

# ВЕЛИКИЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ

*Квадратура  
круга*

Автор: Монахов Станислав

МОУ "Средняя  
общеобразовательная  
школа № 59"

Курск - 2006



*Меня зовут Монахов  
Станислав.*

*Я ученик 6-го класса, очень  
люблю заниматься  
математикой, историей,  
информатикой, а также  
много читать и считаю, что  
как бы ни относились люди к  
математике, без нее - как  
без рук. Она - повсюду.*

*Нужно только уметь ее  
увидеть. Огромную помощь в  
этом оказывают научно-  
популярная и справочная  
литература, Интернет,  
позволяющие взглянуть на  
поставленную задачу с  
новой, нестандартной точки  
зрения.*

# Введение

Впервые я услышал о трех знаменитых задачах на факультативном занятии по математике «Наглядная геометрия» от учителя. Из них меня особенно заинтересовала квадратура круга.

Во-первых, очень удивило сочетание слов «квадратура», «круг».

Во-вторых, чем знаменита эта задача.

В-третьих, почему её решением так долго занимались великие ученые.

В-четвертых, целесообразность решения данной задачи и её практическая значимость.

Эти вопросы меня очень заинтриговали и я решил проследить историю возникновения и решения данной задачи.

# Цели и задачи проекта

- Показать, что в математике, как и во всякой другой науке, достаточно своих неразгаданных тайн.
- Подчеркнуть, что математиков отличает нестандартное мышление. А иногда смекалка и интуиция хорошего математика просто приводят в восхищение!
- Показать, что сама попытка решения задачи о квадратуре круга содействовала развитию новых понятий и идей в математике.
- Учиться работать с различными источниками информации, анализировать и сопоставлять точки зрения ученых разных времен по данной теме.
- Продолжить исследовательскую работу по теме « Знаменитые задачи математики »

Возьму линейку, проведу  
прямую, И  
мигом круг квадратом обернётся,  
Посередине рынок мы устроим,  
А от него уж улицы пойдут –  
Ну, как на Солнце! Хоть оно само  
И круглое, а ведь лучи прямые!..

/Аристофан/

С глубокой древности известны три задачи на построение: об удвоении куба, трисекции угла и квадратуре круга. Они сыграли особую роль в истории математики. В конце концов было доказано, что решить их невозможно, пользуясь только циркулем и линейкой. Но уже сама постановка проблемы «доказать неразрешимость» была смелым шагом вперёд.

Вероятно, задача была известна уже за две тысячи лет до н. э. в Древнем Египте и Вавилоне. В то время у египетских математиков находятся первые решения задачи, как построить квадрат, равновеликий данному кругу, или определить соотношение между окружностью и её диаметром.





В папирусе Ринда,  
Ахмесом, говорится,  
что сторона квадрата, равновеликого  
площади круга, равна восьми девятым  
диаметра (так что  
 $\Pi = 3,16$ ). У древних вавилонян и евреев  
принималось, что длина окружности ровно  
втрое больше диаметра и, следовательно,

$$\Pi = 3.$$

Древнегреческие математики также достигли чрезвычайно большого искусства в геометрических построениях. Они еще издавна преобразовывали любую прямолинейную фигуру с помощью циркуля и линейки в произвольную прямолинейную, равновеликую ей.

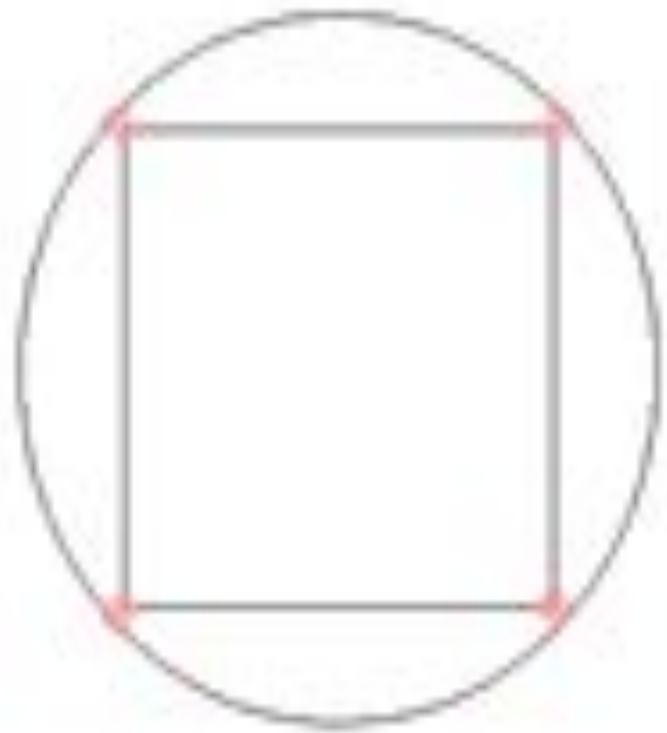
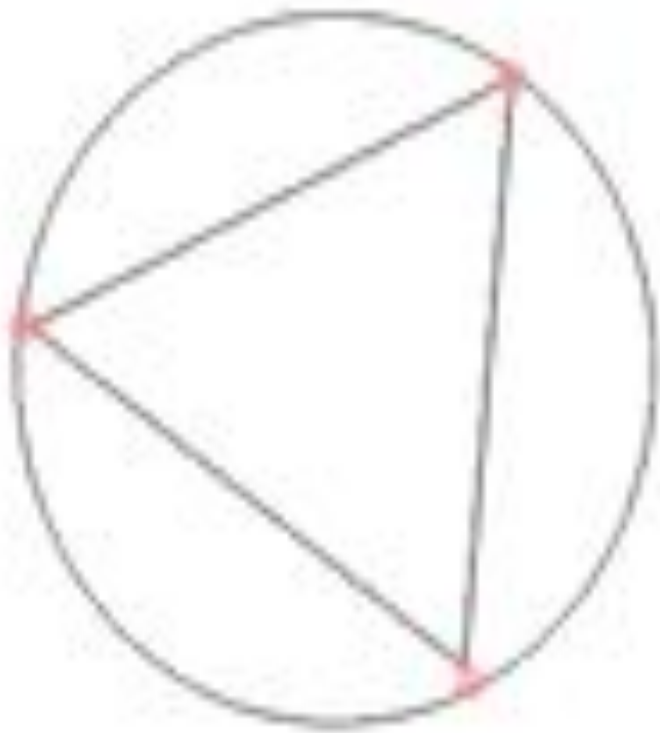


Так появилась мысль обобщить эту задачу: построить с помощью циркуля и линейки такой квадрат, площадь которого была бы равна площади данного круга. Задача получила название квадратуры круга, и многие ученые пытались выполнить такое построение. Однако решение не поддавалось их усилиям.

Но первая прямая ссылка на неё относится к V в. до н. э.

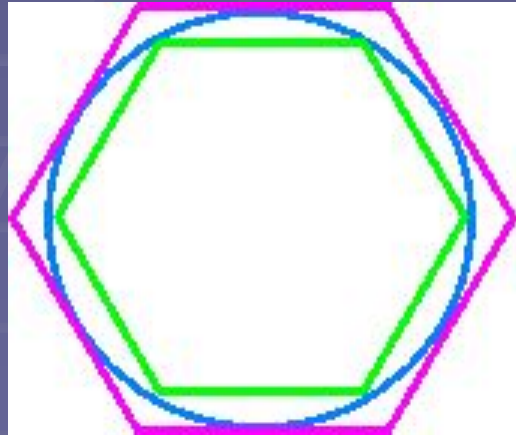
По свидетельству древнегреческого историка Плутарха, философ Антифонт, коротая время в тюрьме, пытался квадрировать круг, т. е. превратить его в равновеликий квадрат.

Полного решения, предложенного Антифонтом, не сохранилось, но считается что оно состояло в следующем: производя последовательно удвоение сторон вписанного многоугольника, он получал в конце-концов многоугольник с очень большим числом сторон, которые, по мысли Антифонта, должны совпадать с соответствующими им дугами окружности.



Но, так как для любого многоугольника можно с помощью циркуля и линейки построить равновеликий квадрат, то такой квадрат можно построить и для данного круга. От Плутарха известно, что лучшие математики того времени (в том числе Платон, Евдокс) посещали в темнице Антифонта и были удовлетворены его решением, а ведь требования к строгости доказательств в то время были не ниже сегодняшних.

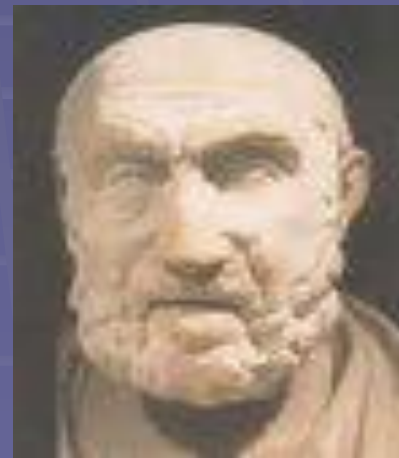
Архимед (287-212 до н.э.), вычисляя периметры вписанных и описанных 96-ти угольников, в сочинении «Измерение круга» показал, что периметр вписанного многоугольника с любым числом сторон всегда меньше, а



описанного - всегда больше длины данной окружности, и что величина  $\Pi$  заключается между пределами  $3,1408 < \Pi < 3,1429$ .



**Известный математик древности  
Гиппократ Хиосский (ок. 400 г. до н.э.)  
первый указал на то, что площадь круга  
пропорциональна квадрату его диаметра.  
Но провести строгое доказательство  
учёный в то время еще не мог: не было  
подходящего метода.**



**Попытки Гиппократа решить задачу о квадратуре круга привели его к открытию квадратуемых фигур (то есть таких, площади которых выражаются в рациональных числах), ограниченных пересекающимися окружностями.**

**Найденное Гиппократом Хиосским соотношение позволило свести задачу о квадратуре круга к построению с помощью циркуля и линейки, если это возможно, полученного коэффициента пропорциональности, одного и того же для всех кругов.**

Они впоследствии получили название гиппократовых луночек. Казалось бы, что с появлением таких луночек найден ключ к решению задачи о квадратуре круга. Она была бы решена, если бы удалось разбить круг на квадратируемые части.

Были найдены и другие пути определения квадратуры круга: кроме циркуля и линейки использовали различные инструменты или специально построенные кривые. Так, в V в. до н.э. греческий математик Гиппий из Элиды изобрел кривую, впоследствии получившую название квадратрисы Динострата (ее называли по имени другого древнегреческого математика, жившего несколько позже и указавшего способ построения квадратуры круга при помощи этой кривой).

**Все предложенные решения в лучшем случае давали приближённое значение с достаточно хорошей точностью. Однако все-таки оставались принципиально приближёнными. Впрочем, авторы таких построений часто не сомневались в их абсолютной точности и горячо отстаивали свои заблуждения.**



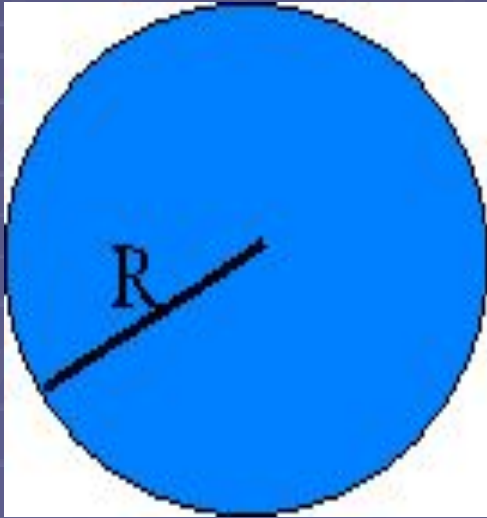
Один из самых громких споров на эту тему произошёл в Англии между двумя выдающимися учёными XVII в., философом Томасом Гоббсом и математиком Джоном Валлисом. В весьма почтенном возрасте Гоббс опубликовал около десяти «решений» задачи о квадратуре круга.



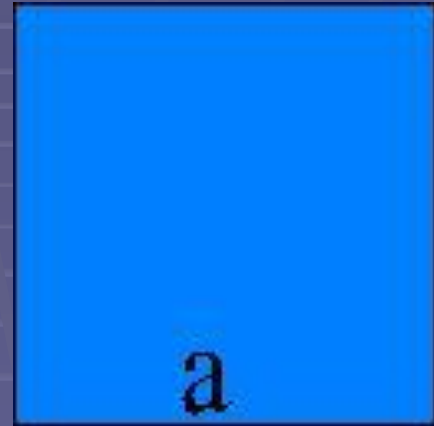
Однако ученых Древней Греции и их последователей такие решения, находящиеся за пределами применения циркуля и линейки, не удовлетворяли. Будучи вначале чисто геометрической задачей, квадратура круга превратилась в течение веков в исключительно важную задачу арифметико-алгебраического характера, связанную с числом  $\pi$ , и содействовала развитию новых понятий и идей в математике.



Отношение длины окружности к ее диаметру есть величина постоянная, не зависящая от радиуса круга, она обозначается буквой  $\pi$ . Теперь известно,  $\pi$  - число иррациональное, оно выражается бесконечной непериодической десятичной дробью 3,1415926..., которое было вычислено с 707 десятичными знаками математиком В. Шенксом.



$$S = \pi r^2$$



$$S = a^2$$

$$a = ?$$

Этот результат вместе с формулой вычислений он обнародовал в 1837 году. Ни одна ещё задача подобного рода не решалась с таким огромным приближением и с точностью, далеко превышающее отношение микроскопических расстояний к телескопическим.

**Работа, сделанная Шенксом, в сущности бесполезна – или почти бесполезна. Но, с другой стороны, она может служить довольно убедительным доказательством противного тому, кто до сих пор ещё надеется, что можно найти точное отношение длины окружности к диаметру.**

**Можно вычислить приближенное значение  $\pi$ . Однако не в практическом отношении интересовала людей задача о квадратуре круга, а интересовала её принципиальная сторона: возможно ли точно решить эту задачу, выполняя построения с помощью только циркуля и линейки.**

Поэтому квадратура круга была в  
прежние времена самой заманчивой и  
соблазнительной задачей. Армия  
«квадратурщиков» неустанно  
пополнялась каждым новым поколением  
математиков. Все усилия были тщетны,  
но число их не уменьшалось. В  
некоторых умах доказательство, что  
решение не может быть найдено,  
зажигало ещё большее рвение к  
изысканиям.

Лишь в 80-х годах 19в. было строго доказано, что решить задачу о квадратуре круга с помощью циркуля и линейки невозможно. Эта задача становится разрешимой, если применять, кроме циркуля и линейки, еще другие средства построения.

# Заключение

Термин «квadrатура круга» стал синонимом неразрешимых задач. Вместе с тем предлагалось множество решений при помощи нетрадиционных инструментов. Всё это привело к возникновению и развитию совершенно новых идей в геометрии и алгебре. Анализируя материал по данной теме, я пришел к выводу, что неразрешимость некоторых задач служит отправной точкой новых математических исследований, интригует, стимулирует и способствует развитию творчества.

В дальнейшем я собираюсь изучить историю решения других знаменитых задач древности о трисекции угла, удвоении куба. В процессе работы я:

- ✓ систематизировал полученную информацию об истории решения неразрешимых задач,
- ✓ раньше своих одноклассников познакомился с числом  $\pi$ , и с задачами на построения с помощью циркуля и линейки,
- ✓ приобрёл навыки :
  - ◆ исследовательской работы,
  - ◆ самостоятельного поиска и нахождения ключевых понятий,
  - ◆ научился производить группировку материала и его анализ.





# Литература

- I. Архимед, Гюгенс, Лежандр, Ламберт. О квадратуре круга. Едитореал УССР, 2003
- II. Бурбаки Н. Очерки по истории математики М., 1963
- III. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире М., 1967
- IV. Кольман Э., История математики в древности. М., 1961
- V. Прикладная алгебра ( М. Поздняк, Ф. Груздь).
- VI. Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. С., 1977
- VII. Советский энциклопедический словарь. М.,1987
- VIII. Шеренга великих математиков. Варшава, 1970
- IX. Энциклопедия по математике «Аванта+» (М. Аксенова, Г. Храмов).
- X. Энциклопедический словарь юного математика, Педагогика, 1989
- XI. Энциклопедия Кирилла и Мефодия М., 2002
- XII. [altera-pars.narod.ru/Qadra/form](http://altera-pars.narod.ru/Qadra/form)