

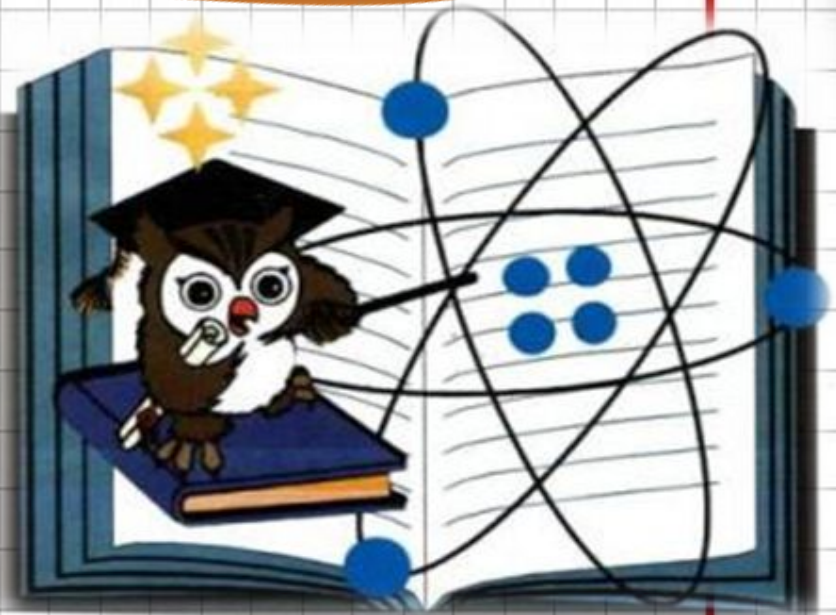
20.02.2017

1

Математическое описание случайных явлений

**Замковая Татьяна
Борисовна**

ГОУ СОШ №1280 ЮЗАО г.
Москвы



Событие называется случайным,
если нельзя утверждать, что это
событие в данных
обстоятельствах непременно
произойдет.



**$A = \{$ в следующем году первый
снег в Москве выпадет в
воскресенье $\}$;**



**$B = \{$ свалившийся со стола бутерброд
упадет на пол маслом вниз $\}$;**

**$C = \{$ при бросании кубика выпадет
шестерка $\}$;**

**$D = \{$ при бросании кубика выпадет
четное число очков $\}$.**

Невозможные события - события, которые в данных условиях произойти не могут.

$F = \{ \text{при бросании кубика выпадет семерка} \}$.

Достоверное событие - это событие, которое при данных условиях обязательно произойдет.

$H = \{ \text{при бросании кубика выпадет число очков, меньшее 7} \}$





Случайные опыты

**те условия и действия,
при которых может
осуществиться случайное
событие, принято
называть **случайным
опытом**, или **случайным
экспериментом**.**



Элементарные события

**События которые нельзя
разделить на более простые ,
называются *элементарными*
событиями.**

Пример:

Опыт: подбрасывание одной игральной кости

Элементарные события: «выпало одно очко», «выпало два очка», «выпало три очка», «выпало четыре очка», «выпало пять очков», «выпало шесть очков».

Элементарным событием при двух бросаниях игральной кости является пара чисел.

Пример:

Опыт: подбрасывают две игральные кости.

Элементарные события: (1;1); (1;2)....
(2;1); (2;2)...

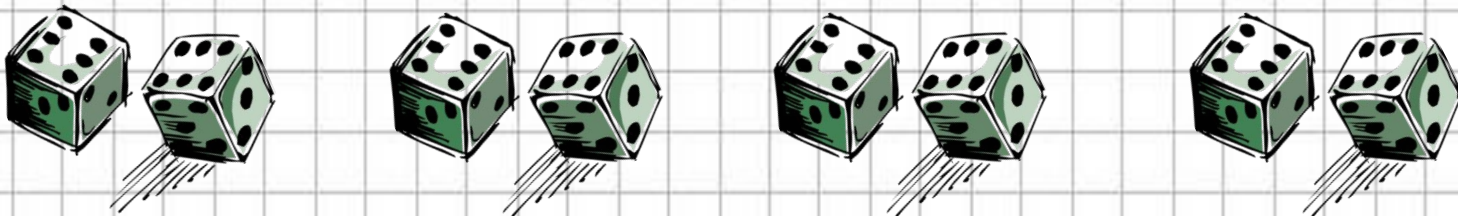


Элементарные события
при подбрасывании двух
игральных костей

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

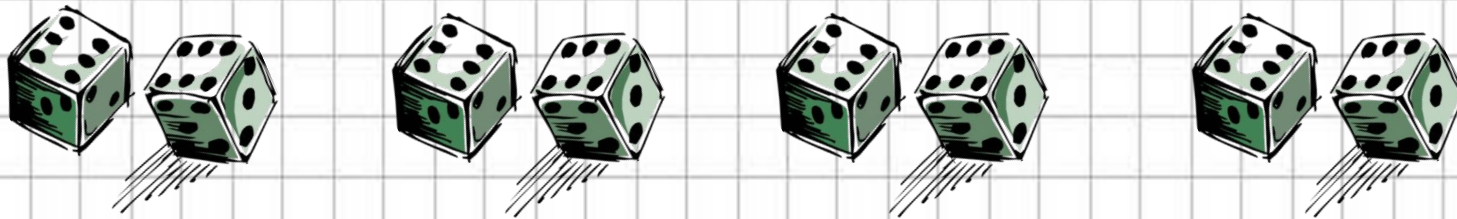
Равновероятные элементарные события

Равновероятные элементарные события – это элементарные события шансы которых одинаковы.



Примеры:

1. При бросании одной игральной кости равновозможных элементарных событий 6.
2. При бросании двух игральных костей равновозможных элементарных событий 36.



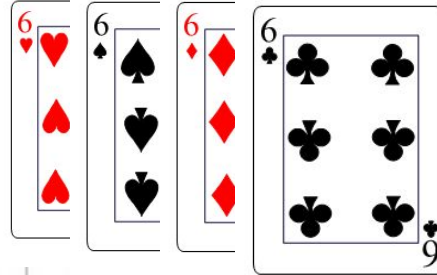
Задача:

Равновозможны ли элементарные события «ОРЕЛ» и «РЕШКА» при бросании правильной монеты.



Пример. Что вероятнее:

$A = \{\text{получить шестерку при подбрасывании кубика}\}$ или $B = \{\text{вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт}\}?$



Шестерок на кубике - 1

Шестерок в колоде - 4

Всего граней у куба - 6

Всего карт в колоде - 36

1 шанс из 6

4 шанса из 36

$$\frac{1}{6} > \frac{4}{36}$$



Вероятности элементарных событий

Вероятность равновозможных элементарных событий:

$$P(A) = 1/N,$$

где A - элементарное событие,
 N - число равновозможных элементарных событий случайного опыта.

Пример:

Все элементарные события случайного эксперимента равновозможны. Найдите вероятность каждого элементарного события, если их общее число равно 17.

Решение:

b – элементарное событие случайного эксперимента.

$$P(b) = 1/N,$$

где b - событие,

$$N = 17,$$

$$P(b) = 1/17.$$

Ответ: $P(b) = 1/17$.

В каждом опыте сумма вероятностей всех элементарных событий равна 1.

Пример:

Рассмотрим случайный эксперимент, в котором три элементарных события: a , b , c . Вероятности этих элементарных событий обозначим $P(a)$, $P(b)$, $P(c)$. Найти сумму вероятностей этих элементарных событий.

Решение:

В данном случае

$$P(a)+P(b)+P(c)=1$$



Благоприятствующие элементарные события

Элементарные события, при которых наступает событие A , называются элементарными событиями, благоприятствующими событию A .

Пример:

Опыт: бросание одной игральной кости.

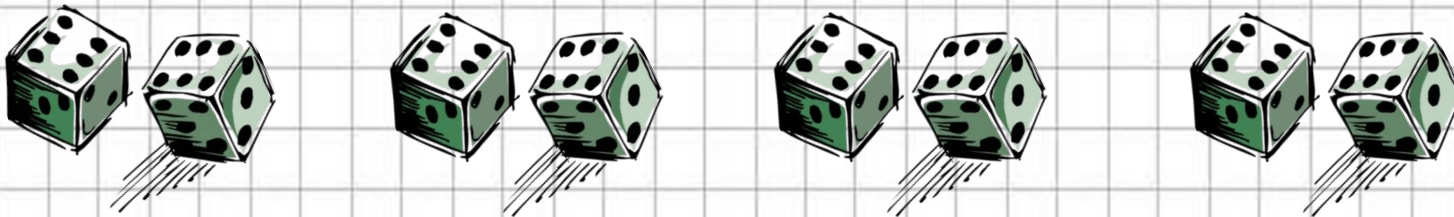
Событие A: «Выпало четное число очков»

Благоприятствующие события:

«выпало 2 очка»,

«выпало 4 очка»,

«выпало шесть очков».



Пример:

Аня, Наташа и Юля (А, Н и Ю) встают в очередь. Все возможные события в этом случае складываются из элементарных событий, которых в данном случае шесть:



Рассмотрим событие : «Ю стоит первой».

Ему благоприятствуют элементарные события:

«ЮАН»,

«ЮНА».

Пример:

Аня, Наташа и Юля (А, Н и Ю) встают в очередь. Все возможные события в этом случае складываются из элементарных событий, которых в данном случае шесть:



Рассмотрим событие : «Н стоит впереди А».

Ему благоприятствуют элементарные события:

«НЮА», «НАЮ», «ЮНА».

Пример:

Игральную кость бросают дважды.

Таблица элементарных событий этого опыта:

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Рассмотрим событие : «сумма очков при двух бросках равна 11».

Ему благоприятствуют элементарные события:

(6; 5) и (5; 6).

Пример:

Игральную кость бросают дважды.

Таблица элементарных событий этого опыта:

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

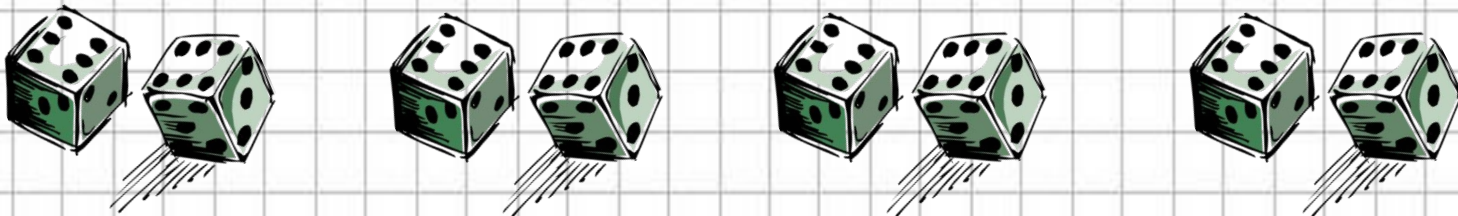
Рассмотрим событие : «произведение очков при двух бросках равно 12».

Ему благоприятствуют элементарные события:

(4; 3), (3; 4), (2, 6) и (6; 2).



- а) если $P(A)=0$, то события называются невозможными;**
б) если $P(A)=1$, то события называются достоверными;
с) $0 \leq P(A) \leq 1$.



Укажите, какие из следующих событий – невозможные, достоверные, случайные, а о каких мы можем сказать, что оно «маловероятно» или «очень вероятно»:

1. Футбольный матч «Спартак» - «Динамо» закончится вничью.
2. Вы выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее.
3. В полночь выпадет снег, а через 24 часа будет светить солнце.
4. Завтра будет контрольная по математике.
5. Вы получите «5» за контрольную работу по математике.
6. 30 февраля будет дождь.
7. Вас изберут президентом США.
8. Вас изберут президентом России.
9. Круглая отличница получит двойку.
10. На день рождения вам подарят живого крокодила.

Вероятности событий

**Вероятность события
равна сумме
вероятностей
элементарных событий,
благоприятствующих
этому событию.**

$$P(A) = P(a) + P(b) + P(c) + P(d),$$

где A -событие,

a, b, c, d – элементарные события,
благоприятствующие событию A

Пример:

В шахматной партии, которую Остап Бендер играет с любителем шахмат города Васюки, вероятность выигрыша Остапа равна 0,001, вероятность ничьей равна 0,01. Найдем вероятность события А «Остап не проиграл».

Решение:

Благоприятствующие события:

«Остап выиграл»,

«партия окончилась вничью».

$$P(A) = 0,001 + 0,01 = 0,011$$



Пример:

Автомобиль подъезжает к перекрестку. Вероятность элементарного события «автомобиль свернет вправо» равна 0,5, вероятность элементарного события «автомобиль свернет влево» равна 0,3, вероятность элементарного события «автомобиль поедет прямо» равна 0,18. Нужно найти вероятность события А «автомобиль не поедет обратно».

Решение:

Благоприятствующие события:

«автомобиль свернет вправо»,
«автомобиль свернет влево»,
«автомобиль поедет прямо».

$$P(A) = 0,5 + 0,3 + 0,18 = 0,98$$



Равновероятные события

**События, которые
имеют одинаковые
вероятности.**



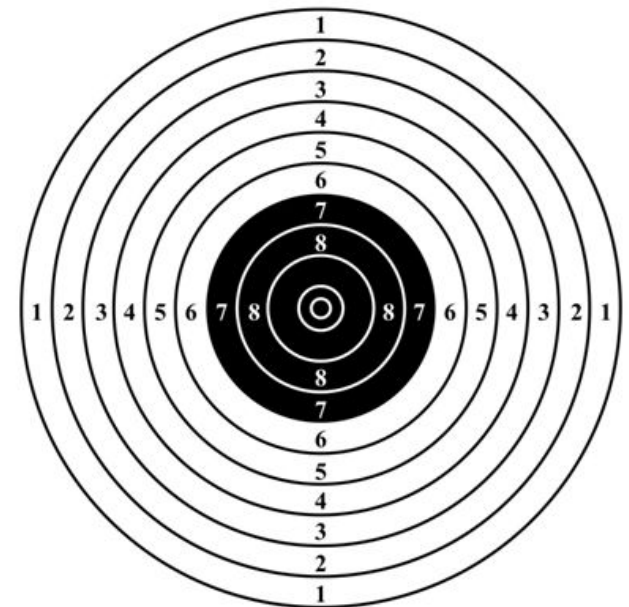
Пример:

Стрелок один раз стреляет в круглую мишень. При этом вероятность попадания в зоны мишени представлены в таблице:

Вероятность	0	0,001	0,004	0,006	0,021	0,065	0,14	0,243	0,334	0,186
-------------	---	-------	-------	-------	-------	-------	------	-------	-------	-------

Найдите вероятность события:

- а) «стрелок выбил меньше 5 очков»;
 б) «стрелок выбил больше 7 очков»;
 в) «стрелок попал в черную зону»;
 г) «стрелок выбил четное число очков».



Опыты с равновозможными элементарными событиями

**Вероятность
равновозможных
элементарных событий:**

$$P(A) = 1/N,$$

**где A - элементарное
событие,**

**N - число равновозможных
элементарных событий
случайного опыта.**

Вероятность произвольного события равна отношению числа элементарных событий, благоприятствующих этому событию, к общему числу элементарных событий.

$$P(A) = N(A) / N$$

Пример:

Игральную кость бросают два раза.
Найдем вероятность события А «сумма очков меньше 6».

Решение:

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

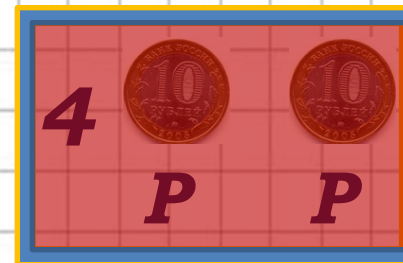
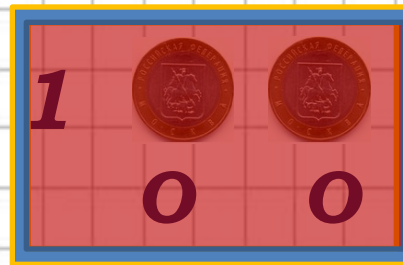
Благоприятствующие элементарные события: $N(A)=10$.

Общее число элементарных событий: $N=36$.

$$P(A)=N(A)/N=10/36=5/18$$

Пример:

Дважды бросают симметричную монету.
Найдем вероятность события А «оба раза
выпала одна сторона».

Решение:**Р****О**

**Благоприятствующие элементарные
события: $N(A)=2$.**

Общее число элементарных событий: $N=4$.

$$P(A) = N(A) / N = 2 / 4 = 1 / 2$$

Список используемой литературы:

- 1) **Е.А.Бунимович, В.А.Булычёв**
«Вероятность и статистика в
курсе математики
общеобразовательной школы»,
«Педагогический университет
«Первое сентября» М. 2006.
- 2) **Д.Т.Писемский, «Конспект**
лекций по теории
вероятностей,
математической статистике
и случайным процессам»,
«Айрис Пресс» М. 2008.
- 3) **В.С. Лютикас, «Школьнику о**
теории вероятностей »
«Просвещение» М. 1983.

