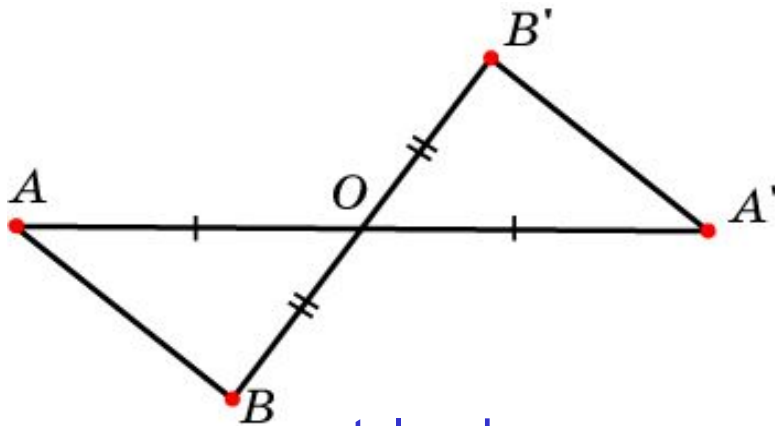


ДВИЖЕНИЕ

Движением называется преобразование пространства, сохраняющее расстояния между точками, т. е., если точки A и B переходят соответственно в точки A' и B' , то $AB = A'B'$.

Теорема 1. Центральная симметрия является движением.

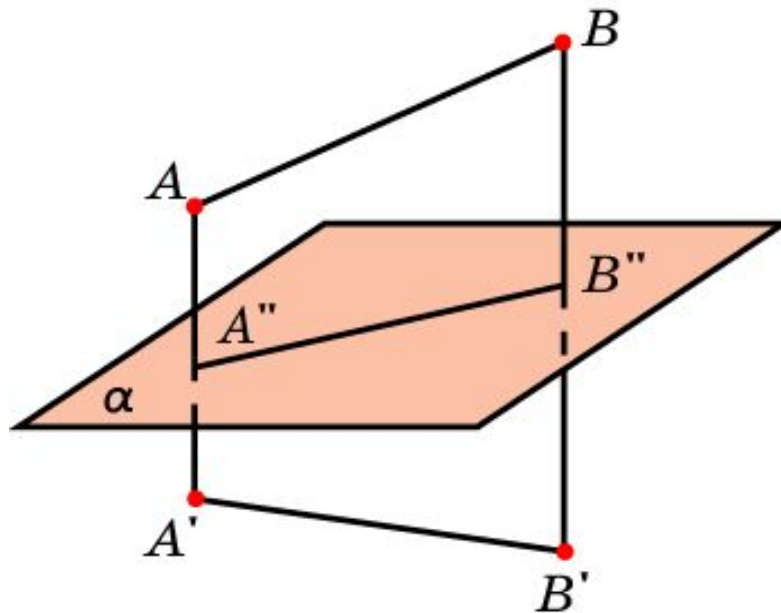
Доказательство. Пусть точки A' , B' получены центральной симметрией относительно точки O точек A , B . Тогда треугольники OAB и $OA'B'$ равны по первому признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними) и, значит, $AB = A'B'$. Таким образом, центральная симметрия сохраняет расстояния и, следовательно, является движением.



ДВИЖЕНИЕ

Теорема 2. Зеркальная симметрия является движением.

Доказательство. Пусть точки A' , B' получены симметрией относительно плоскости α точек A , B , A'' , B'' – ортогональные проекции точек A , B на плоскость α . Тогда точки A , B , A' , B' принадлежат одной плоскости и точки A' , B' симметричны в этой плоскости точкам A , B относительно прямой $A''B''$. Из свойств симметрии на плоскости следует, что $AB = A'B'$. Таким образом, зеркальная симметрия сохраняет расстояния и, следовательно, является движением.



Упражнение 1

Назовите движение, которое оставляет на месте только: а) одну точку; б) точки одной прямой; в) точки одной плоскости.

Ответ: а) Центральная симметрия;
б) осевая симметрия;
в) зеркальная симметрия.

Упражнение 2

Существуют ли движения (если существуют, то какие), переводящие данную прямую в другую данную прямую:
а) параллельную первой; б) пересекающую первую; в) скрещивающуюся с первой?

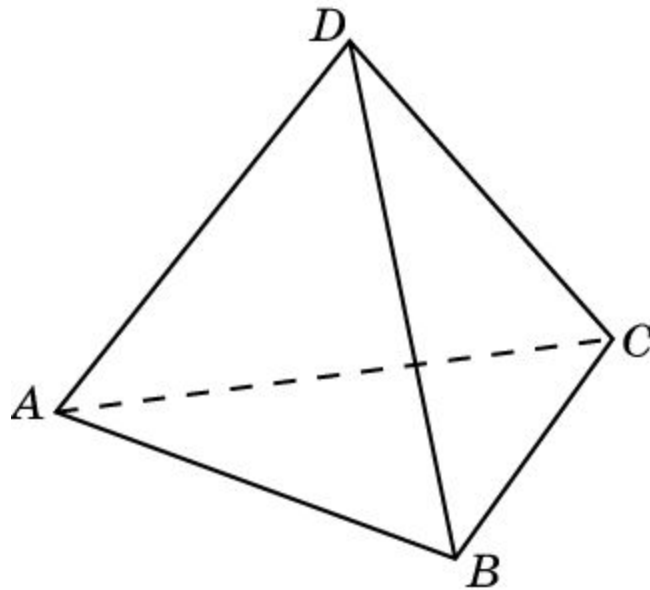
Ответ: а) Центральная симметрия, зеркальная симметрия, параллельный перенос;

б) осевая симметрия, поворот, зеркальная симметрия;

в) осевая симметрия.

Упражнение 3

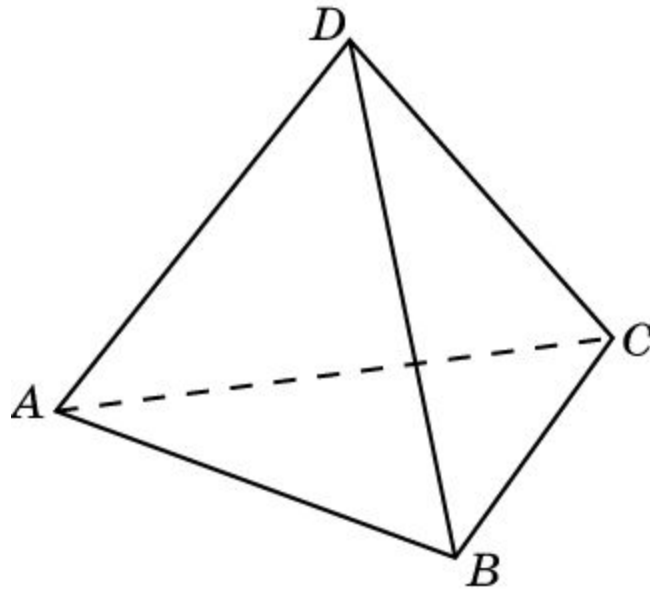
С помощью каких движений можно перевести грань ABC правильного тетраэдра $ABCD$ в грань ABD так, чтобы ребро AB оставалось на месте?



Ответ: Поворот, зеркальная симметрия.

Упражнение 4

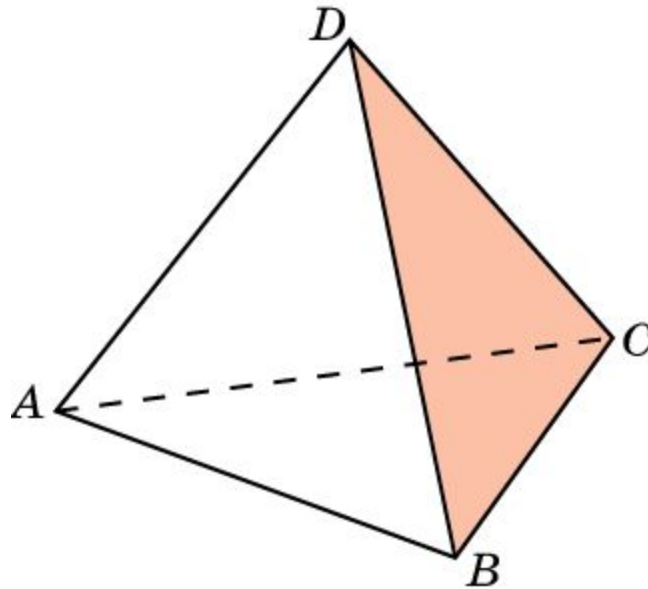
Существует ли движение (если существует, то какое), переводящее вершины A, B, C, D правильного тетраэдра $ABCD$ соответственно в вершины: а) B, C, A, D ; б) B, A, C, D ; в) C, B, A, D ?



Ответ: а) Поворот;
б) зеркальная симметрия;
в) зеркальная симметрия.

Упражнение 5

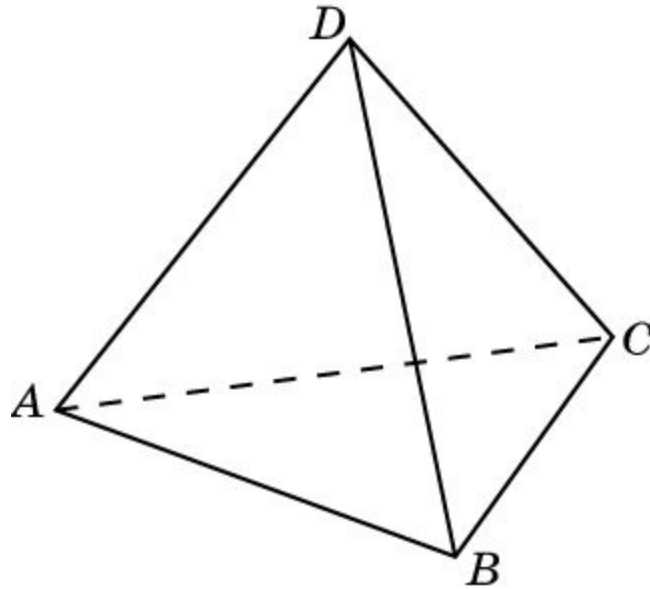
В правильном тетраэдре закрашили одну грань. В результате каких движений, оставляющих на месте закрашенную грань, он самосовместится?



Ответ: При повороте на 120° вокруг оси, проходящей через центр закрашенной грани; при симметрии относительно плоскости, перпендикулярной закрашенной грани.

Упражнение 6

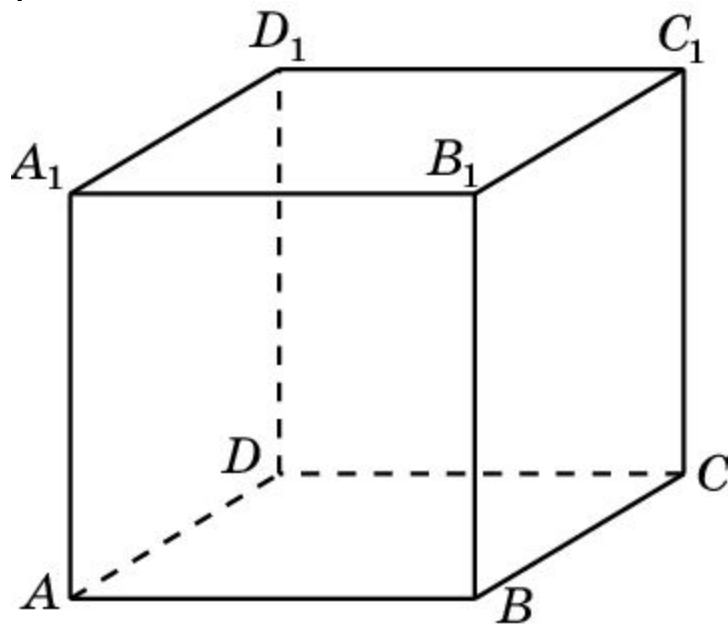
Сколько существует различных движений, переводящих правильный тетраэдр в себя?



Ответ: 24.

Упражнение 7

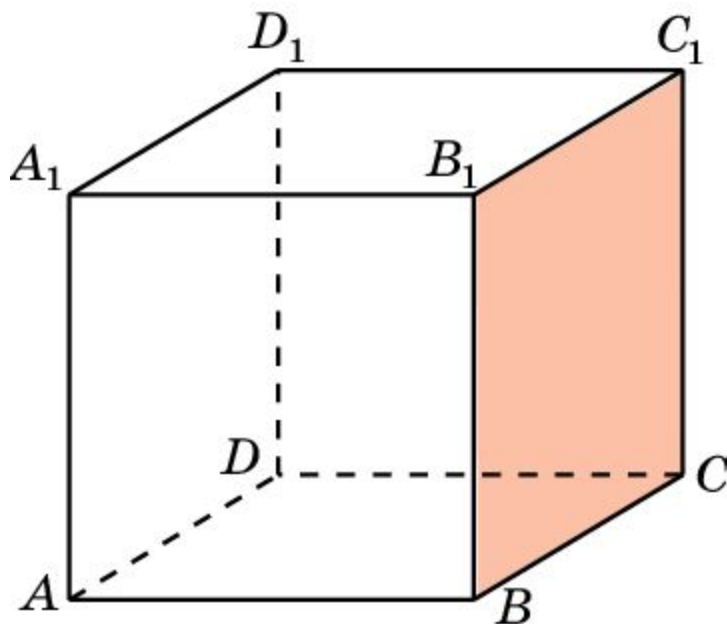
Существует ли движение (если существует, то какое), переводящее вершины A, B, C, D куба $A...D_1$ соответственно в вершины: а) A_1, B_1, C_1, D_1 ; б) A_1, D_1, C_1, B_1 ; в) A_1, B_1, D_1, C_1 ?



Ответ: а) Да, параллельный перенос, зеркальная симметрия;
б) да, осевая симметрия;
в) нет.

Упражнение 8

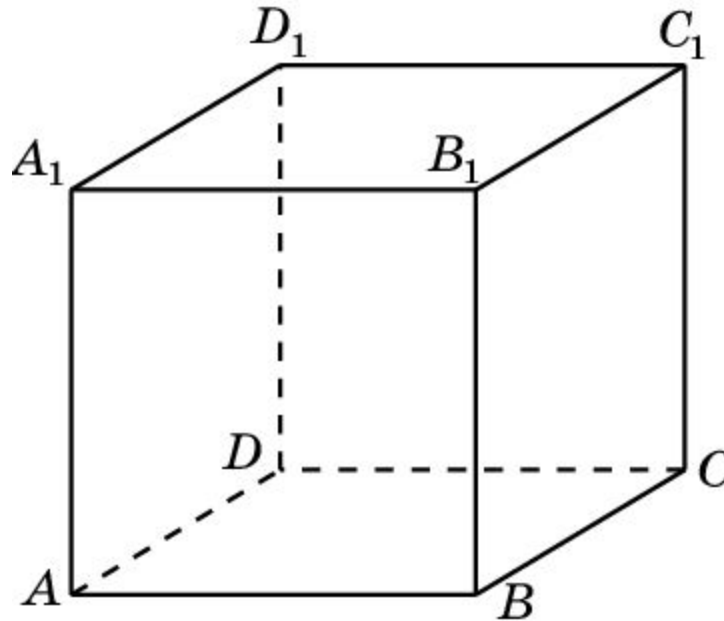
В кубе закрасили одну грань. В результате каких движений, оставляющих на месте закрашенную грань, он самосовместится?



Ответ: В результате: а) поворота на 90° вокруг оси, перпендикулярной закрашенной грани; б) осевой симметрии относительно оси, перпендикулярной закрашенной грани; в) зеркальной симметрии относительно плоскостей, перпендикулярных закрашенной грани.

Упражнение 9

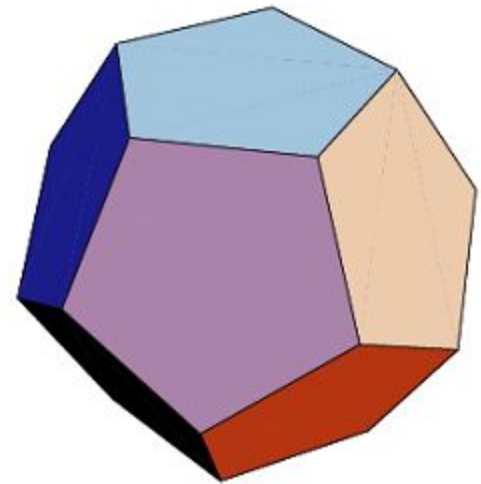
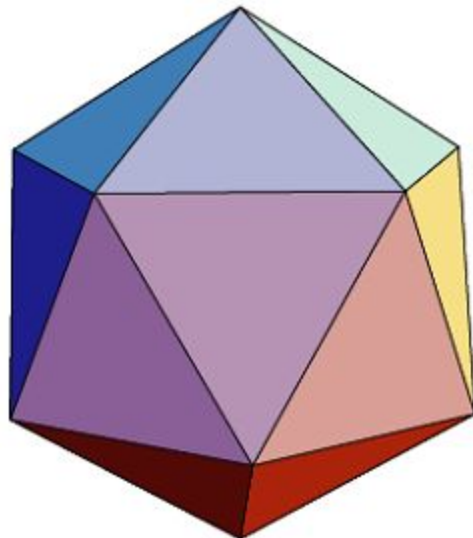
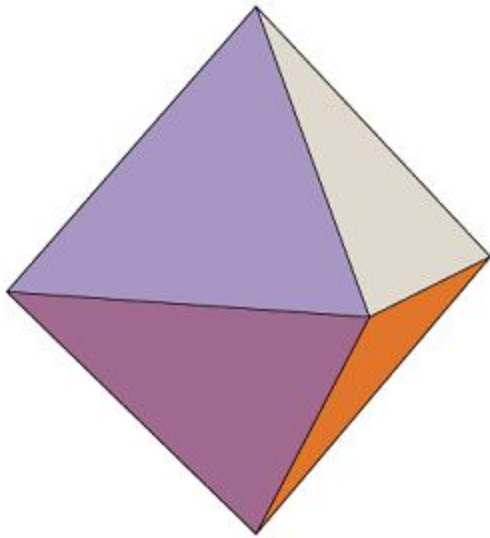
Сколько существует различных движений, переводящих куб в себя?



Ответ: 48.

Упражнение 10

Сколько имеется различных движений, переводящих в себя: а) октаэдр; б) икосаэдр; в) додекаэдр?



Ответ: а) 48; б) 120; в) 120.