

Обобщающий урок
по теме
Основные виды
«ДВИЖЕНИЯ»

движений
УЧИТЕЛЬ:

ГОНЧАРОВА

АННА ИВАНОВНА

Шк. №569

Невского р-на.





Содержание.

1. Определения:

1.1. Преобразование фигур.

2.2. Отображение плоскости на себя.

1.3. Движение фигуры.

1.4. Движение плоскости.

1.5. Гомотетия.

2. Задача на усвоение понятия движения.

3. Основные виды движений.

4. Осевая симметрия.

4.1. Построение симметричных точек.

4.2. Осевая симметрия - движение.

4.3. Симметрия в системе координат.

4.4. Задача на построение

4.5. Симметрия фигур.

(продолжение...)



Содержание.

5.Центральная симметрия.

5.1.Построение симметричных точек и отрезков.

5.2.Центральная симметрия в системе координат.

5.3.Задача на построение.

5.4.Центрально-симметричные фигуры.

6.Поворот.

6.1.Поворот – движение.

6.2.Центр. симметрия – поворот плоскости на 180° .

6.3.Задача на построение.

7.Параллельный перенос.

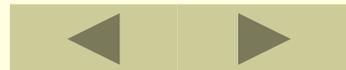
7.1.Параллельный перенос-движение.

7.2.Параллельный перенос на плоскости в системе координат.

7.3.Задача на построение.

8.Раздаточный материал.

9.Пояснительная записка. (WORD).





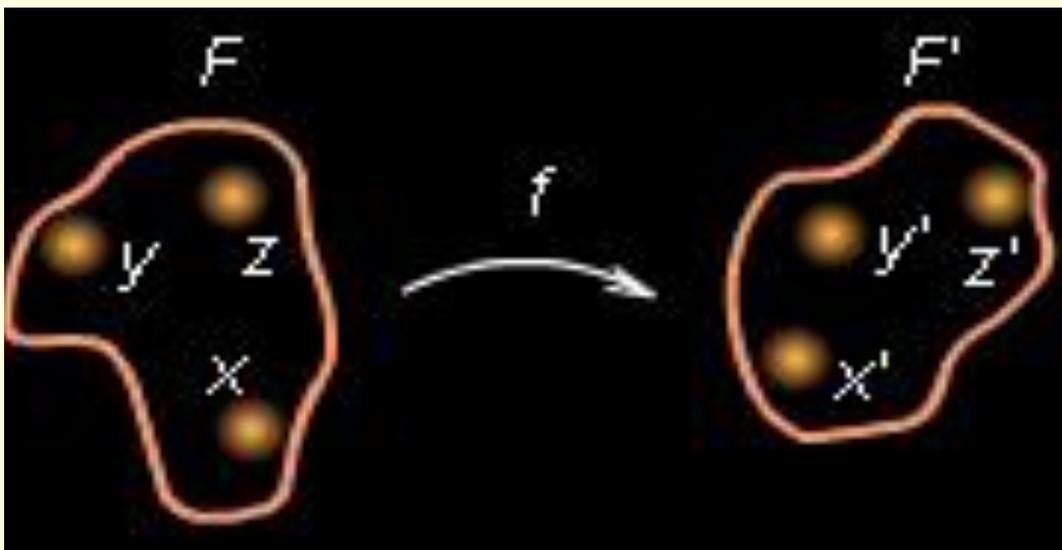
Определения.

- Преобразование фигур.
- Движение фигур.
- Отображение плоскости на себя.
- **Движение плоскости.**

Преобразование

Каждой точке фигуры F сопоставлена единственная точка плоскости.

Фигура F' получена преобразованием фигуры F . Фигура F' является **образом** фигуры F при данном преобразовании. Фигуру F называют **прообразом** фигуры F' .



Пример:

Пример преобразования фигуры:

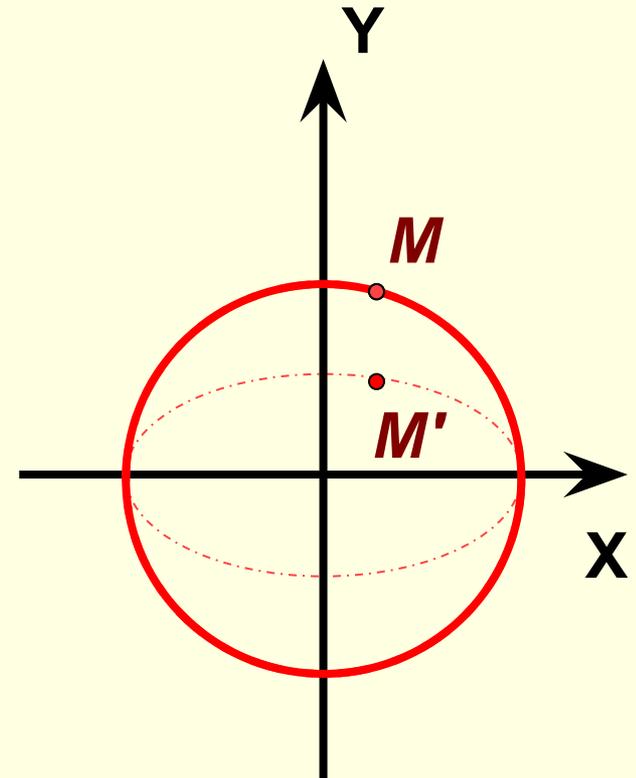
Сжатие к оси X :

Если каждой точке $M(x,y)$ ставим в соответствие $M'(x',y')$ и

$x'=x$, $y'=ky$, где $k>0$ - постоянное число.

(если $k>1$ - растяжение
 $k<1$ -сжатие).

Образ окружности $x^2 + y^2 = r^2$ –
эллипс $(x')^2 + (y'/k)^2 = r^2$



Отображение плоскости на себя.

Если

1) каждой точке плоскости сопоставляется какая-то одна точка этой же плоскости, причем

2) каждая точка плоскости оказывается сопоставленной какой-то точке ,

тогда говорят, что дано отображение плоскости на себя.

Примеры:

Осевая и центральная симметрия плоскости.

Контрпример:



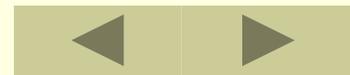
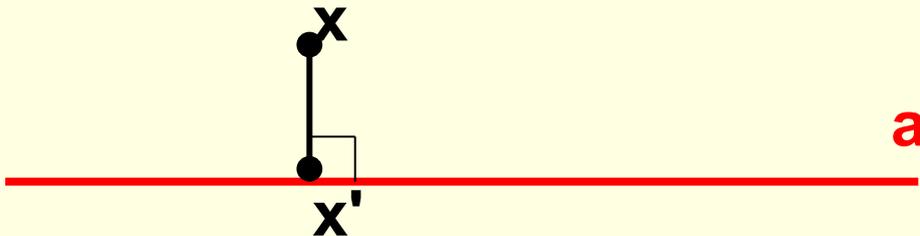
Пример соответствия между точками плоскости, не являющимся отображением плоскости на себя:

Ортогональная проекция каждой точки плоскости на данную прямую:

Нарушено условие 2):

Любая точка плоскости, не лежащая на данной прямой,

не будет сопоставлена никакой точке плоскости (**плоскость отображается не на себя, а на прямую**).

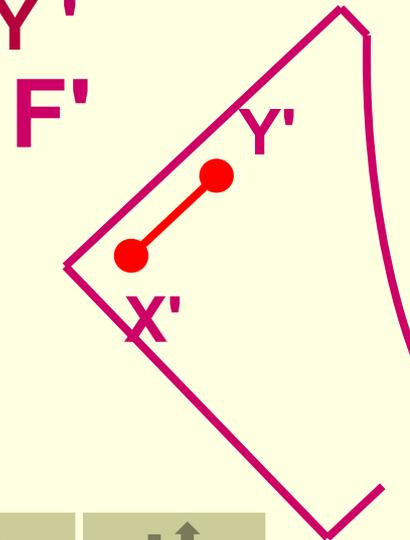
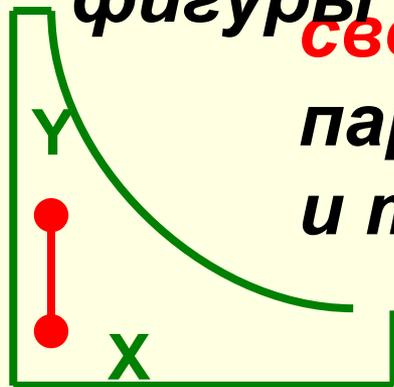


ДВИЖЕНИЯ

фигур.

Преобразование фигуры, сохраняющее расстояние между точками, называют **движением** фигуры.

Фигура F' получена движением фигуры F , если любым точкам X, Y фигуры F сопоставляются такие точки X', Y' ее геометрические свойства (углы, площадь, параллельность отрезков и т.д.).





Движение плоскости- отображение плоскости на себя, которое **сохраняет расстояния** между точками.

- Отрезок движением переводится в отрезок.
- Луч при движении переходит в луч, прямая – в прямую.
- Треугольник движением переводится в треугольник.

Контрпример:



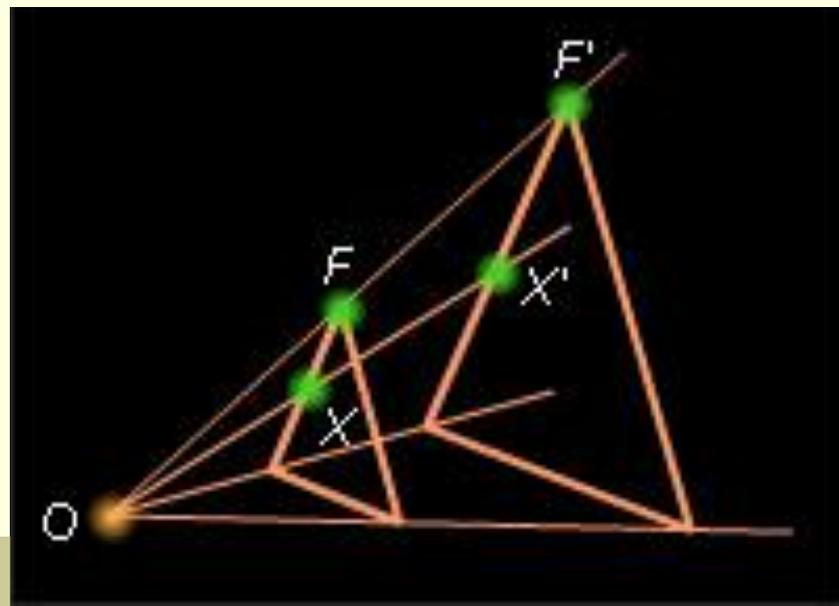
Гомотетия .

Гомотетией с центром O и коэффициентом $k \neq 0$ называется преобразование, при котором каждой точке X ставится в соответствие точка X' так, что

$$\overrightarrow{OX'} = k \overrightarrow{OX}.$$

Например, центральное подобие (гомотетия) с коэффициентом 2 :

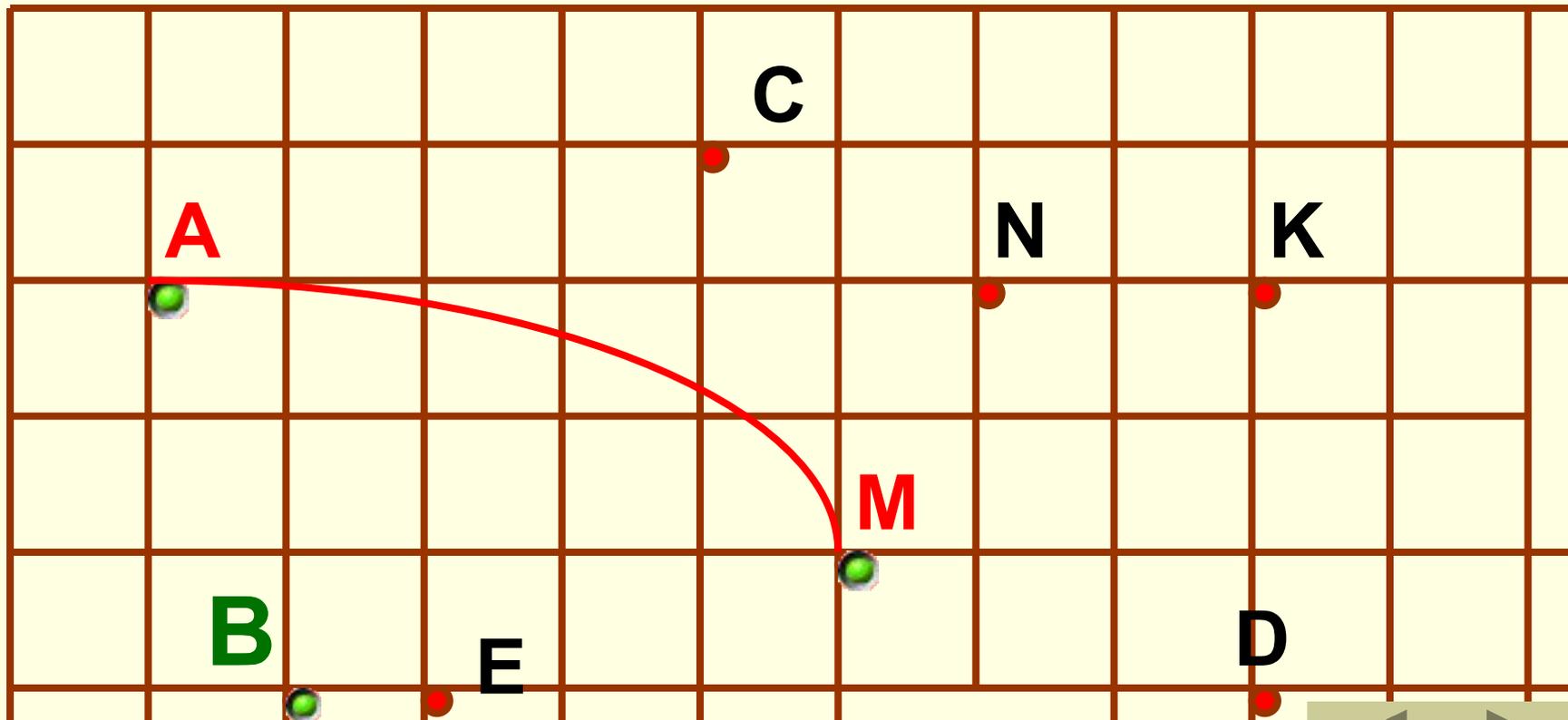
при $k=2$ **расстояния** между точками **увеличиваются** вдвое.



Задача:

При движении плоскости точка **A** переходит в точку **M**.

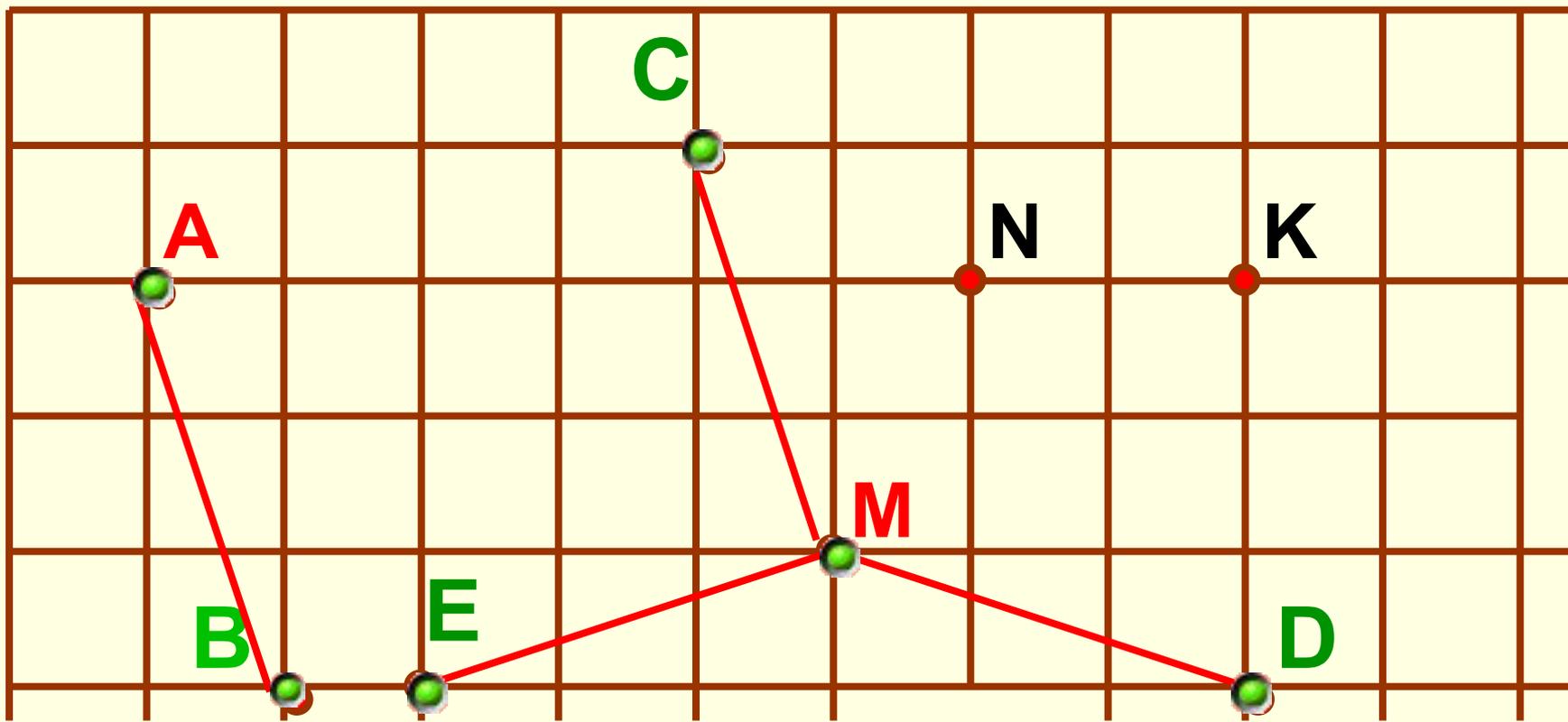
В какую из обозначенных точек может отобразиться при этом движении точка **B** ?





Ответ: C; D; E

(AB=MC=MD=ME)





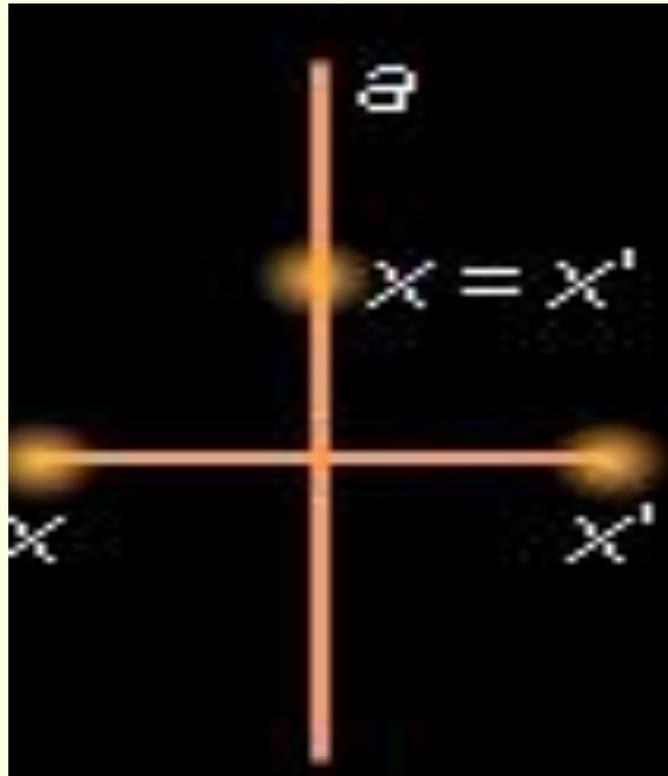
Основные виды движений:

1. Осевая и центральная симметрии
2. Поворот
3. Параллельный перенос



Осевая симметрия.

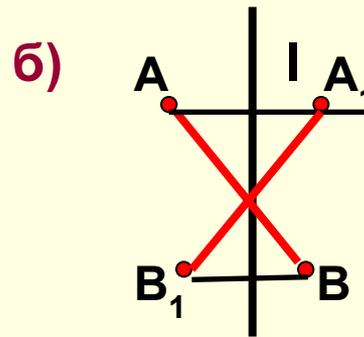
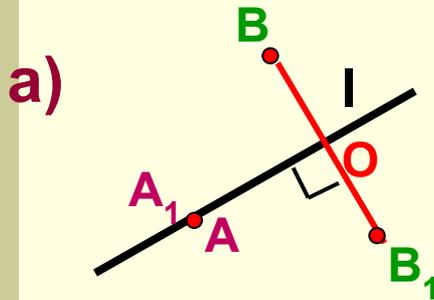
Точки X и X' называются *симметричными относительно прямой a* , и каждая из них – симметричной другой, если a является *серединным перпендикуляром отрезка XX'* .



Построение симметричных точек и отрезков.

Задача.

Построить точки A_1 и B_1 , симметричные точкам A и B относительно прямой l



Построение:

а)
 $BB_1 \perp l$, $OB = OB_1$.

Точка A , лежащая на прямой, симметрична самой себе.

б) Построение отрезка, симметричного данному.

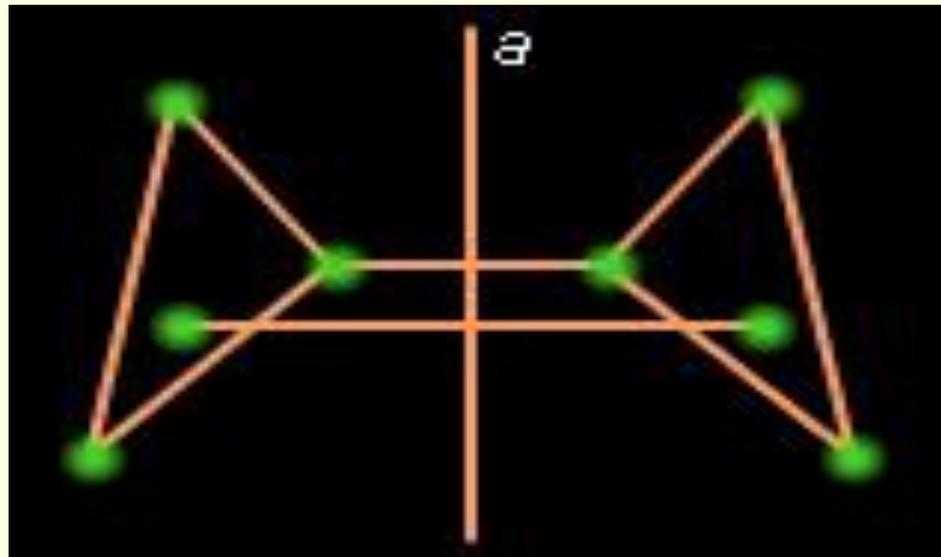
Точка A_1 симметрична точке A ,

Точка B_1 симметрична точке B .

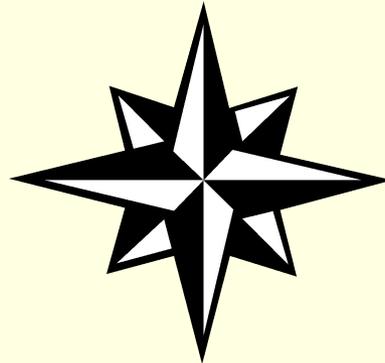
Отрезок A_1B_1 симметричен отрезку AB .



Осевой симметрией с осью a называется такое преобразование фигуры, при котором каждой точке данной фигуры сопоставляется точка, симметричная ей относительно прямой a .



Осевая симметрия является *движением* .

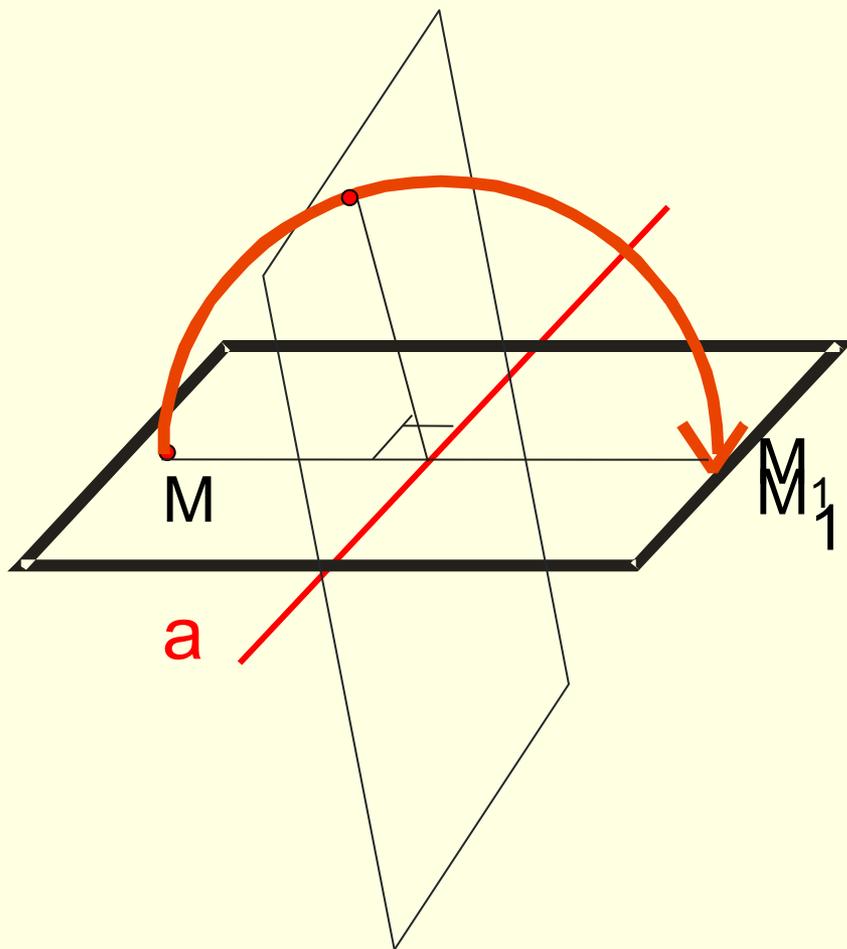


Почему отображение, сохраняющее расстояния, называется **движением**?

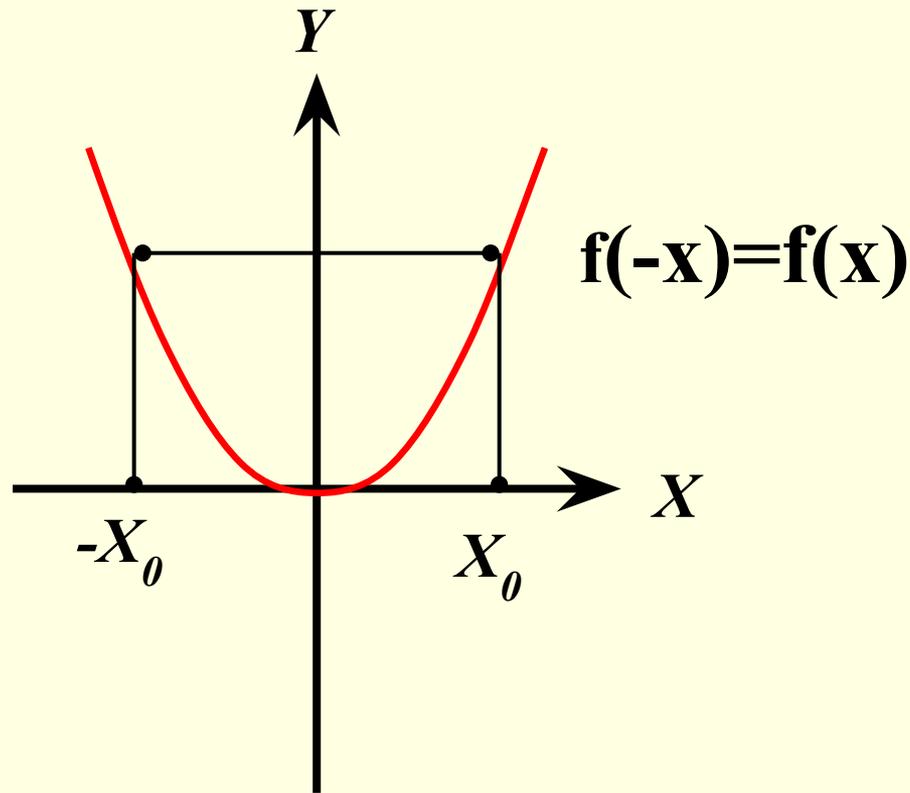
Это можно пояснить на примере **осевой симметрии**.

Её можно представить как поворот плоскости в пространстве на 180^0 вокруг оси a .

Такой поворот происходит следующим образом:



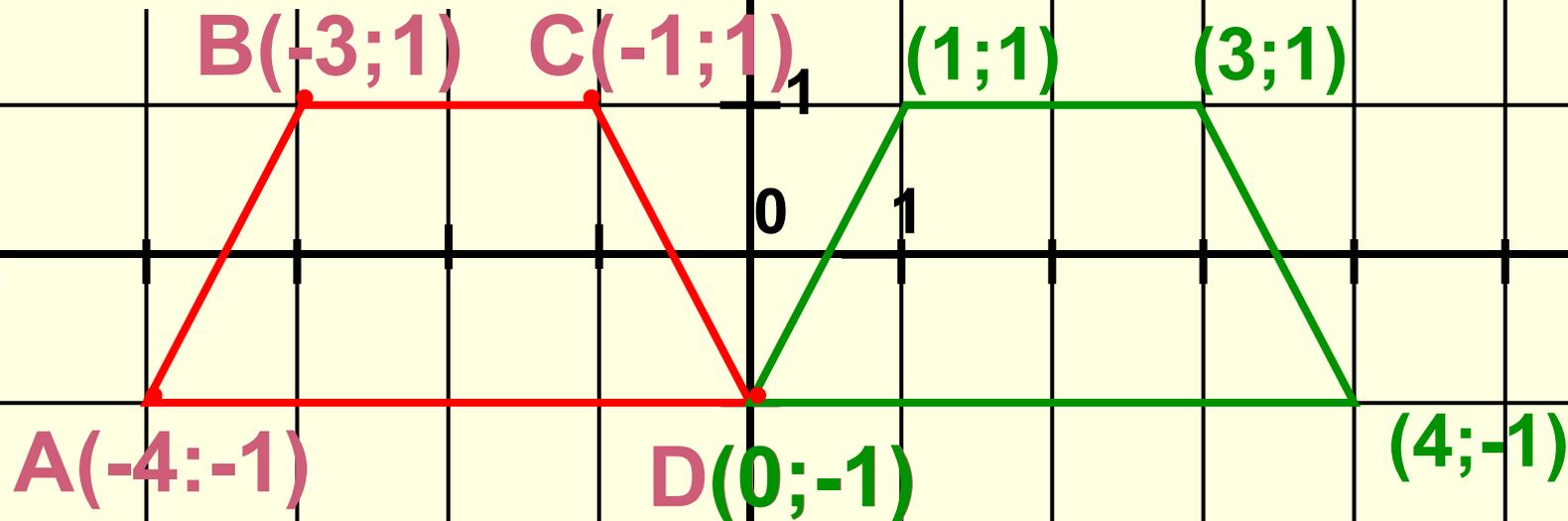
Осевая симметрия в системе координат.



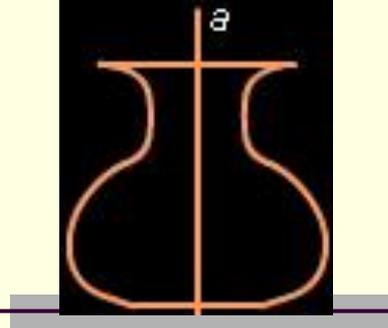
Задача:

Построить образ данной трапеции при осевой симметрии с осью OY .

Построение.



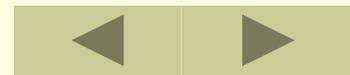
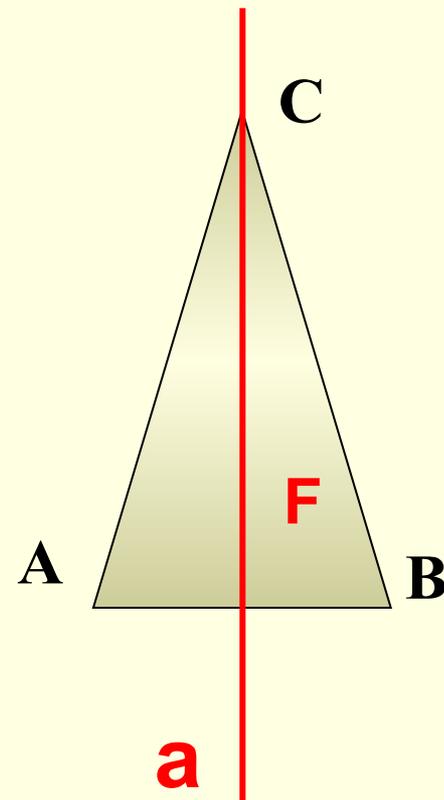
Симметрия фигуры.



• **Фигура** называется **симметричной** относительно прямой **a**, если для **каждой** точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой **a** также принадлежит этой фигуре.

Фигура F симметрична относительно прямой **a**.

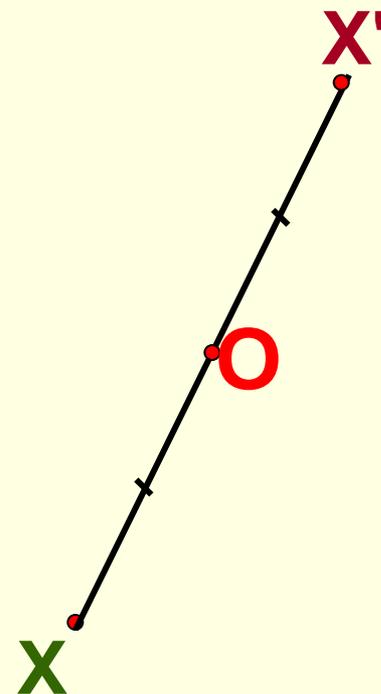
Прямая a является ее **осью симметрии**.





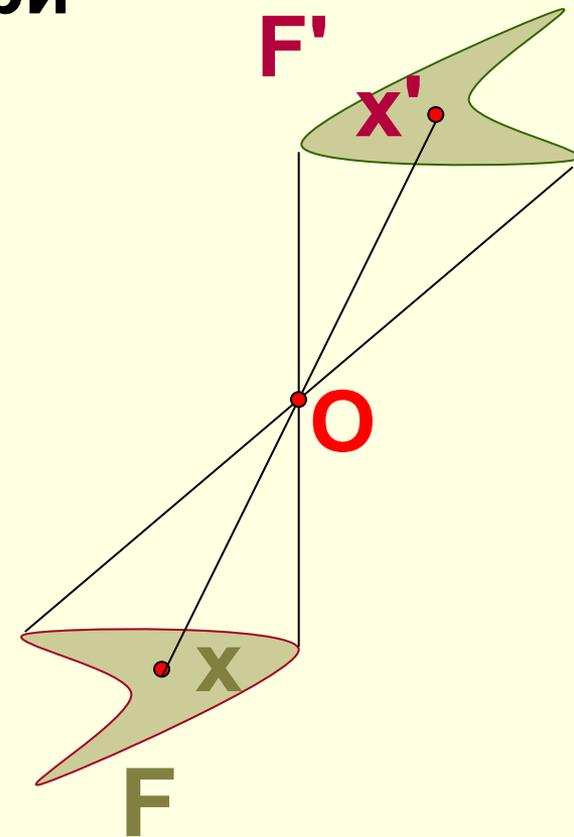
Центральная симметрия.

Точки X и X' называются **симметричными относительно заданной точки O** , если $OX=OX'$, а лучи OX и OX' являются **дополнительными**. Точка O считается симметричной самой себе.



■ **Центральной симметрией относительно точки O**

называется такое преобразование фигуры F , при котором **каждой** ее **точке** X сопоставляется точка X' , симметричная относительно точки O .

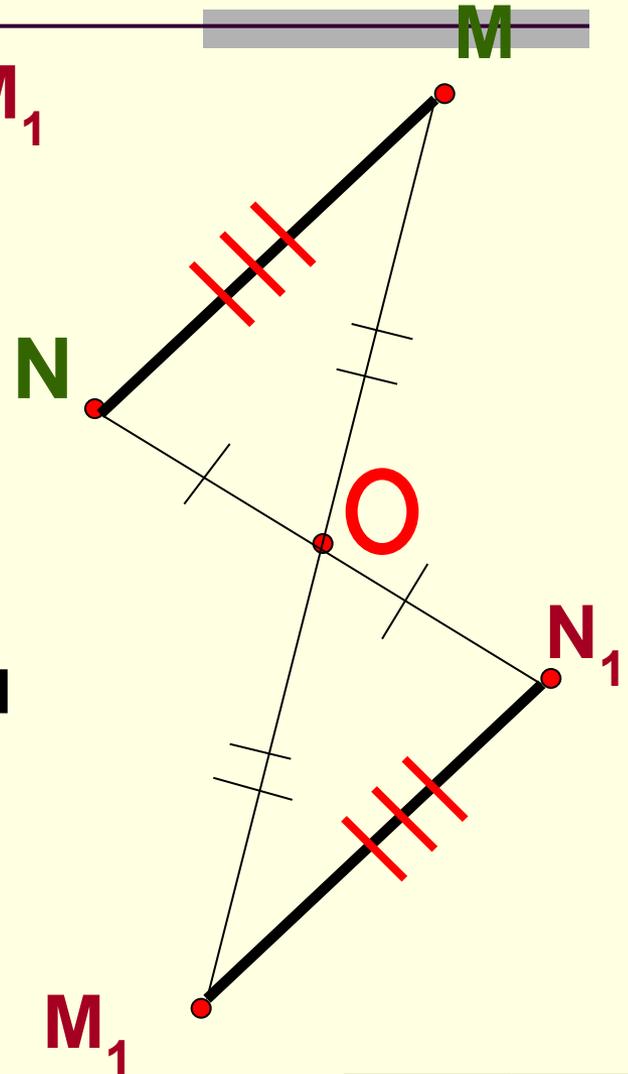


Центральная симметрия является движением.

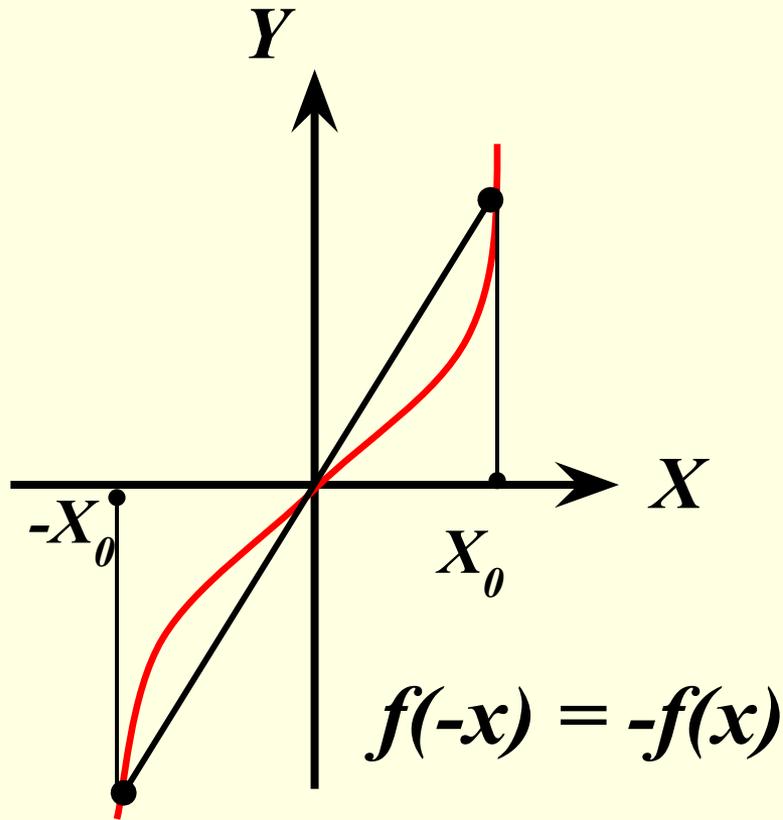
Точка **M** симметрична точке **M₁** относительно точки **O**.

Точка **N** симметрична точке **N₁** относительно точки **O**.

Отрезок **MN** симметричен отрезку **M₁N₁**.



Центральная симметрия в системе координат.





$B(-4;4)$

Y

Задача:

Построить образ
данного треугольника
при центральной
симметрии с центром
в начале координат.

$A(-4;1)$

$C(-2;1)$

0

1

$A_1(4;-1)$

X

$C_1(2;-1)$

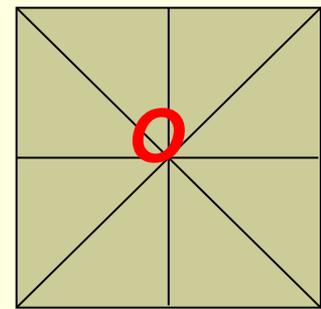
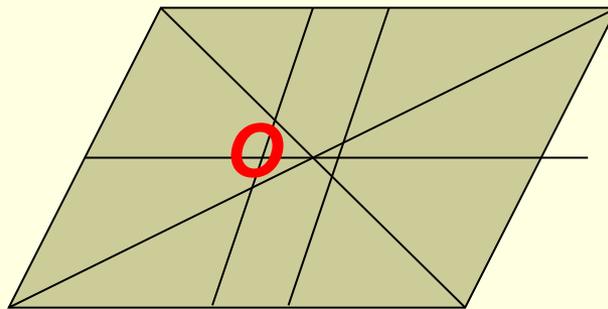
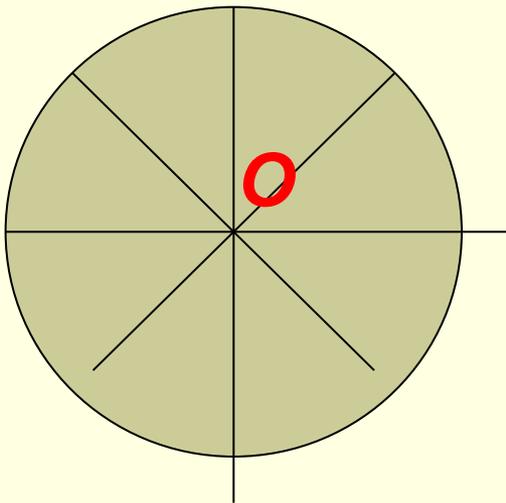
$B_1(4;-4)$

Построение.



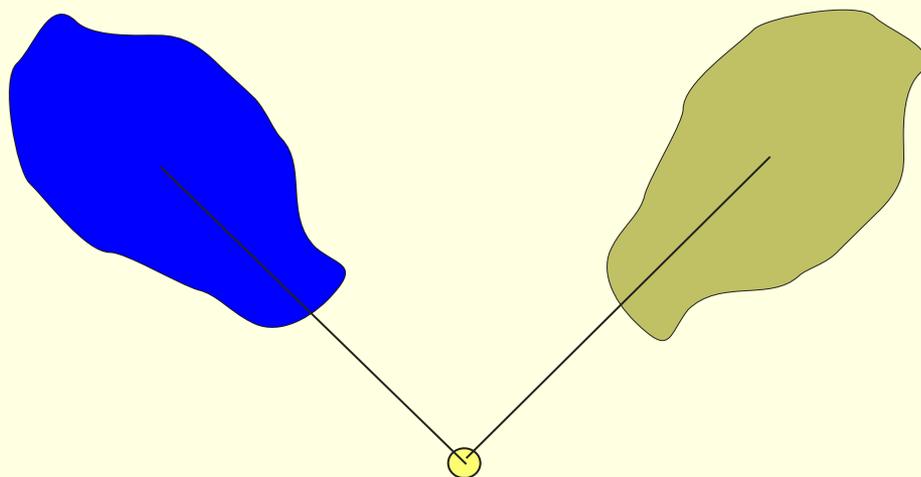
Центрально-симметричные фигуры.

Фигура называется *симметричной* относительно точки **O** (центра симметрии), если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки **O** также принадлежит фигуре.



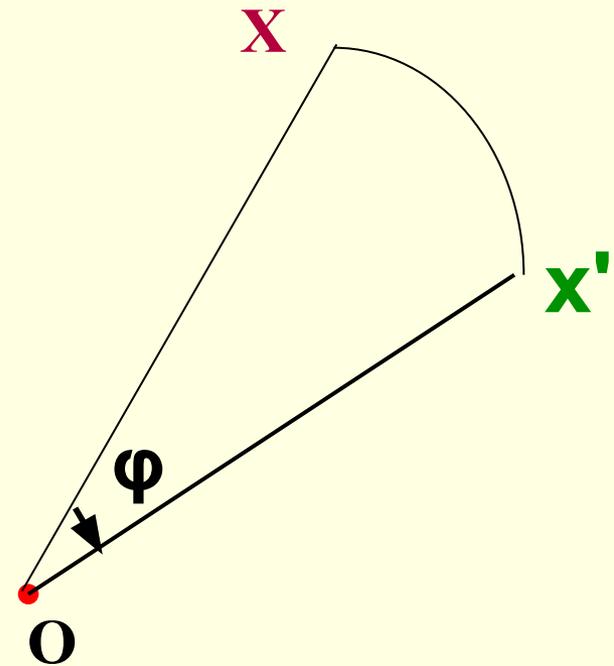
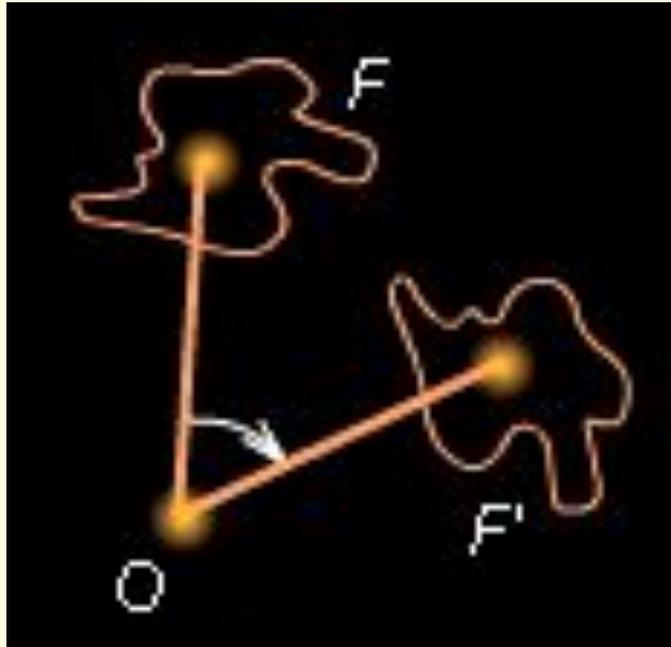


ПОВОРОТ



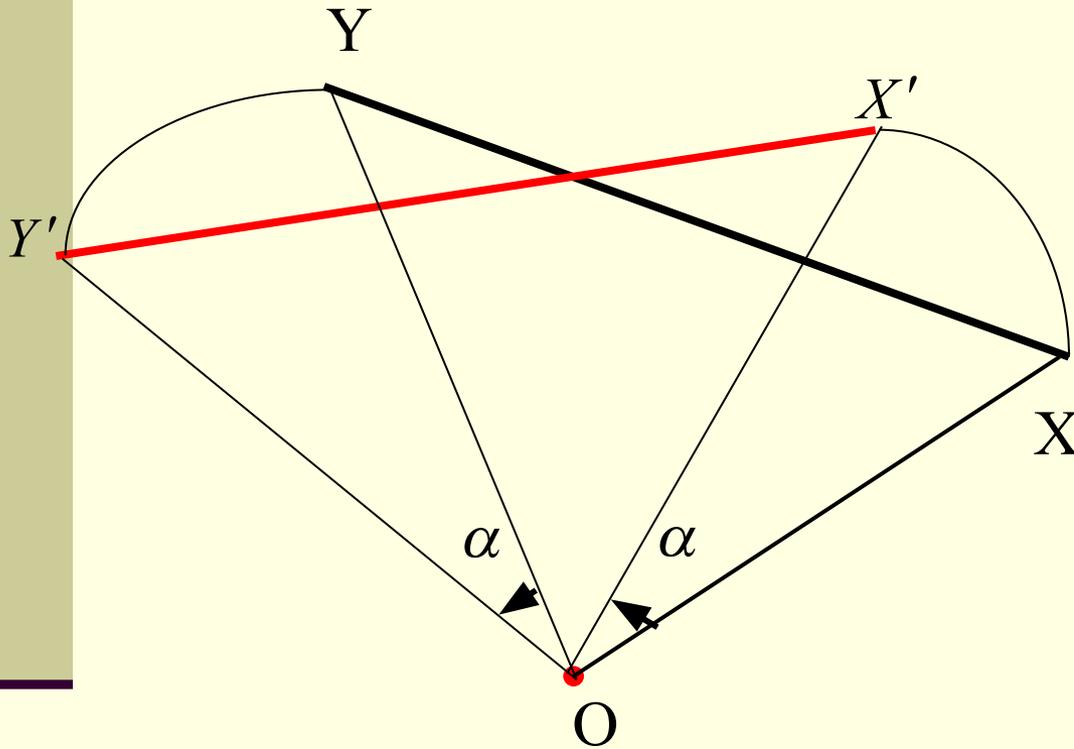
Поворотом фигуры F вокруг центра O на данный угол φ ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$) в данном направлении называется такое ее преобразование, при котором каждой точке $X \in F$ сопоставляется точка X' так, что

$$OX = OX', \quad \angle XOX' = \varphi$$

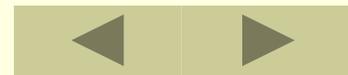
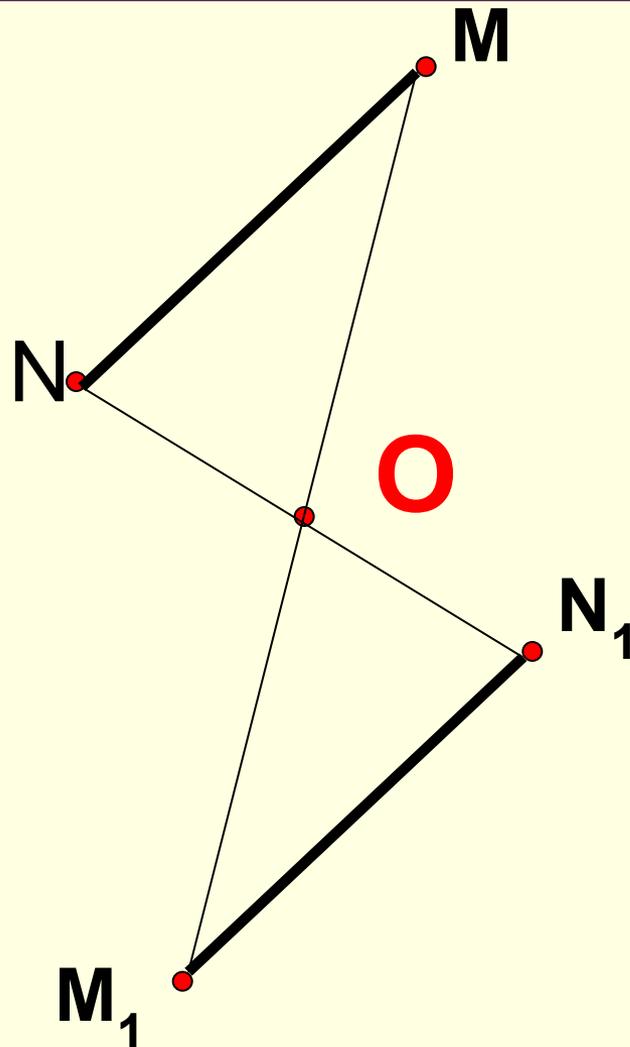




Теорема *Поворот является движением*

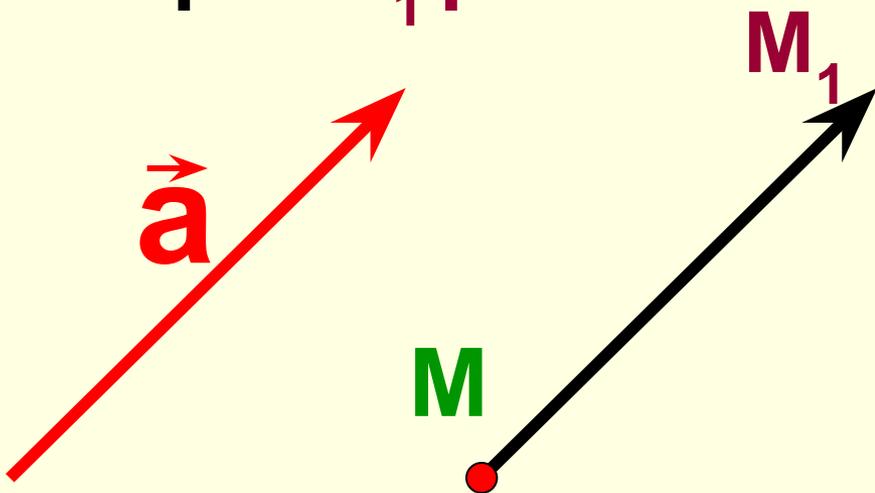


Центральная симметрия
есть поворот на 180° :

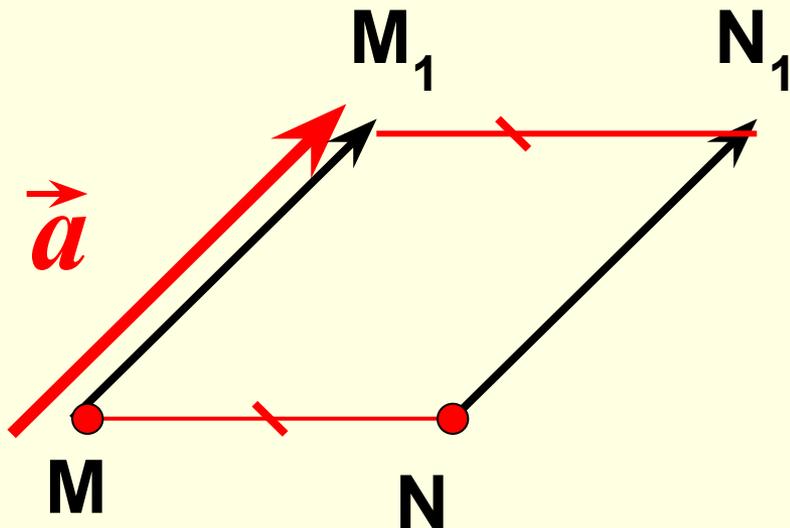


Параллельный перенос

Параллельным переносом на вектор \vec{a} называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1 , что вектор \vec{MM}_1 равен вектору \vec{a} .



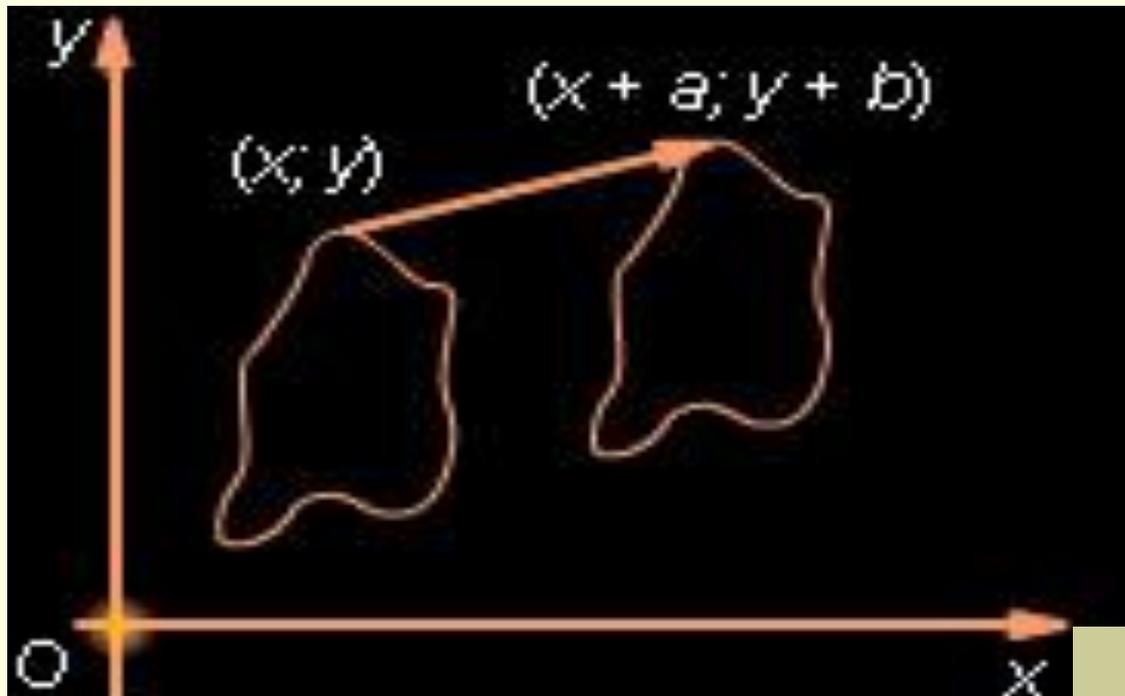
Параллельный перенос есть движение.



Наглядно это движение можно представить себе как сдвиг всей плоскости в направлении данного вектора на его длину.

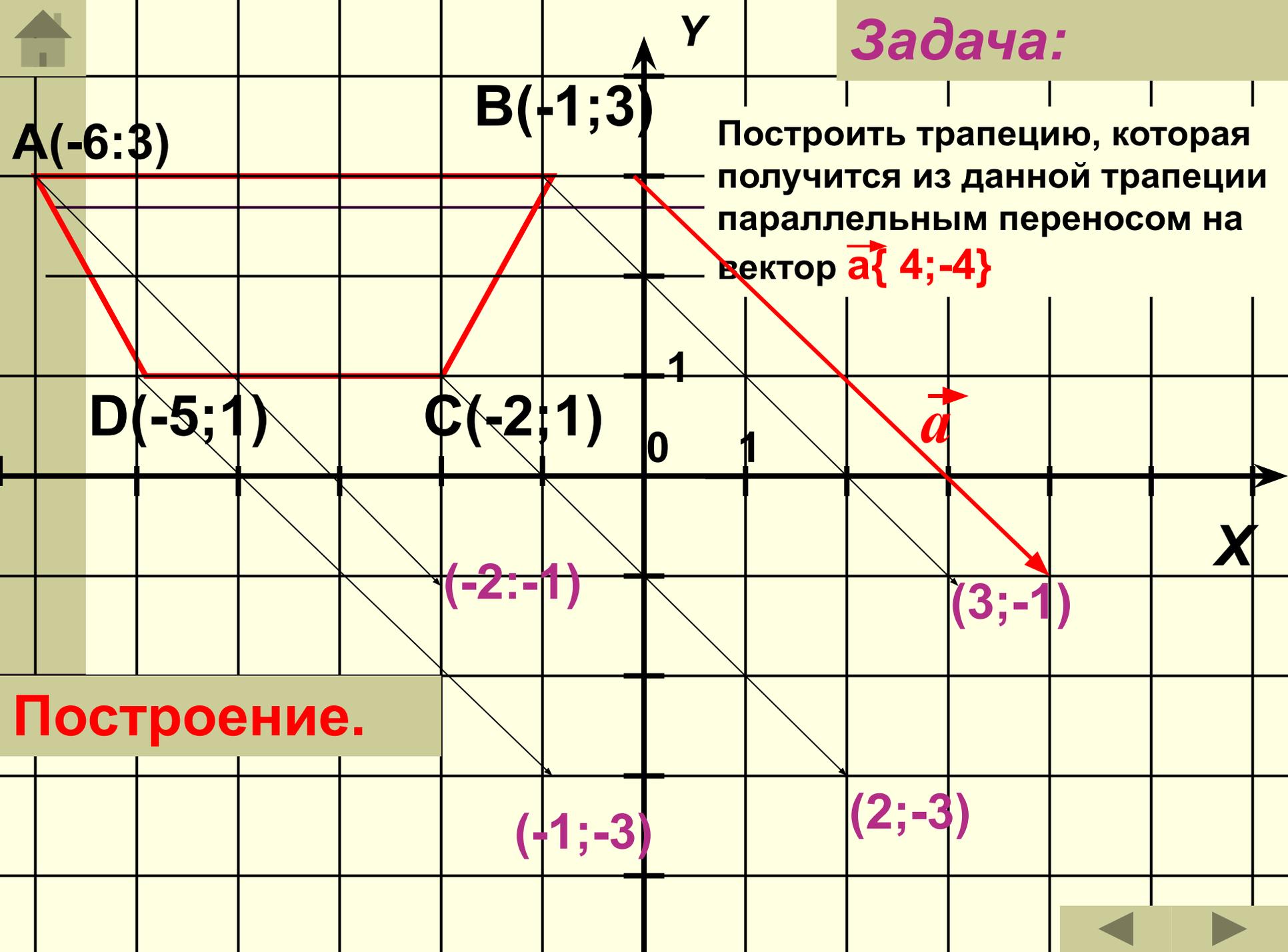
Параллельный перенос на плоскости в системе координат.

Введем на плоскости систему координат O, X, Y .
Преобразование фигуры F , при котором произвольная ее точка $M(x; y)$ переходит в точку $M'(x+a; y+b)$, где a и b – одни и те же для всех точек $(x; y)$, называется *параллельным переносом*.

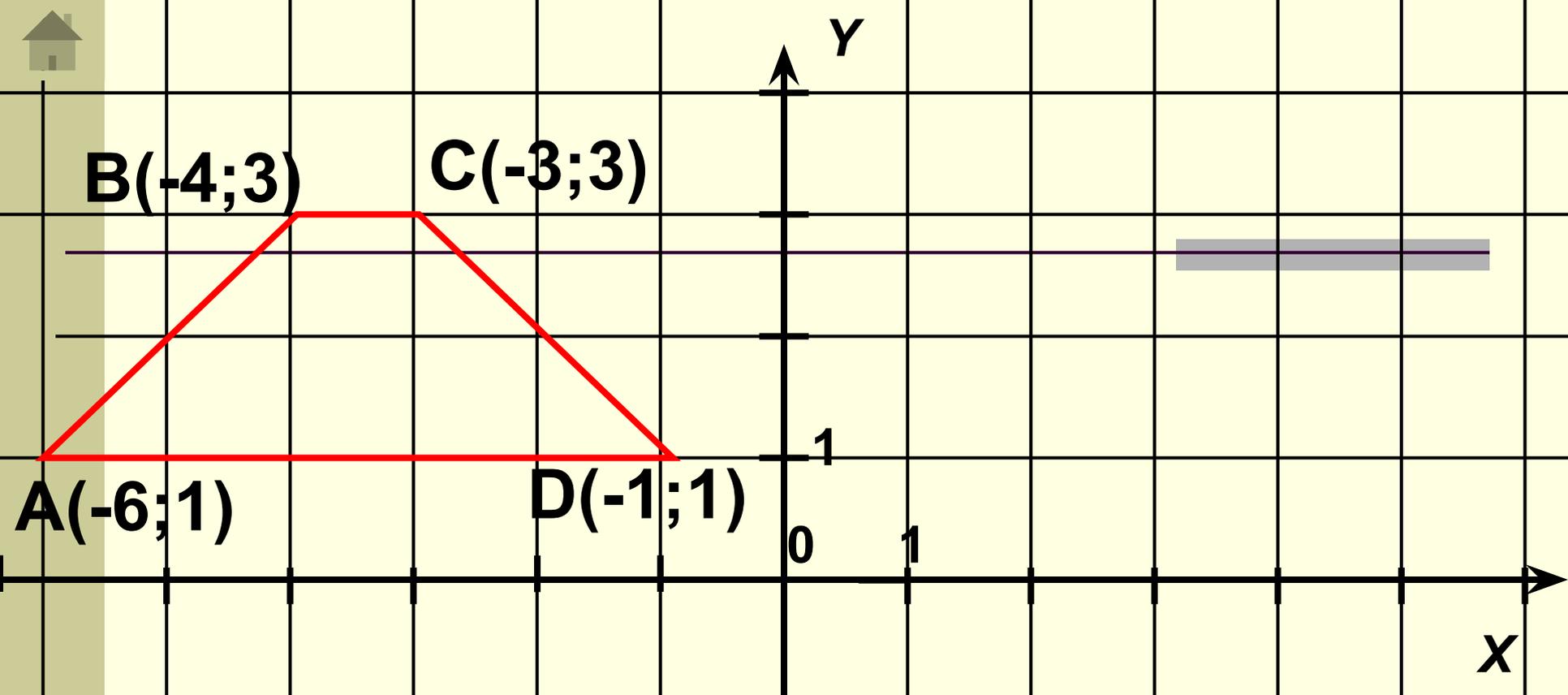


Задача:

Построить трапецию, которая получится из данной трапеции параллельным переносом на вектор $\vec{a}\{4;-4\}$



Построение.



Задача:

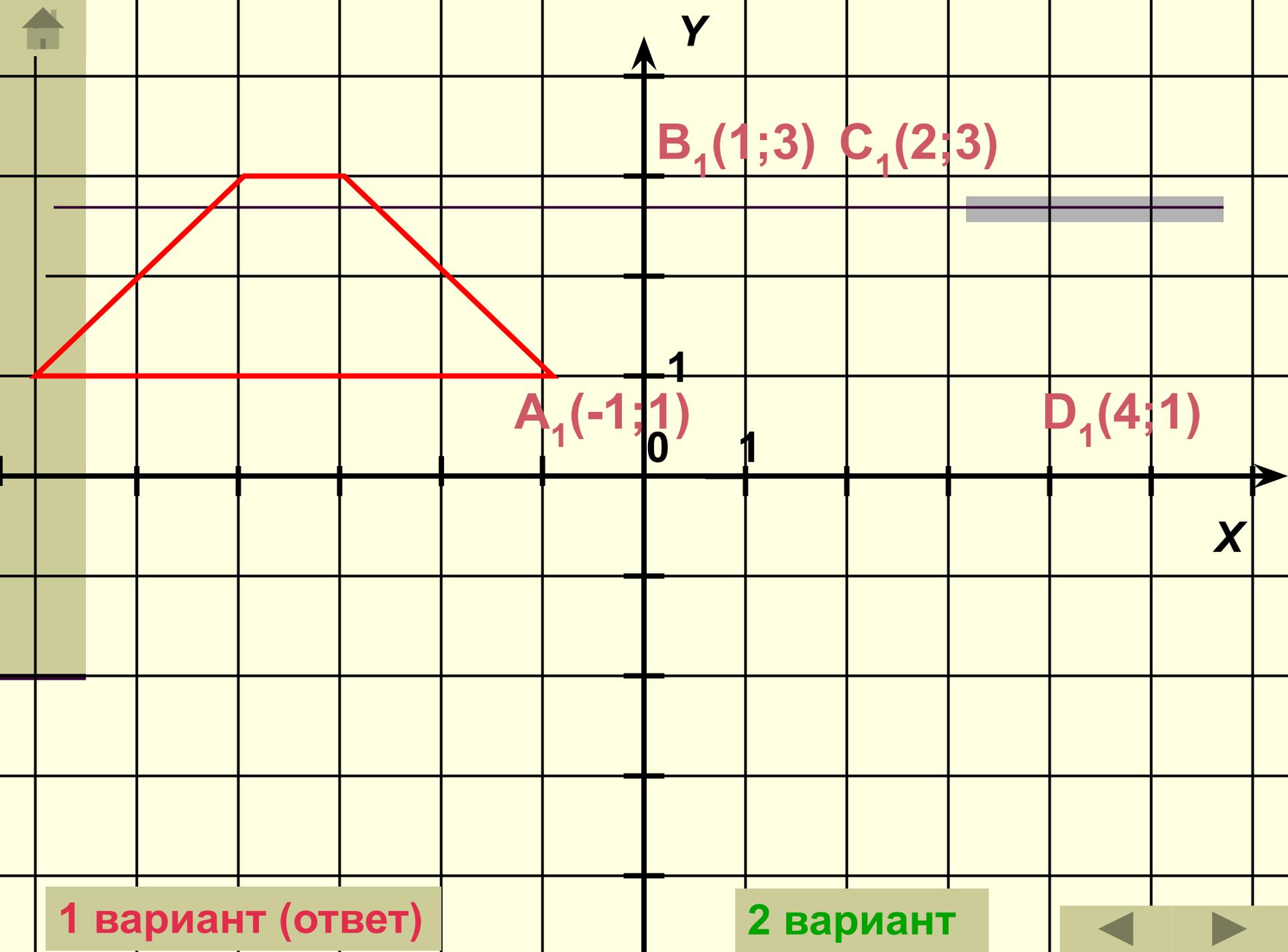
Построить трапецию, которая получится из данной трапеции параллельным переносом на вектор \vec{AD} (на вектор \vec{BC}).

Ответ:

1 вариант

2 вариант

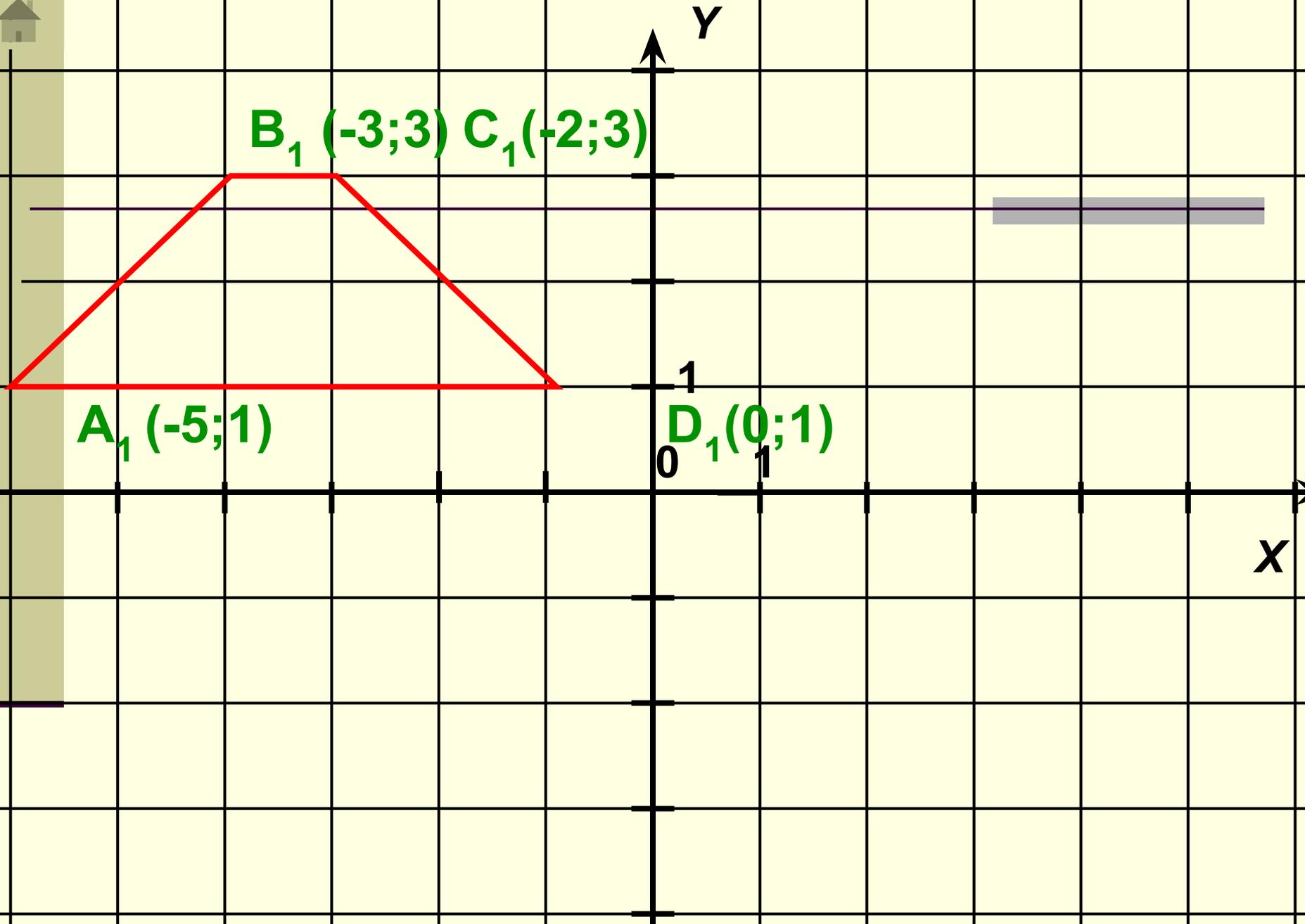




1 вариант (ответ)

2 вариант





Спасибо за внимание.

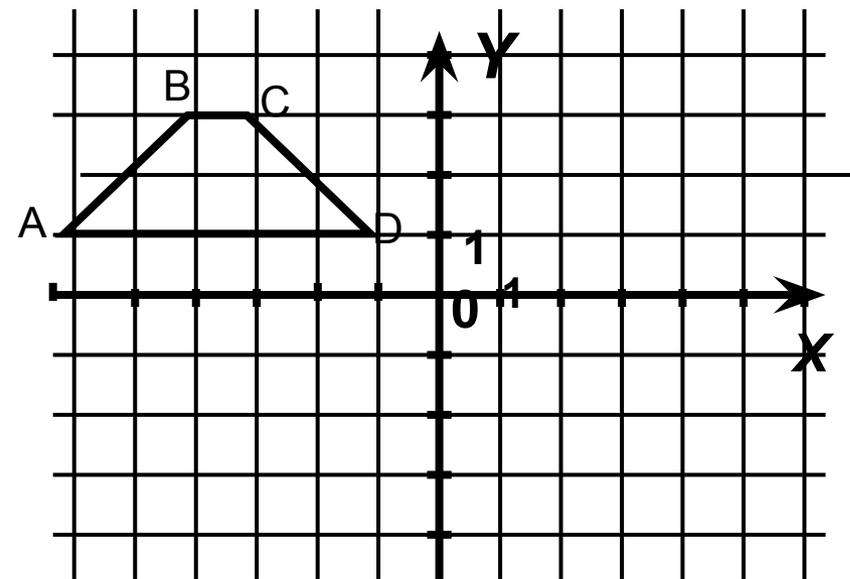
Спасибо за
внимание.





Раздаточный материал.





Дано:

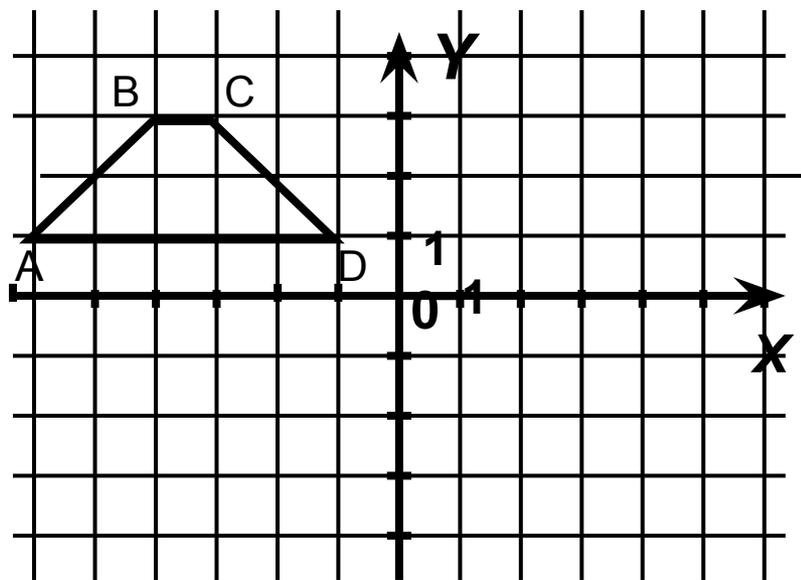
$A(-6;1)$ $B(-4;3)$

$C(-3;3)$ $D(-1;1)$

Задание: 1 вариант

Построить образ данной трапеции при :

- а) симметрии относительно оси X ;
- б) симметрии относительно начала координат;
- в) параллельном переносе на вектор \overrightarrow{AD} ;
- г) повороте на 90° вокруг точки A по часовой стрелке.



Дано:

$A(-6;1)$ $B(-4;3)$

$C(-3;3)$ $D(-1;1)$

Задание: 2 вариант

Построить образ данной трапеции при :

- а) симметрии относительно оси Y ;
- б) симметрии относительно относительно точки D ;
- в) параллельном переносе на вектор \overrightarrow{BC} ;
- г) повороте на 90° вокруг точки D против часовой стрелки.