



# ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

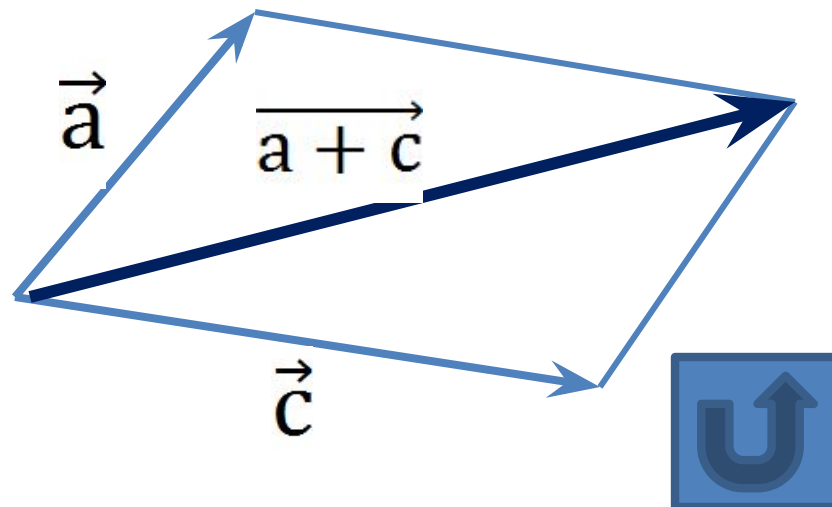
## ⦿ Сложение векторов

- «Правило треугольника»

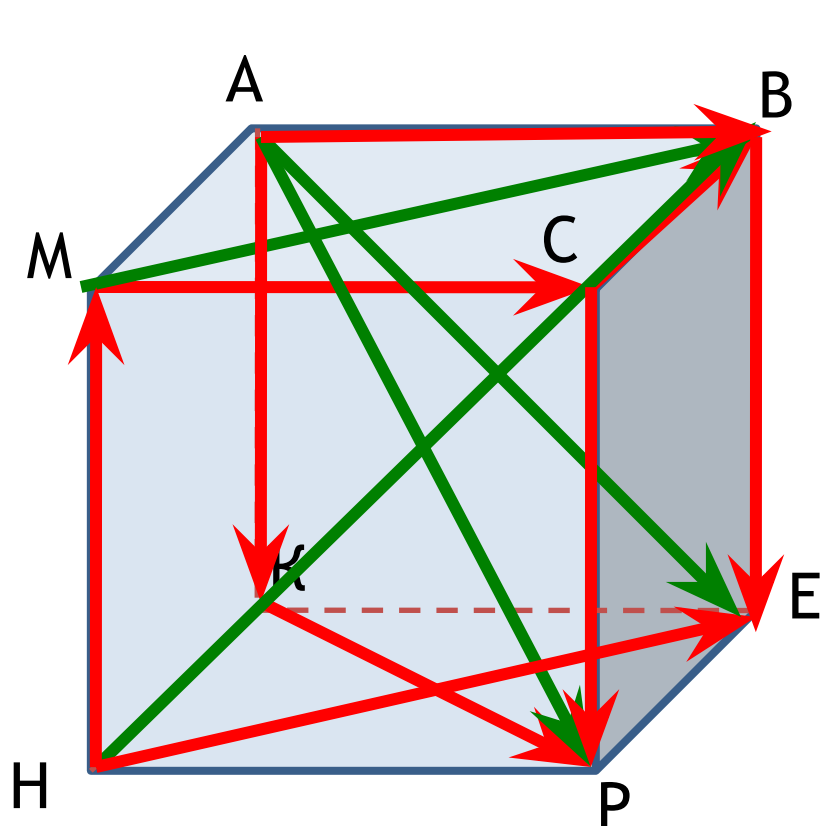


## ⦿ Сложение векторов

- «Правило параллелограмма»



# ЗАДАНИЕ 2: НАЙДИТЕ СУММУ ВЕКТОРОВ



$$\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MB}$$

$$\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KP} = \overrightarrow{AP}$$

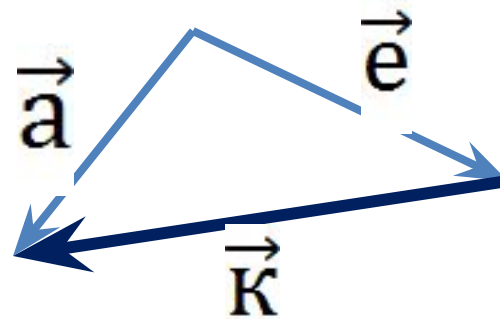
$$\overrightarrow{HM} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{HB}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$$

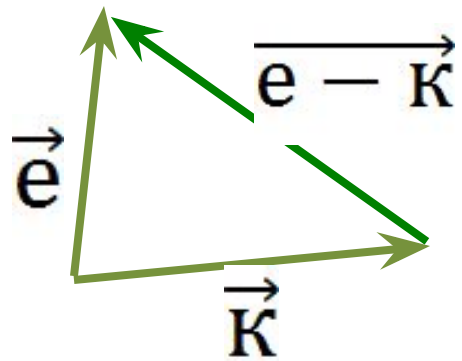
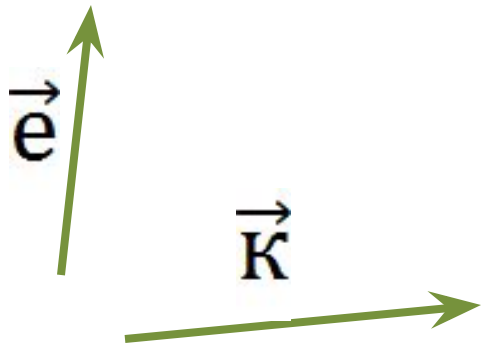


# ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

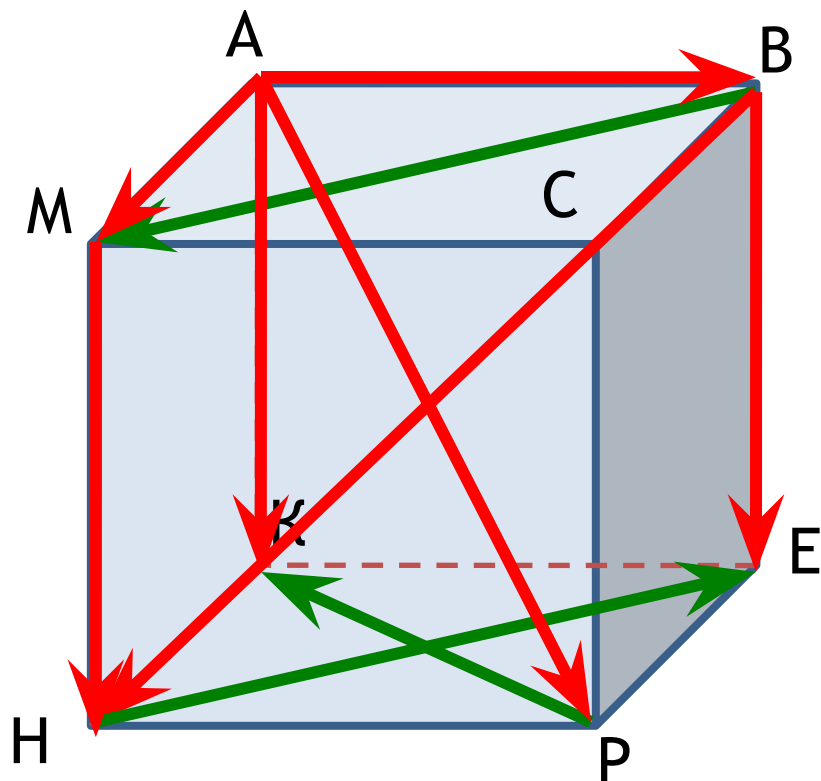
- Разностью векторов  $a$  и  $c$  называется такой вектор  $k$ , который в сумме с вектором  $c$  дает вектор  $a$



Например: найти разность векторов  $e$  и  $k$



# ЗАДАНИЕ 3: НАЙДИТЕ РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ



$$\vec{AM} - \vec{AB} = \vec{BM}$$

$$\vec{BE} - \vec{BH} = \vec{HE}$$

$$\vec{MH} - \vec{AP} = \vec{AK} - \vec{AP} = \vec{PK}$$

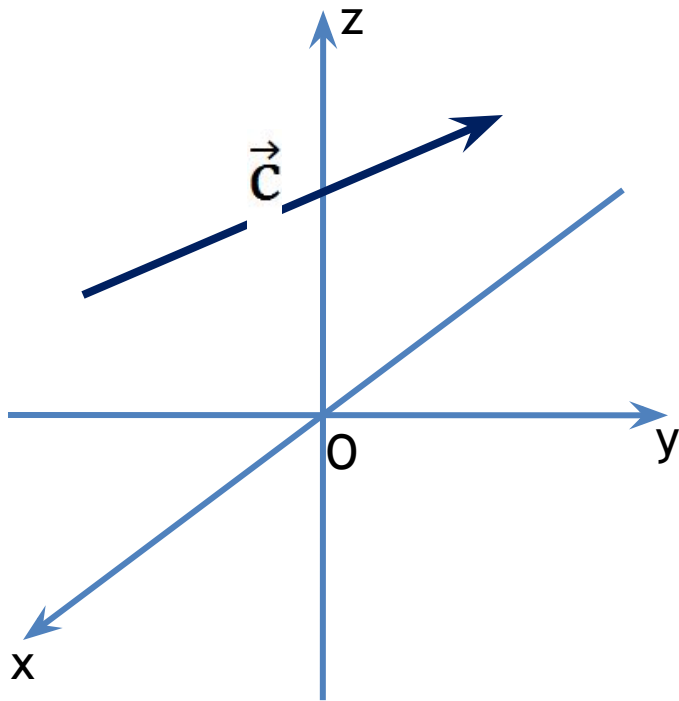


# ТЕЗАУРУС ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ»

- Вектор, направление, абсолютная величина
- Координаты вектора в пространстве
- Равные вектора
- Сложение векторов в пространстве
- Умножение вектора на число
- Скалярное произведение векторов
- Задание 4
- Задание 5



# ВЕКТОР, АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА, НАПРАВЛЕНИЕ



- ⊙ В пространстве, как и на плоскости, **вектором** называется направленный отрезок
- ⊙ Основные понятия: *абсолютная величина*, *направление* определяются так же как и на плоскости





# КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ

⦿ Координаты вектора

$$A(x_1; y_1; z_1) \quad B(x_2; y_2; z_2)$$

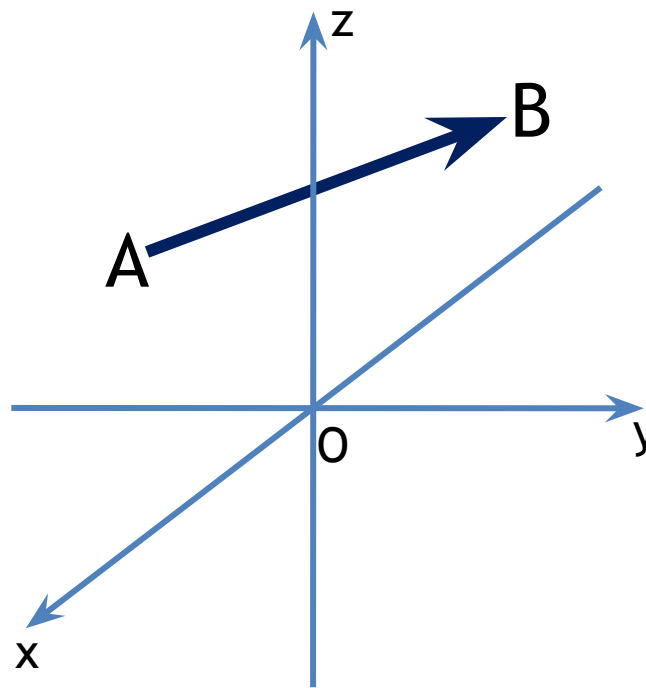
$$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

*Пример:*

*определить координаты  $\overrightarrow{MC}$ ,  
если  $M(9; 3; -6)$  и  $C(-5; 4; -1)$*

$$\overrightarrow{MC}(-5 - 9; 4 - 3; -1 - (-6))$$

$$\overrightarrow{MC}(-14; 1; 5)$$



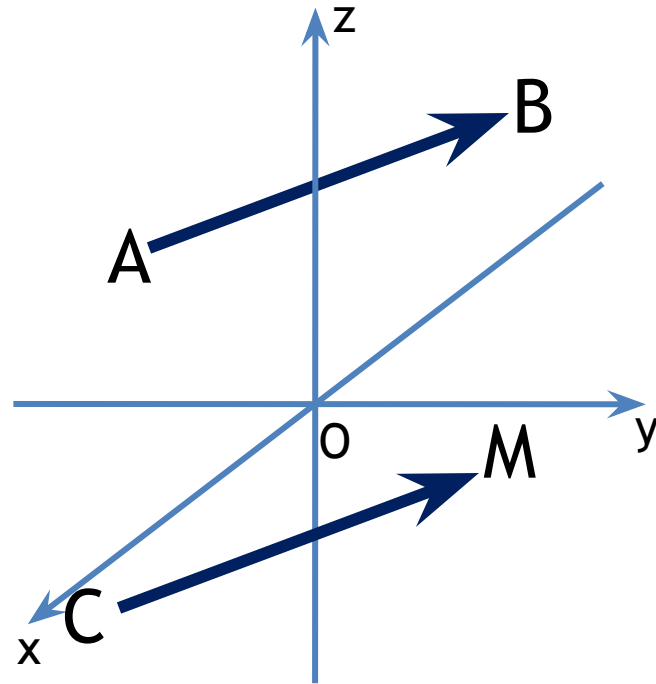
# РАВНЫЕ ВЕКТОРЫ

- Равные векторы имеют равные соответствующие координаты

$$\overrightarrow{AB}(x;y;z) \quad \overrightarrow{CM}(a;b;c)$$

Если  $x=a, y=b, z=c$ , то

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$$



# ЗАДАНИЕ 4: УКАЖИТЕ ПАРЫ РАВНЫХ ВЕКТОРОВ

⦿ Дано:  $A(2;7;-3)$ ;  $B(1;0;3)$ ;  $C(-3;-4;5)$ ;  $M(-2;3;-1)$

Определить: пары равных векторов

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BM}$$

Решение:

$$\begin{array}{lll} \overrightarrow{AB}(-1; -7; 6) & \overrightarrow{BC}(-4; -4; 2) & \overrightarrow{MC}(-1; -7; 6) \\ \overrightarrow{AM}(-4; -4; 2) & \overrightarrow{AC}(-5; -11; 8) & \overrightarrow{BM}(-3; 3; -4) \end{array}$$

Равны соответствующие координаты у векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{MC}$ ,  $\overrightarrow{AM}$  и  $\overrightarrow{BC}$ , значит, они попарно равны



# СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

- Суммой векторов  $\vec{a}(a;b;c)$  и  $\vec{b}(m;n;k)$  называется вектор  $\vec{c}(a+m;b+n;c+k)$
- Например, найти координаты вектора  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ , если  $\vec{a}(-5;3;-9)$  и  $\vec{b}(4; -2; 8)$

Решение:

$$\vec{c}(-5+4; 3+(-2); -9+8)$$

$$\vec{c}(-1; 1; 1)$$



# УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

- Произведением вектора  $\vec{a}$  (a;v;c) на число  $\lambda$  называется вектор  $\lambda\vec{a}$  ( $\lambda a$ ;  $\lambda v$ ;  $\lambda c$ )
- Например, найти координаты вектора  $4\vec{k}$ , если  $\vec{k}(5;-1;-2)$

Решение:

$$4\vec{k}(4 \cdot 5; 4 \cdot (-1); 4 \cdot (-2)) = 4\vec{k}(20; -4; -8)$$

$$4\vec{k}(20; -4; -8)$$



# СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

- Скалярным произведением векторов  $\vec{a}(a;b;c)$  и  $\vec{b}(x;y;z)$  называется число  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ax+by+cz$

*Например,*

найти скалярное произведение векторов

$\vec{a}(-4; 3; 2)$  и  $\vec{b}(-1; -5; -2)$

Решение: 
$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= -4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-5) + 2 \cdot (-2) \\ &= 4 - 15 - 4 = -15\end{aligned}$$



# ЗАДАНИЕ 5: ВЫПОЛНИТЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

⦿ Дано:  $\vec{y}(0; -6; 1)$  и  $\vec{x}(2; -3; 0)$

⦿ Найти:  $2\vec{x}$

$$2\vec{x}(4; -6; 0)$$

$4\vec{y}$

$$4\vec{y}(0; -24; 4)$$

$\vec{x} - \vec{y}$

$$\vec{x} - \vec{y}(2; 3; -1)$$

$2\vec{x} + 4\vec{y}$

$$2\vec{x} + 4\vec{y}(4; -30; 4)$$

$\vec{x} \cdot \vec{y}$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = 18$$



- Использовалось учебное пособие автора Погорелова А.П. «Геометрия 10-11». Учебник для общеобразовательных учреждений, М: Просвещение, 2009.  
Из данного учебного пособия заимствованы рассматриваемые в работе понятия
- Все рисунки и задачи авторские

