

НЕГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА «ВАЙДА»
Г.ВОЛГОГРАДА

Электронное практическое пособие
по математике и информатике

«Число – есть сущность всех вещей, а организация Вселенной в ее определениях представляет собой вообще гармоническую систему чисел и их отношений.»

Пифагор

Руководители:

Черкесова Н.Ю., учитель математики;
Масленкова А.И., учитель информатики.

Выполнили:

обучающиеся 8 класса
НОУ СОШ “Вайда”
Полякова Елизавета,
Третьякова Ольга

2009 год



Цели работы:

- дать представление о кодировании информации в компьютере;
- расширить и систематизировать знания о числе, системах счисления;
- сформировать умение решать задачи по переводу числа из одной системы счисления в другую;
- продолжить формирование ведущих компонентов компьютерной грамотности.

Содержание:

1. Кодирование информации

2. Системы счисления

3. Задачи для самостоятельного решения

назад

Содержание

далее

Кодирование информации

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Кодирование информации

Системы счисления

Задачи

Понятие о кодировании

Кодирование - процесс представления информации в виде кода.

Код - набор условных обозначений для представления информации.

Для представления информации могут использоваться разные коды и, соответственно, надо знать определенные правила: **законы записи этих кодов.**



Информационная модель объекта

- Составляя информационную модель объекта или явления, мы должны договориться о том, как понимать те или иные обозначения, то есть договориться о виде представления информации.

Кодировать информацию
можно различными способами

устно

письменно

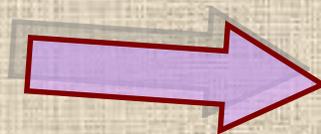
жестами

сигналами любой
другой природы

Язык как знаковая система

Для обмена информацией с другими людьми человек использует

ЯЗЫКИ



Естественные
языки

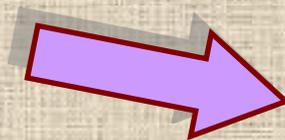


Разговорные языки (русский, английский, китайский и др.).

Язык как знаковая система

Наряду с *естественными* языками
были разработаны *формальные* языки

ЯЗЫКИ



Формальные



Естественные

Языки какой-нибудь
профессии или области
знаний (математическая
символика, нотная
грамота, языки
программирования...)

Разговорные языки (русский,
английский, французский и т.д.)

Язык как знаковая система

В основе языка лежит **алфавит**, то есть набор *символов (знаков)*, которые человек различает по их начертанию.

Знаки отображают объекты окружающего мира или понятия.

Иконические знаки имеют форму, похожую на отображаемый объект.

Для **символов** связь между формой и значением устанавливается по общепринятому соглашению.

Язык как знаковая система

Некоторые языки используют в качестве знаков не буквы и цифры, а другие символы, например, химические формулы, ноты, изображения элементов электрических или логических схем, дорожные знаки, точки и тире (код азбуки Морзе) и др..

Представление информации может осуществляться с помощью языков, которые являются знаковыми системами.

Каждая **знаковая система** строится на основе определенного **алфавита** и правил выполнения операций над знаками.

Системы счисления

Системы счисления можно рассматривать как формальные языки, имеющие алфавит (**цифры**) и позволяющие не только именовать и записывать объекты (**числа**), но и выполнять над ними арифметические операции по строго определенным правилам.

Из истории кодирования

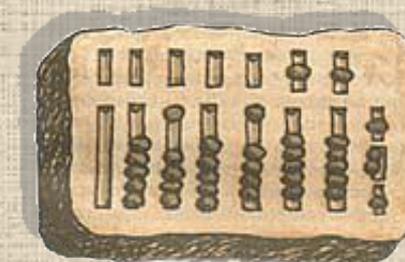
Счет по пальцам



Считать люди научились еще в незапамятные времена. Сначала они различали просто один предмет или много предметов. С возникновением скотоводства, земледелия, обмена, торговли возникла необходимость счета. Для такого счета, характерно отсутствие названия чисел, употребляли их только с именем 'две моркови', но не 'два'. Наиболее простой 'счетной машиной' издавна были пальцы рук и ног.

Абак

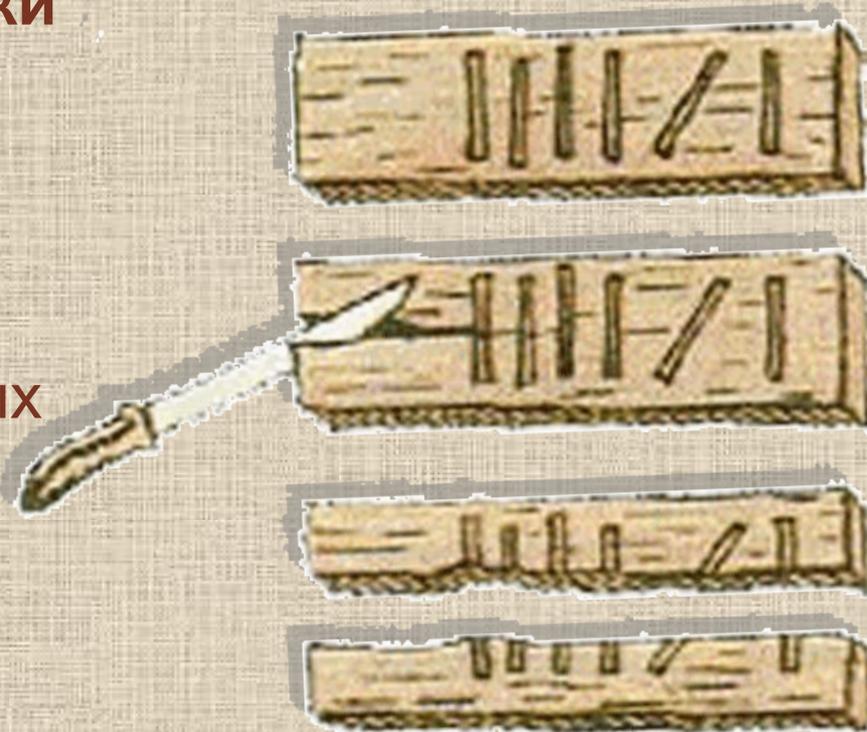
В античном мире для вычислений применялся **абак**. Он представляет собой доску с прорезями или линиями, вдоль которых передвигали камешки или шарики. На абаке можно было выполнять действия и с дробными числами



Зарубки

Для хранения числовой информации делали **зарубки** на деревьях и палках. Последние в России назывались бирками.

В истории, народном творчестве и в литературных произведениях много раз упоминается о счете при помощи зарубок и, в частности, при помощи бирок.



Веревочно-узловой счет (верёвочные узлы)

Аборигены Южной Америки считали и вычисляли при помощи системы узлов, завязанных на веревках или ремнях. Такие приспособления для веревочно-узлового счета назывались **квипу**.

Веревочные счеты с узелками употреблялись в России, а также во многих странах Европы. До сих пор еще практикуется завязывание узелков “на память”.



Новый способ записи чисел

Однако с помощью черточек большие числа не запишешь, да и читать их трудно и долго.

Около пяти тысяч лет назад почти одновременно в разных странах - Вавилонии, Египте, Китае - родился новый способ записи чисел: с помощью особых знаков - **цифр**.

1 2 9

3 45

56 8

назад

Содержание

далее

Системы счисления

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Кодирование информации

Системы счисления

Задачи

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- **СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ** (нумерация) – совокупность способов обозначения натуральных чисел.

лат. - *digitus*



0123456789

англ. - *digits*

- На ранних ступенях развития общества люди почти не умели считать. Они различали совокупности двух и трех предметов; всякая совокупность, содержащая большее число предметов, объединялась в понятие «много». Предметы при счете сопоставлялись обычно с пальцами рук и ног.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- По мере развития цивилизации потребность человека в счете стала необходимой. Первоначально натуральные числа изображались с помощью некоторого количества черточек или палочек, затем для их изображения стали использовать буквы или специальные знаки.



ДВЕНАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Широкое распространение имела в древности и двенадцатеричная система, происхождение которой, вероятно, связано, как и десятичной системы, со счетом на пальцах: за единицу счета принимались фаланги (отдельные суставы) четырех пальцев одной руки, которые при счете перебирались большим пальцем той же руки.



Остатки этой системы счисления сохранились и до наших дней и в устной речи, и в обычаях. Хорошо известно, например, название единицы второго разряда – числа 12 – «дюжина».

ПЯТЕРИЧНАЯ И ДВАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

У ряда африканских племен и в Древнем Китае была употребительна **пятеричная** система счисления.

В Центральной Америке (у древних ацтеков и майя) и среди населявших Западную Европу древних кельтов была распространена **двадцатеричная** система.

Все они также связаны со счетом на пальцах.



АЛФАВИТНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



Алфавитные системы счисления представляют особую группу. В них для записи чисел использовался буквенный алфавит.

Алфавитная система счисления была распространена у древних армян, грузин, греков (ионическая система счисления), арабов, евреев, и других народов.



СЛАВЯНСКАЯ СИСТЕМА НУМЕРАЦИИ

В древнем Новгороде использовалась славянская система, где применялись буквы славянского алфавита; при изображении чисел над ними ставился знак



(титло).



СЛАВЯНСКАЯ СИСТЕМА НУМЕРАЦИИ

В славянской системе нумерации для записи чисел использовались все буквы алфавита, правда, с некоторым нарушением алфавитного порядка.

Различные буквы означали различное количество единиц, десятков и сотен.

Например, число 231 записывалось в виде

~ СЛА (С – 200, Л – 30, А – 1).

РИМСКАЯ НУМЕРАЦИЯ

- Древние римляне пользовались нумерацией, сохраняющейся до настоящего времени под именем «римской нумерации», в которой числа изображаются буквами латинского алфавита.
- Сейчас ею пользуются для обозначения юбилейных дат, нумерации некоторых страниц книги (например, страниц предисловия), глав в книгах, строф в стихотворениях и т.д.
- В позднейшем своем виде римские цифры выглядят так:

I = 1; V = 5; X = 10; L = 50;

C = 100; D = 500; M = 1000.

РИМСКАЯ НУМЕРАЦИЯ

Выполнение арифметических действий над многозначными числами в этой записи очень трудно.

Тем не менее, римская нумерация преобладала в Италии до XIII в., а в других странах Западной Европы – до XVI в.



НЕДОСТАТКИ СЛАВЯНСКОЙ И РИМСКОЙ НУМЕРАЦИИ

Этим системам свойственны два недостатка, которые привели к их вытеснению другими:

- необходимость большого числа различных знаков, особенно для изображения больших чисел;
- неудобство выполнения арифметических операций.

odf. l. u. u. i. b. o. f. i. g. e. l. o. u. m.
n. a. n. a. r. o. d. l. o. v. u. e. l. l. i.
f. r. u. l. t. i. l. p. e. r. l. a. l. i. b. o. i.
d. o. n. i. m. o. k. i. l. b. e. l. l. e.
d. u. l. e. m. i. t. t. l. p. a. g. i. b. a.
t. r. i. a. p. o. m. e. n. e. m. z. e.
d. u. z. i. n. o. u. i. n. t. b. o. f. i. n. i.
r. e. f. e. m. l. e. b. o. u. m. o. l.

pred bofima olzima me
fere potomu zanzi in
deta vlama razumeni
efebese priuzat lou
uezi yliza talie'aco
se unigelim tere ne
priuzniva uz nenauvi
dette lbofiu uz lubeise



ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

1000
10 100



Аль Хорезми

Более удобной и общепринятой и наиболее распространенной является **десятичная система счисления**, которая была изобретена в Индии, заимствована там арабами и затем через некоторое время пришла в Европу.

В десятичной системе счисления **основанием** является число **10**.

Индийцы первыми использовали **ноль** для указания позиционной значимости величины в строке цифр. Эта система получила название десятичной, так как в ней десять цифр.

ВАВИЛОНСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Существовали системы счисления и с другими основаниями.

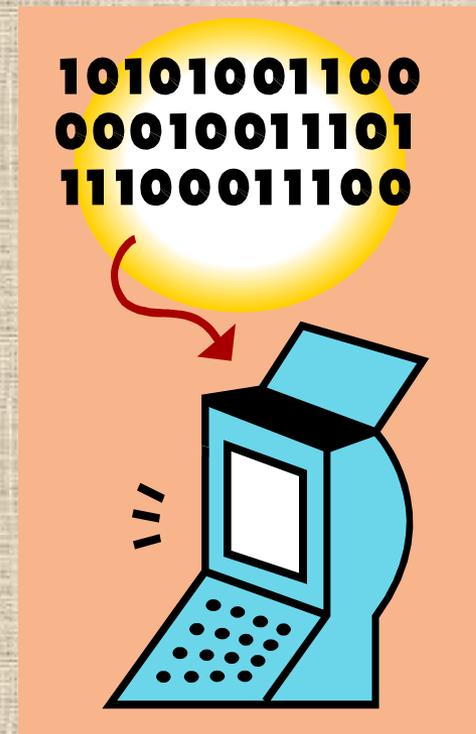
В Древнем Вавилоне, например, применялась шестидесятеричная система счисления. Остатки ее мы находим в сохранившемся до сих пор делении часа или градуса на 60 минут, а минуты – на 60 секунд.



ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Самой молодой системой счисления по праву можно считать **двоичную**.

Эта система обладает рядом качеств, делающей ее очень выгодной для использования в вычислительных машинах и в современных компьютерах.



Разнообразные системы счисления, которые существовали раньше и которые используются в наше время, можно разделить



В **позиционных** системах счисления значение цифры зависит от ее положения в числе, а в **непозиционных** — не зависит.

L Знаки, используемые при записи чисел, называются **цифрами**.

X

9
1
4

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

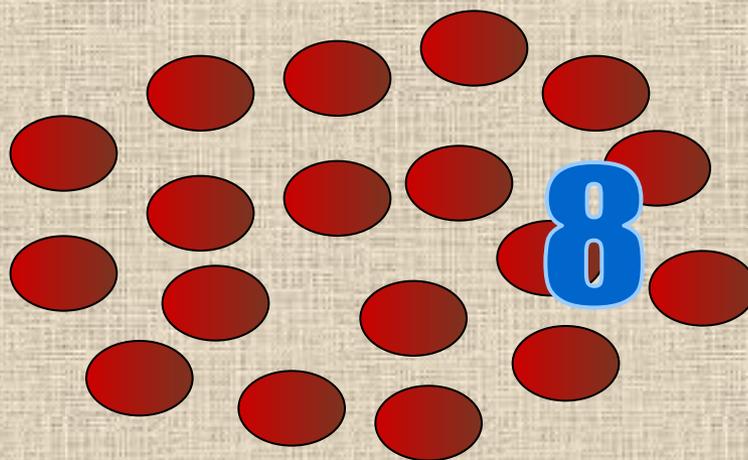
Система счисления	Основание	Алфавит
десятичная	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
двоичная	2	0,1
восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7
шестнадцатеричная	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F

Образование числа в десятичной системе счисления

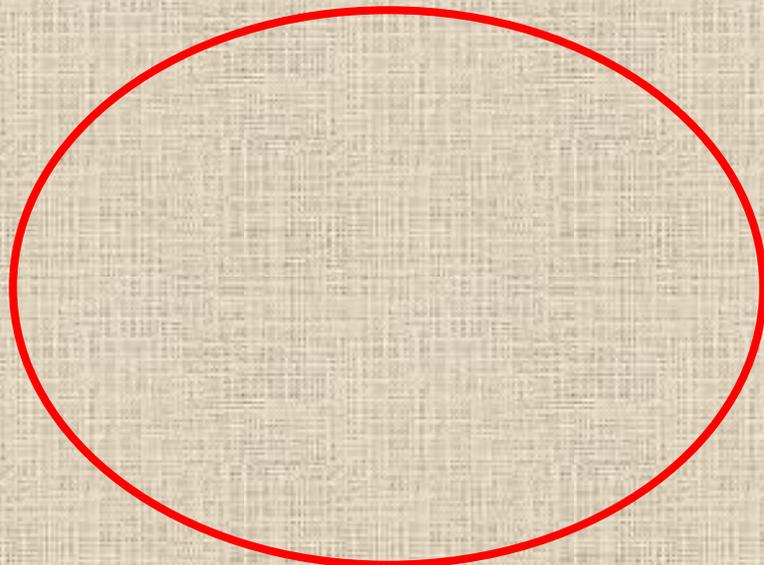


Новый **10** зряд

1

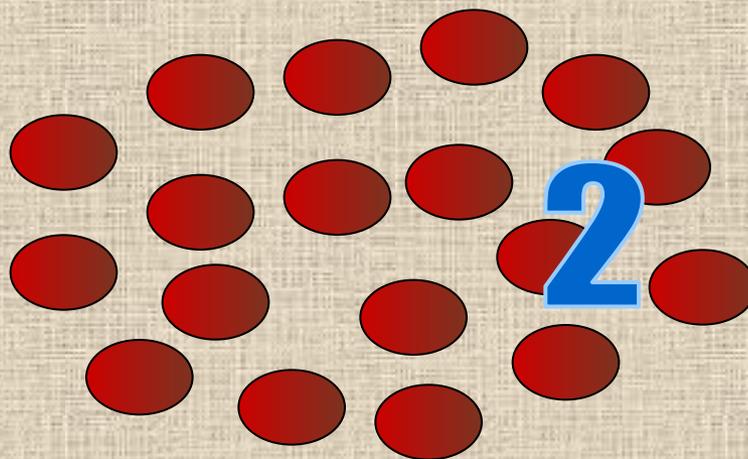


Образование числа в шестнадцатеричной системе счисления

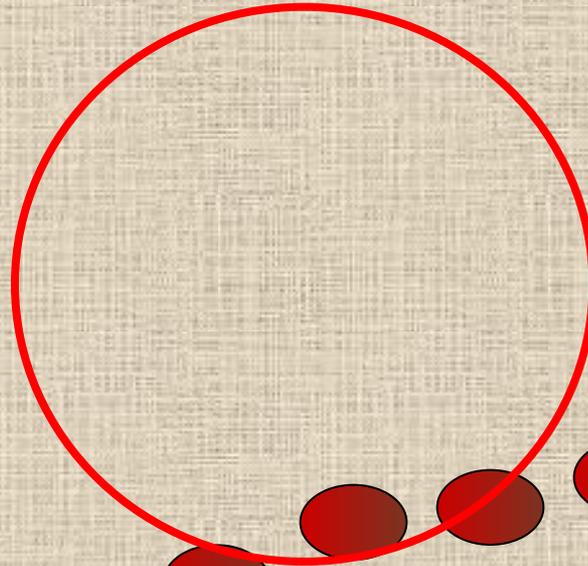
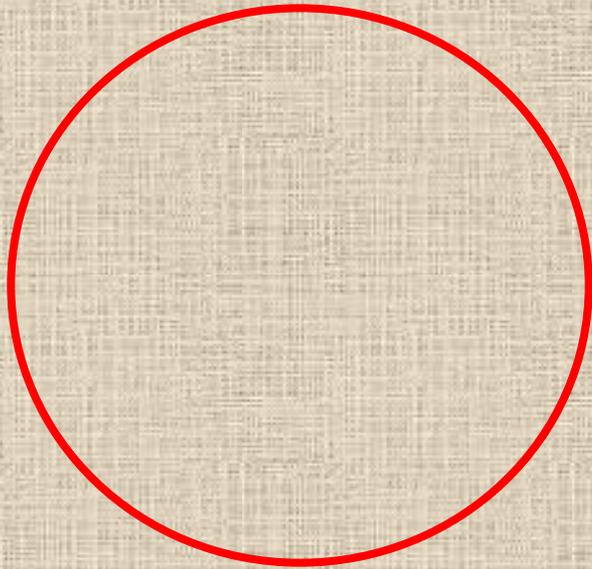


Новь **16** зряд

1



Образование числа в восьмеричной системе счисления



Новый разряд **8**

1

2

Новый разряд **8**

1

2

Образование числа в двоичной системе счисления



Перевод из десятичной системы счисления

Общий прием перевода целых чисел из десятичной системы счисления в другую систему состоит в следующем:

- нужно разделить нацело данное число на основание новой системы счисления p (полученный от деления остаток будет младшим разрядом числа в новой системе),
- затем частное от деления нужно снова разделить на p (остаток от деления будет следующим разрядом числа в новой системе);
- такое последовательное деление необходимо продолжать до получения частного, которое будет меньше, чем p ;
- это частное будет старшим разрядом числа в новой системе.

ПЕРЕВОД В ДВОИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

$$\begin{array}{r}
 22 \mid 2 \\
 \hline
 22 \mid 11 \mid 2 \\
 \hline
 0 \mid 10 \mid 5 \mid 2 \\
 \hline
 \quad 1 \mid 4 \mid 2 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad 1 \mid 2 \mid 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

$22_{10} = 10110_2$

ПЕРЕВОД В ВОСЬМЕРИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

$$\begin{array}{r|l} 34 & 8 \\ \hline 32 & 4 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$34_{10} = 42_8$$

ПЕРЕВОД В ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ СИСТЕМУ СЧИСЛЕНИЯ

$$7467_{10} = 1D2B_{16}$$

7467	16		
7456	466	16	
B	464	29	16
	2	16	1
		1D	

A red curved arrow points from the **B** in the third row to the **1D** in the fifth row.

Арифметические действия в двоичной системе счисления

- Арифметические действия, выполняемые в двоичной системе, подчиняются тем же правилам, что и в десятичной системе. Только в двоичной системе перенос единиц в старший разряд возникает чаще, чем в десятичной. Вот как выглядит таблица сложения в двоичной системе:

$$0 + 0 = 0, \quad 0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1 \quad 1 + 1 = 0 \text{ (перенос в старший разряд)}$$

Арифметические действия в двоичной системе счисления

- Таблица умножения для двоичных чисел еще проще:
 $0 * 0 = 0, 0 * 1 = 0, 1 * 0 = 0, 1 * 1 = 1.$
- Двоичное деление основано на методе, знакомом вам по десятичному делению, т. е. сводится к выполнению операций умножения и вычитания. Выполнение основной процедуры – выбор числа, кратного делителю и предназначенного для уменьшения делимого, здесь проще, так как таким числом могут быть только либо 0, либо сам делитель.

ЗАДАЧИ

для самостоятельного решения

Числа из спичек

Равенства из спичек

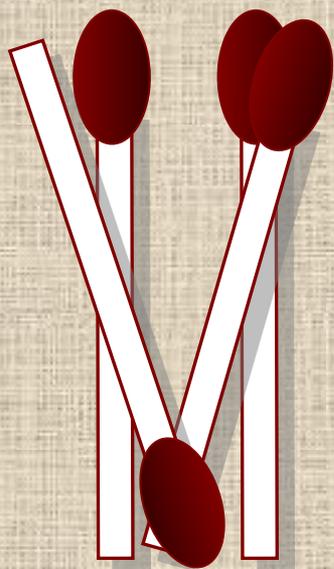
Занимательные задачи

Задачи с числами в разных системах счисления

Числа из спичек

СУМЕЕТЕ ЛИ ВЫ СДЕЛАТЬ

Из двух – пять?



Из двух – десять?



Проверь себя

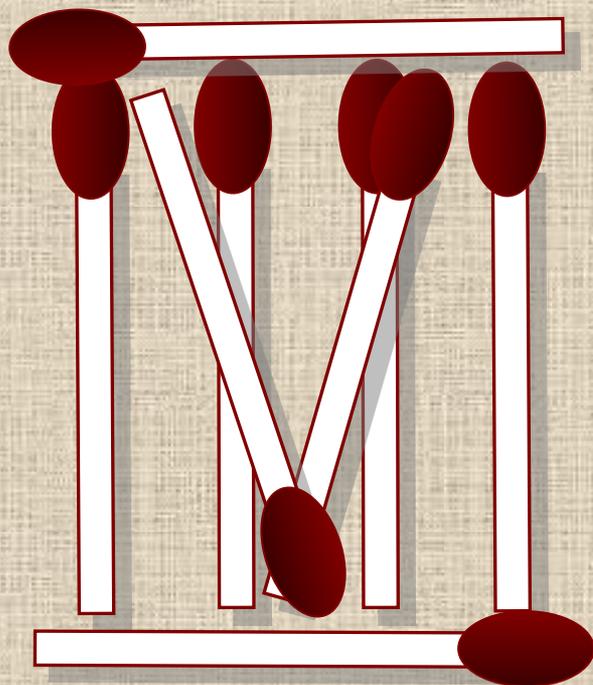
Проверь себя



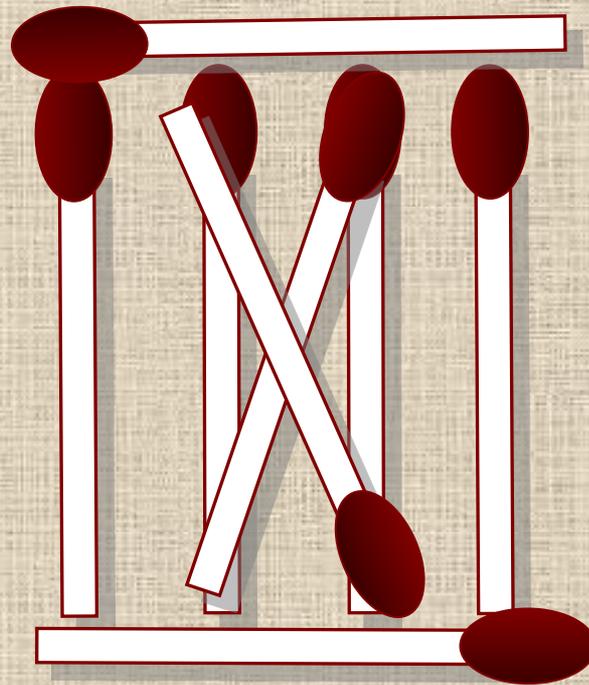
Числа из спичек

СУМЕЕТЕ ЛИ ВЫ СДЕЛАТЬ

Из четырех – пять?



Из четырех – десять?



Проверь себя

Проверь себя



Числа из спичек

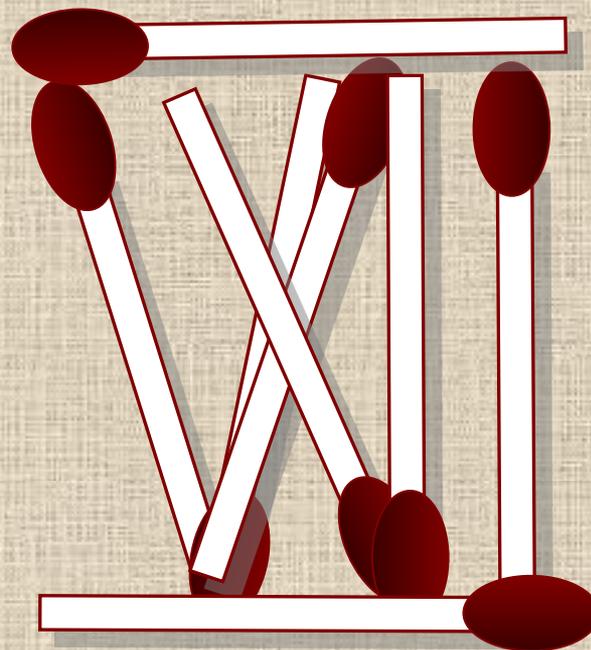
СУМЕЕТЕ ЛИ ВЫ СДЕЛАТЬ

Из четырех – семь?



Проверь себя

Из семи – десять?



Проверь себя



назад

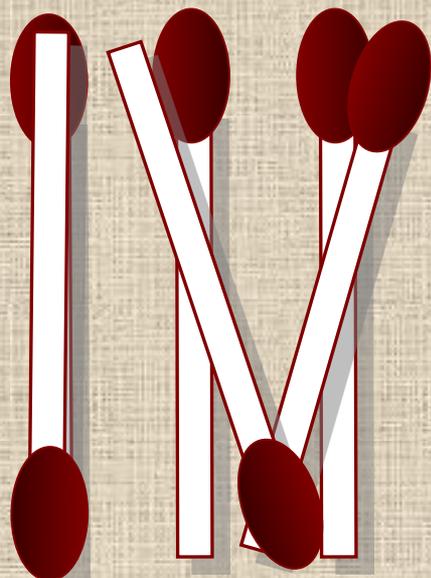
Содержание

далее

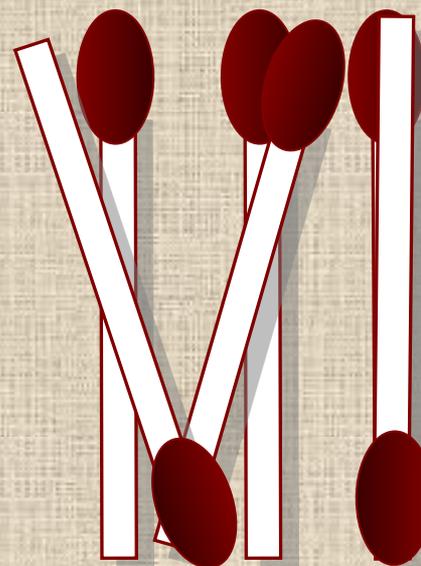
Числа из спичек

СУМЕЕТЕ ЛИ ВЫ СДЕЛАТЬ

Из трех – четыре?



Из трех – шесть?



Проверь себя

Проверь себя



Кодирование информации

Системы счисления

Задачи

назад

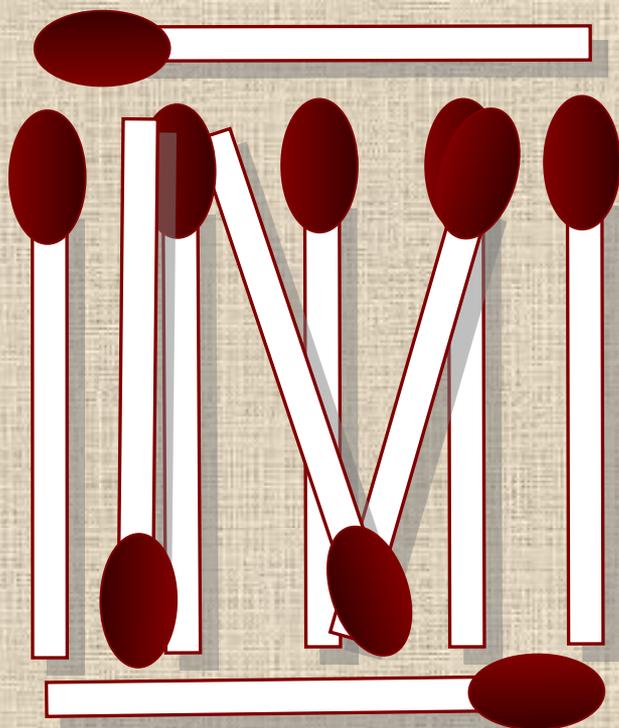
Содержание

далее

Числа из спичек

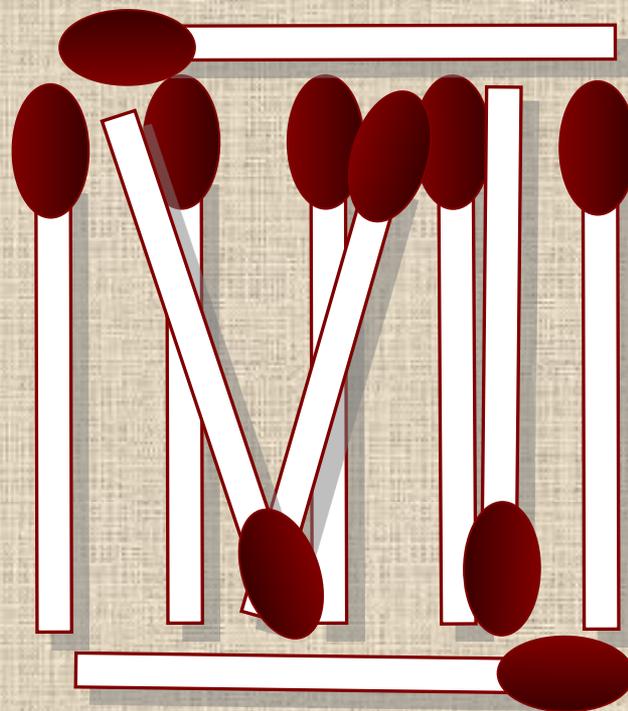
СУМЕЕТЕ ЛИ ВЫ СДЕЛАТЬ

Из пяти – четыре?



Проверь себя

Из пяти – шесть?



Проверь себя

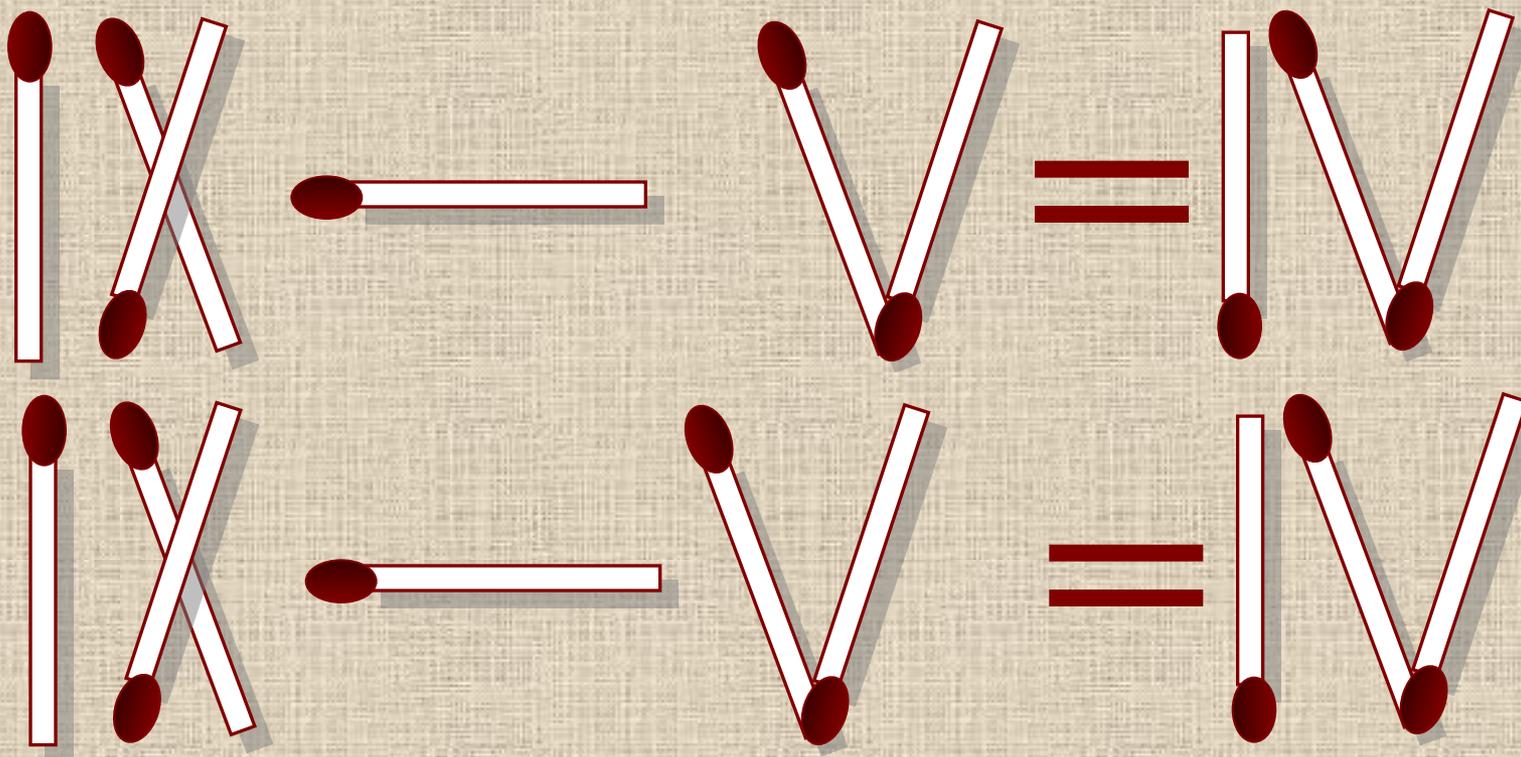
Кодирование информации

Системы счисления

Задачи

Равенства из спичек

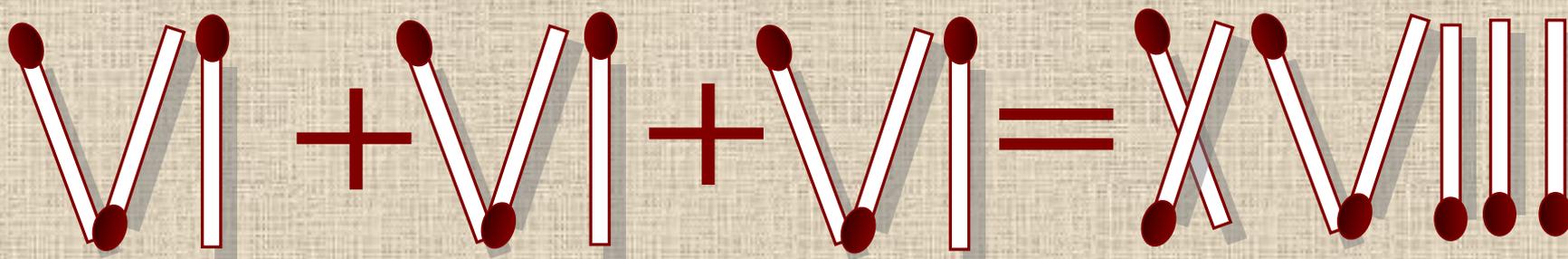
Передвинув одну спичку,
попробуй сохранить равенство верным.



Второй способ

Равенства из спичек

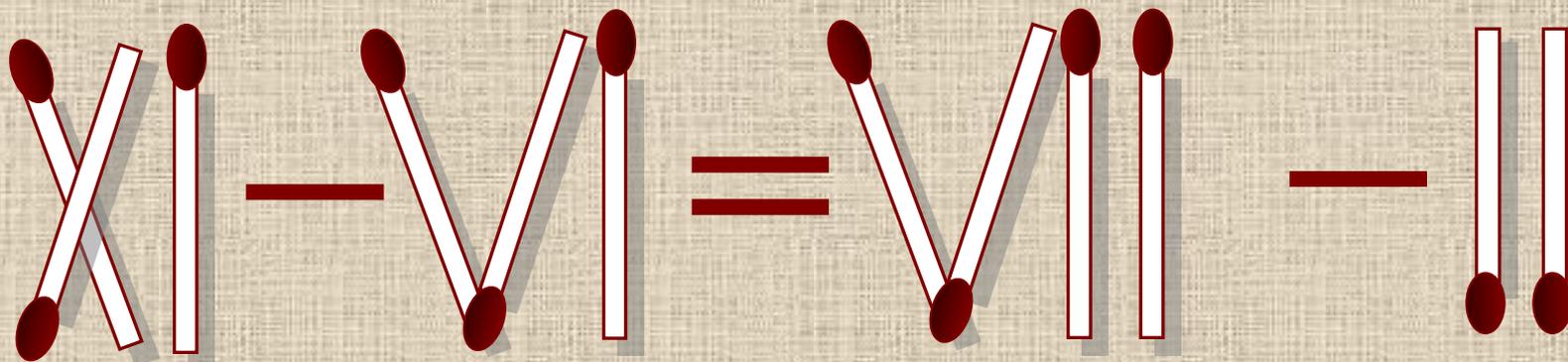
Передвинув одну спичку, попробуй сохранить равенство верным.



Проверь себя

Равенства из спичек

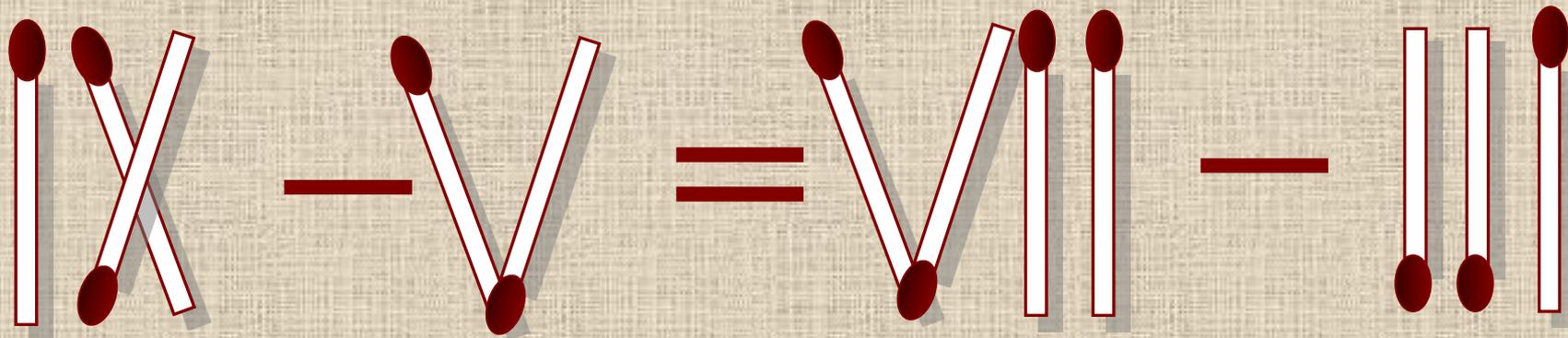
Передвинув одну спичку,
попробуй сохранить равенство верным.



Проверь себя

Равенства из спичек

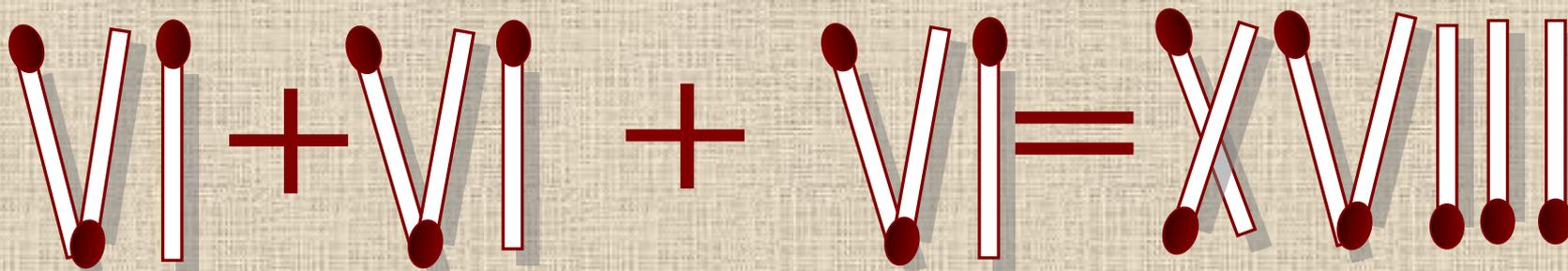
Передвинув две спички, попробуй сохранить равенство верным.



Проверь себя

Равенства из спичек

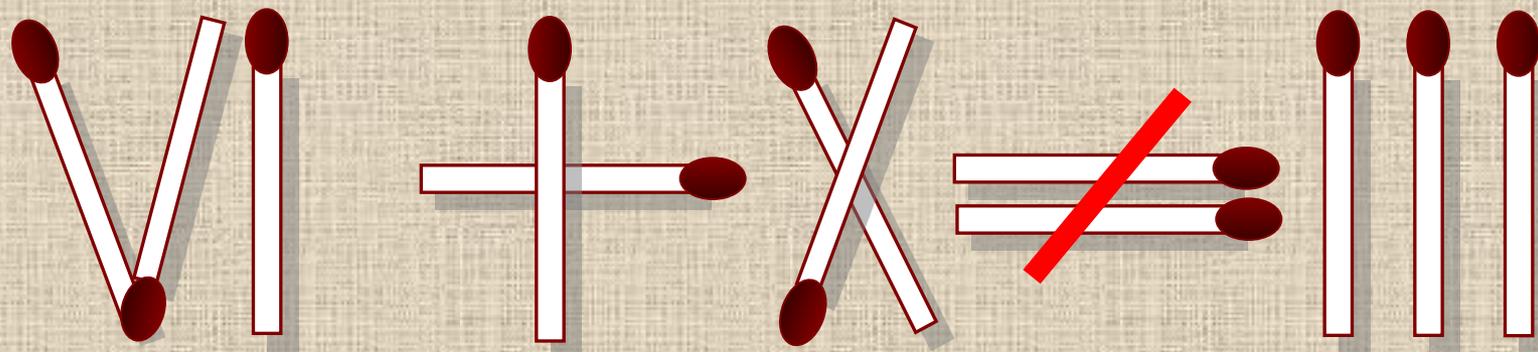
Передвинув две спички, попробуй сохранить равенство верным.



Проверь себя

Равенства из спичек

Передвинув две спички,
попробуй сделать неверное равенство верным.



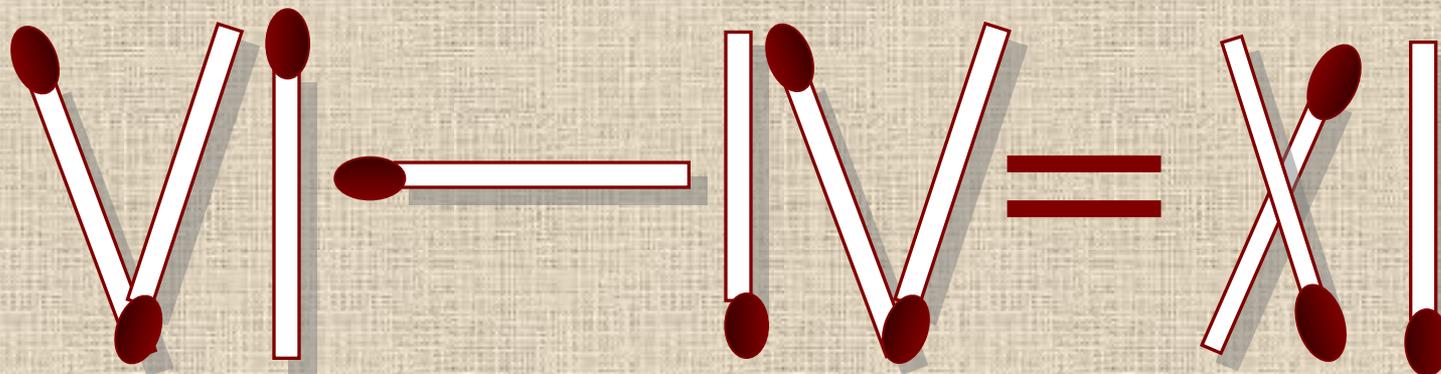
Проверь себя

Равенства из спичек

Из спичек составлено равенство.

Как видно, равенство неверное, так как получается, что $6 - 4 = 11$.

Переложи одну спичку и получи верное равенство.

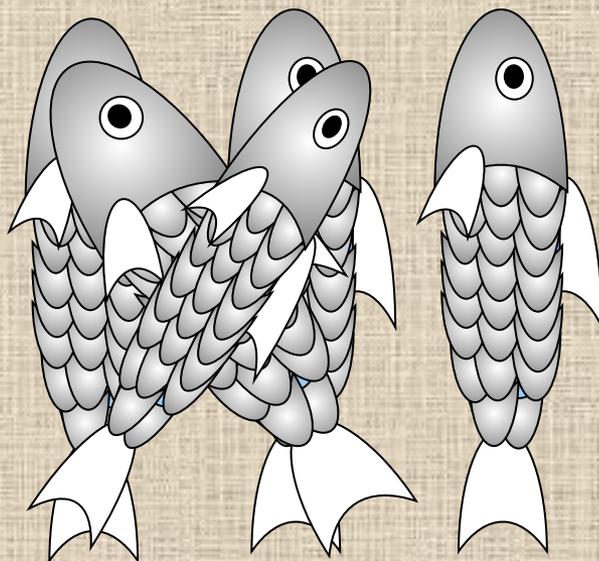


Проверь себя

Занимательные задачи

В харчевню пришли 11 человек и потребовали подать им рыбы. Хозяин решил не упускать случай и поживиться: имея всего три рыбы, он обещал гостям подать на стол одиннадцать. Гости заинтересовались и даже согласились уплатить вперед.

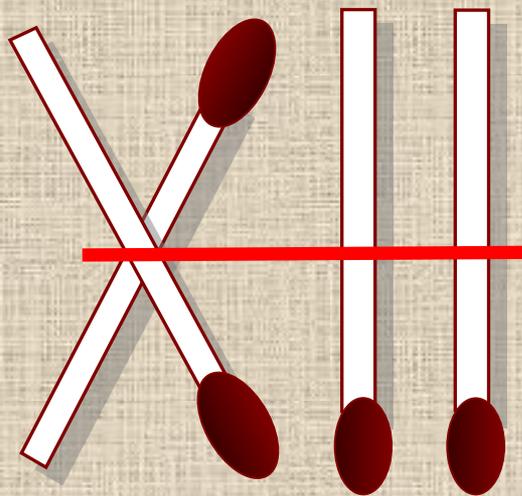
Как хозяин харчевни исполнил свое обещание?



Проверь себя

Занимательные задачи

Разделите число двенадцать на две равные части так, чтобы половина этого числа была семь.



Проверь себя

Занимательные задачи

Расшифруй надпись:

Пушкин родился в MDCCXCIX году,
а умер в MDCCCXXXVII году.

Пушкин родился в 1799 году,
а умер в 1837 году.



Проверь себя

Занимательные задачи

Расшифруй надпись:

Гоголь родился в MDCCCIX году,
а умер в MDCCCLII году.

Гоголь родился в 1809 году,
а умер в 1852 году.



Проверь себя

Пояснение

$I = 1; V = 5; X = 10; L = 50;$

$C = 100; D = 500; M = 1000.$

Числа, выраженные цифрами $I (1), X (10), C (100)$:

- в случае нахождения этих цифр **справа** от другой цифры **прибавляются**;
- в случае же нахождения их **слева** от другой цифры **вычитаются**:

$VI = 6, \text{ но } IV = 4,$

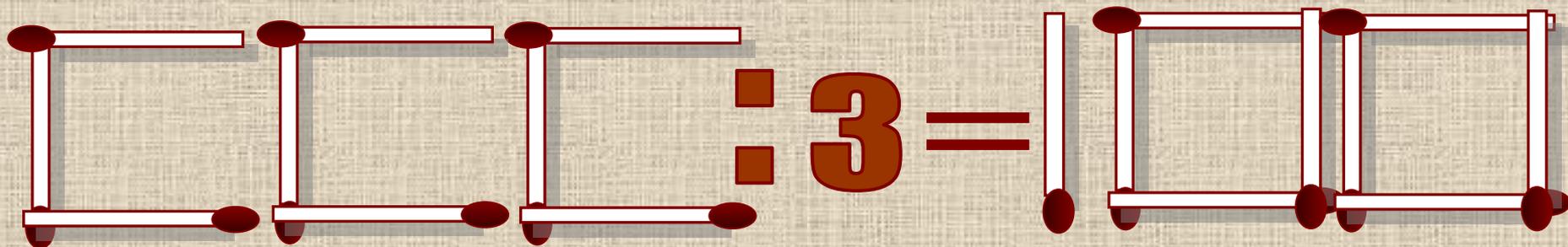
$XI = 11, IX = 9,$

$CD = 400, DC = 600.$

Занимательные задачи

Из спичек сложено число.

Не изменяя количества спичек, уменьшите это число в три раза.

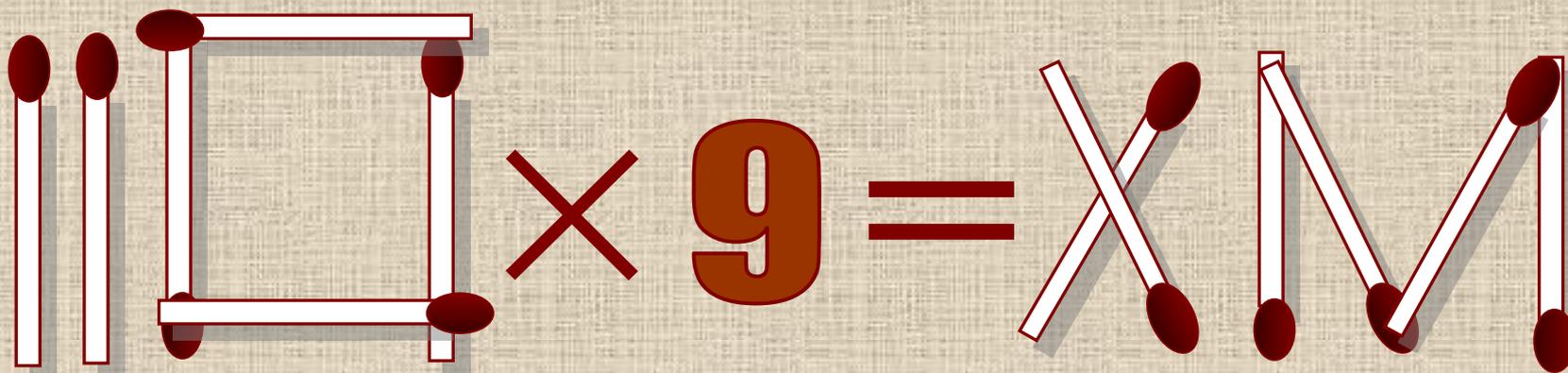


Проверь себя

Занимательные задачи

Из спичек сложено число 110.

Не изменяя количества спичек, увеличьте это число в девять раз.



Проверь себя

Задачи с числами в разных системах счисления

Переведите из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную, шестнадцатеричную следующие числа:

$$75_{10} = 1001011_2 = 113_8 = 48_{16}$$

$$44_{10} = 101100_2 = 54_8 = 2C_{16}$$

$$112_{10} = 1110000_2 = 160_8 = 70_{16}$$



Проверь себя

Задачи с числами в разных системах счисления

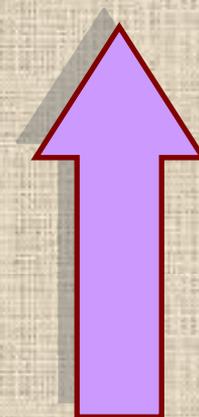
Расположите числа в порядке возрастания:

10010_2

111000_2

101111_2

00111_2



Проверь себя

Задачи с числами в разных системах счисления

Сложите числа, записанные в двоичной системе счисления:

$$\begin{array}{r} + 110100 \\ \quad 11101 \\ \hline 1010001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 111101 \\ \quad 1011 \\ \hline 1001000 \end{array}$$



Проверь себя

Задачи с числами в разных системах счисления

Найдите разность чисел, записанных в двоичной системе счисления:

$$\begin{array}{r} \underline{110100} \\ 1110 \\ \hline 100110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{111000} \\ 11100 \\ \hline 11100 \end{array}$$



Проверь себя

Задачи с числами в разных системах счисления

В нашем распоряжении есть чашечные весы и 10 разных гирек. Попробуем с их помощью уравновесить груз весом 165 г.



Решение задачи

Рассмотрим числовой ряд:

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, ...

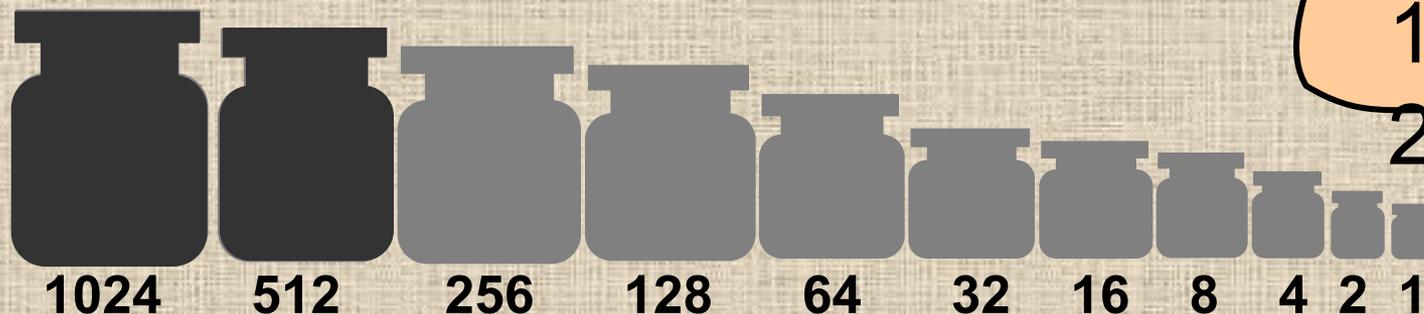
На одну чашу весов ставим груз, а на другую – гирьку с весом, ближайшим к весу груза, но не превышающим его.

Найдем разность:

$$1652 - 1024 = 628.$$

Найдем гирьку с весом, ближайшим к полученной разности, но не превышающим ее:

$$628 - 512 = 116.$$



назад

далее

Решение задачи

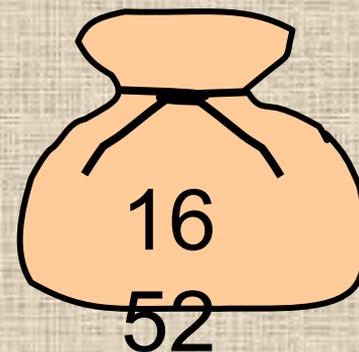
$$1652 - 1024 = 628$$

$$628 - 512 = 116$$

$$116 - 64 = 52$$

$$52 - 32 = 20$$

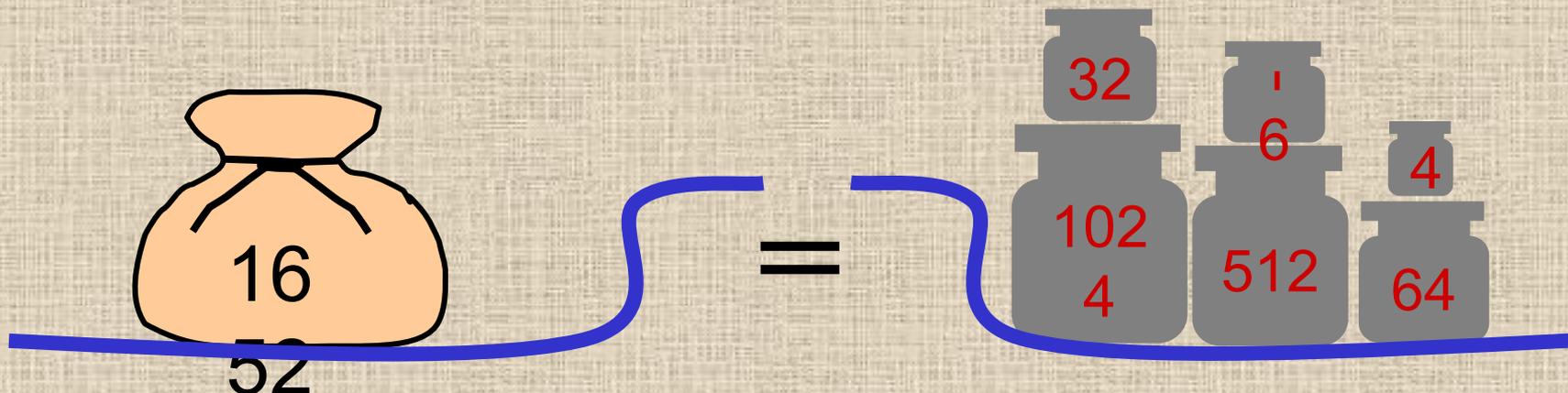
$$20 - 16 = 4$$



назад

далее

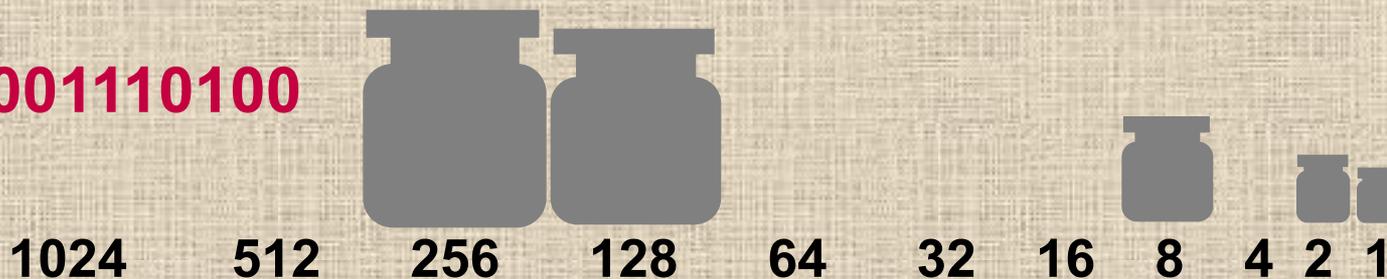
Решение задачи



$$1652 = 1024 + 512 + 64 + 32 + 16 + 4 =$$

$$= 1 \times 1024 + 1 \times 512 + 0 \times 256 + 0 \times 128 + 1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$$

1652 → 11001110100



ПОЗДРАВЛЯЕМ!

Теперь тебе знакомы темы:

- 1. Кодирование информации**
- 2. Системы счисления**

Ты имеешь представление о кодировании информации в компьютере;
расширил свои знания о числе, системах счисления;
умеешь решать задачи в разных системах счисления.

В этом тебе помогло наше электронное
практическое пособие

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

ХОЧЕШЬ ЗНАТЬ БОЛЬШЕ?

Загляни сюда:

1. «Энциклопедия юного математика», А.П. Савин.
2. «Арифметические и логические основы вычислительной техники» А. Г.Горбушин.
3. «Занимательные задачи по информатике» Л.Л.Босова, А.Ю.Босова, Ю.Г.Коломенская, М : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
4. «Логические задачи» О.Б. Богомолова, М.БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
5. «Занимательная математика» Санкт-Петербург, Тригон, 1997.
6. «За страницами учебника математики» И.Я. Депман, Н.Я. Виленкин.
7. Ресурсы Internet.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9