

Величины и их измерение

Тема 4



Понятие величины

Под величинами понимают свойства объектов, которые допускают сравнение ($<$, $>$, $=$) и которым можно поставить в соответствие некоторую количественную характеристику.

Форма, цвет, материал - не являются величинами, т.к. они не допускают сравнения (например, нельзя сказать «более деревянный» или «менее деревянный»).

Длина отрезка, площадь фигуры, масса тела - величины.





Классификация величин

Скалярные - определяются только числовым значением.

Длина отрезка, масса тела, площадь фигуры.

Векторные - определяются числовым значением и направлением.

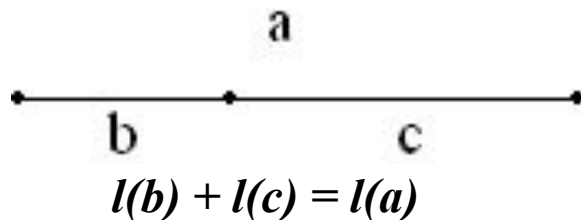
Скорость, сила, ускорение.



Классификация величин

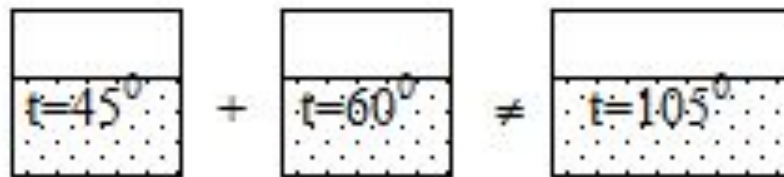
Аддитивные - допускают сложение.

Длина отрезка, площадь фигуры.



Неаддитивные - не допускают сложения.

Плотность, температура.





Классификация величин

Однородные - выражают одно и то же свойство объектов.

Длина отрезка и периметр треугольника.

Неоднородные - выражают различные свойства объектов.

Периметр треугольника и площадь треугольника.

В дальнейшем будем рассматривать множество положительных скалярных аддитивных величин V^+ .

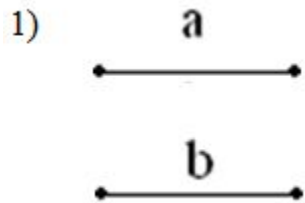


Аксиомы

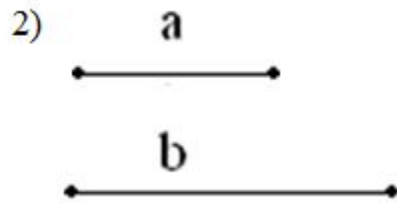
положительных скалярных величин

Аксиома 1: Любые две положительные однородные скалярные величины можно сравнить. Если α и β - однородные положительные скалярные величины, то для них справедливо одно из трех утверждений:

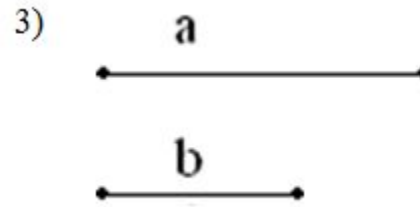
1) $\alpha = \beta$ или 2) $\alpha < \beta$ или 3) $\alpha > \beta$.



$$l(a) = l(b)$$



$$l(a) < l(b)$$

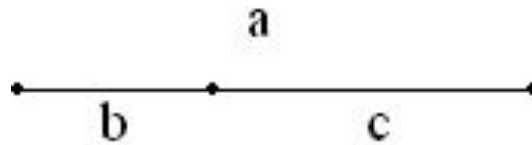


$$l(a) > l(b)$$

Аксиомы

положительных скалярных величин

Аксиома 2: Любые однородные положительные скалярные величины можно складывать. В результате получится величина того же рода.



$$l(b) + l(c) = l(a)$$

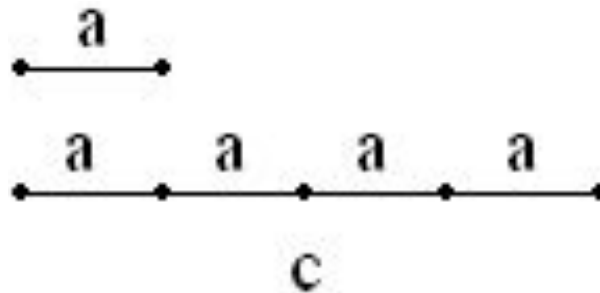
Аксиома 3: Из большей положительной скалярной величины можно вычесть меньшую положительную скалярную величину, ей однородную. В результате получится величина того же рода.

$$l(a) - l(b) = l(c) \quad l(a) - l(c) = l(b)$$

Аксиомы

положительных скалярных величин

Аксиома 4: Любую положительную скалярную величину можно умножить на положительное действительное число. В результате получится величина того же рода.

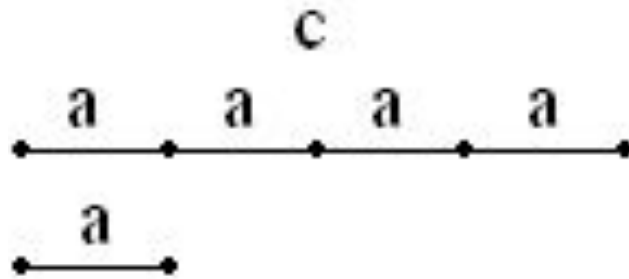


$$l(a) \cdot 4 = l(c)$$

Аксиомы

положительных скалярных величин

Аксиома 5: Любую положительную скалярную величину можно разделить на величину, ей однородную. В результате получится положительное действительное число.




$$l(c) : l(a) = 4$$



Измерение положительных скалярных величин

Положительной скалярной величине можно поставить в соответствие количественную характеристику - *численное значение (меру) при выбранной единице измерения*. Отыскать численное значение величины возможно в результате ее измерения.

Измерение положительных скалярных величин - это процесс установления отображения из множества положительных скалярных величин V_+ во множество положительных действительных чисел R_+ .





Процесс измерения величин

Процесс измерения величин строится по-разному для каждого множества измеряемых объектов, но при этом имеются следующие общие моменты:

1. В каждом множестве измеряемых объектов выбирается один и называется *единичным*.
2. Величине единичного объекта ставится в соответствие положительное действительное число **1**.
3. Величина измеряемого объекта **делится** на величину единичного объекта.

В результате (по аксиоме 5 положительных скалярных величин) получится положительное действительное число – численное значение (**мера**) величины измеряемого объекта при выбранной единице измерения.

$m_e(a)$ - мера величины a при единице измерения e .





Свойства меры

В процессе измерения используются следующие свойства меры:

1. $m_e(e) = 1$ - свойство меры единичного объекта.

2. $(a=b) \Rightarrow (m_e(a) = m_e(b))$ - свойство инвариантности меры.

Равным величинам соответствуют равные положительные действительные числа.

3. $(c = a \oplus b) \Rightarrow (m_e(c) = m_e(a) + m_e(b))$ - свойство аддитивности меры.

4. $m_e(a) = m_{e_1}(a) \cdot m_e(e_1)$ - свойство мультипликативности меры (позволяет переходить от одних единиц измерения к другим).



Единицы величин

| Наименование единицы | Обозначение | Наименование единицы | Обозначение | Наименование единицы | Обозначение |
|----------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|
| метр | м | секунда | с | килограмм | кг |
| миллиметр | мм | минута | мин | грамм | г |
| сантиметр | см | час | ч | тонна | т |
| дециметр | дм | сутки | сут. | | |
| километр | км | неделя | неделя | | |
| | | месяц | месяц | | |
| гектар | га | год | год | | |
| ар | а | век | век | | |