Муниципальное общеобразовательное учреждение «Лицей №20»

Презентация по теме «Виды и способы решения нестандартных задач»,

Шабалина Екатерина Владимировна, учитель начальных классов

«**Нестандартные задачи** – это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения»

Л.М.Фридман.

Нестандартная задача – это задача, алгоритм решения которой учащимся неизвестен, то есть учащиеся не знают заранее ни способов решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение.

Виды нестандартных задач

1. Логические задачи - это такие задачи, для решения которых, как правило, не требуется выполнение вычислений, а используются лишь логические рассуждения:

- задачи на переливание;
- задачи на взвешивание;
- задачи на переправы;
- задачи на разъезды;
- задачи на дележи;
- задачи на соответствие и порядок;
- истинностные задачи;
- задачи на распиливание, разрезание;
- задачи на принцип Дирихле.

Виды нестандартных задач

2. Геометрические задачи - геометрические головоломки, геометрия в пространстве, геометрия на клетчатой бумаге.

3. Нестандартные арифметические задачи – это текстовые задачи, в которых требуется найти значение некоторой величины с помощью арифметических действий над числами и для которых в курсе математики начальной школы нет общих правил и положений, определяющих решение.

Виды нестандартных задач

4. Комбинаторные задачи - *это задачи, требующие осуществления перебора всех возможных вариантов или подсчета их числа.*

5. Простейшие задачи вероятностного содержания. *Это задачи на классификацию событий, задачи об исходах в испытаниях.*

Методы решения нестандартных задач

- *алгебраический;*
- *арифметический;*
- *графический;*
- *практический;*
- *метод предположения;*
- *метод перебора и т.д.*

Задачи на взвешивание

К задачам этой группы относятся задачи, в которых за минимальное число взвешиваний требуется:

а) определить среди имеющихся монет (или деталей) фальшивую (она по массе отличается от настоящих);

б) расположить предметы в порядке убывания (возрастания) их массы;

в) выразить массу одних предметов через массу других.

Задача на взвешивание

Среди трех монет одна фальшивая. Как с помощью чашечных весов без гирь найти фальшивую монету?

Состояния весов

1) Перевесила левая чаша.

2) Перевесила правая чаша.

3) Чаши находятся в равновесии

Решение задачи

Среди трех монет одна фальшивая. Как с помощью чашечных весов без гирь найти фальшивую монету?

1) **Возьмем две монеты из трех. Назовем их 1-я и 2-я.**
2) **Положим 1-ю монету на левую чашу весов, а 2-ю на правую чашу.**
3) **Если весы уравновесились, то 1-я и 2-я монеты одинаковые, значит, настоящие. Таким образом, фальшивая монета – 3-я.**
4) **Повторим 1-ю и 2-ю операции.**

5)Если перевесила правая чаша весов, значит, 2-я монета тяжелее, но пока неизвестно, которая фальшивая.

6) Вместо 1-й монеты положим на левую чашу весов 3-ю монету. Если весы в равновесии, то фальшивая монета – 1-я (она легче).

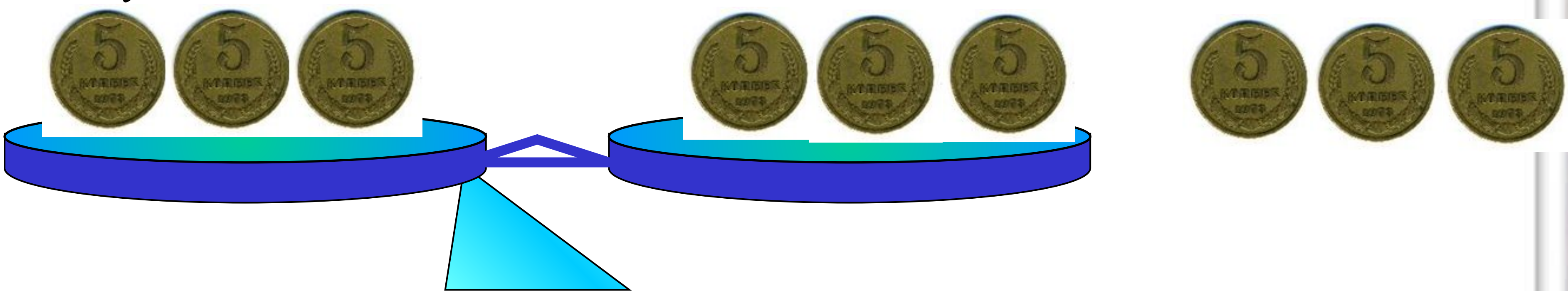
7) Если весы не в равновесии, надо сравнить 1-ю и 3-ю монеты.

Решение задачи

Из девяти монет одна фальшивая: она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая именно монета фальшивая?

- ***Разобьём монеты на 3 кучки по 3 монеты.***

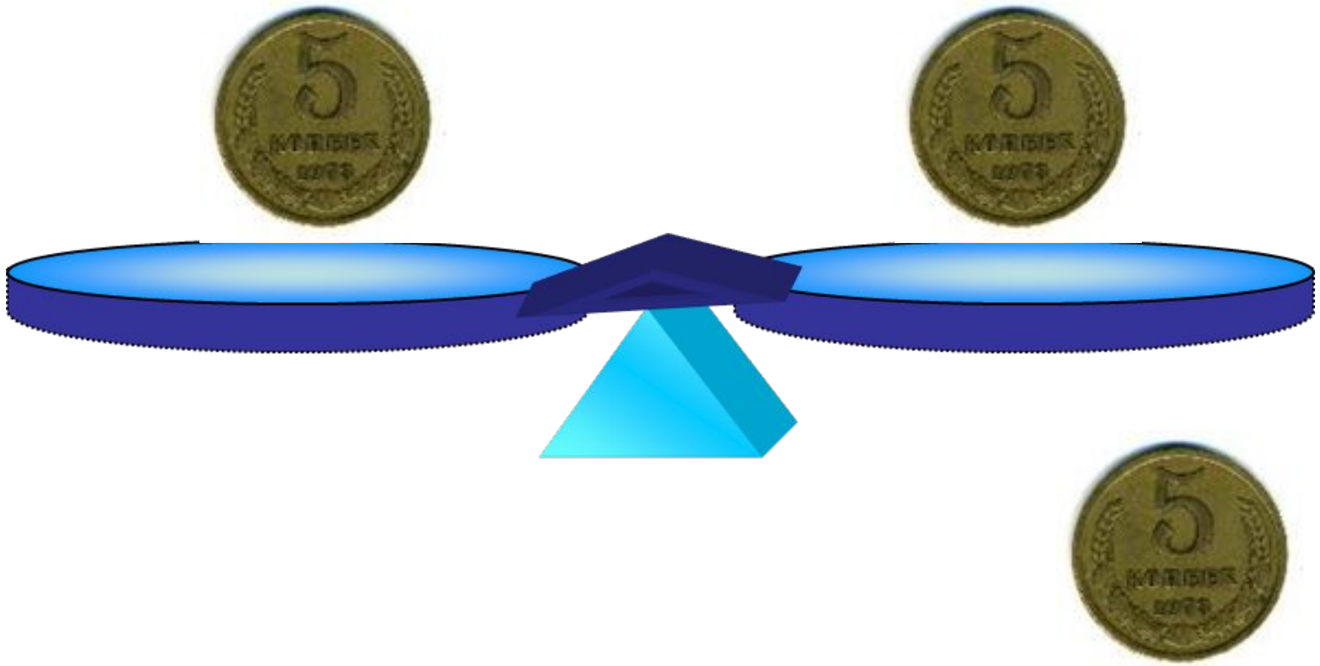
- ***Первое взвешивание***: *положим по 3 монеты на каждую чашку весов.*



Возможны два варианта:

1. ***Равновесие.***
   Тогда на весах только настоящие монеты, а фальшивая среди тех монет, которые не взвешивались.
2. ***Одна из кучек легче.***
   Значит в ней фальшивая монета.

- ***Второе взвешивание:*** *теперь требуется найти фальшивую среди трёх монет (по методу первого взвешивания).*



Задача на взвешивание

В мешке 24 кг гвоздей. Как, имея только чашечные весы без гирь, отмерить 9 кг гвоздей?

Решение:

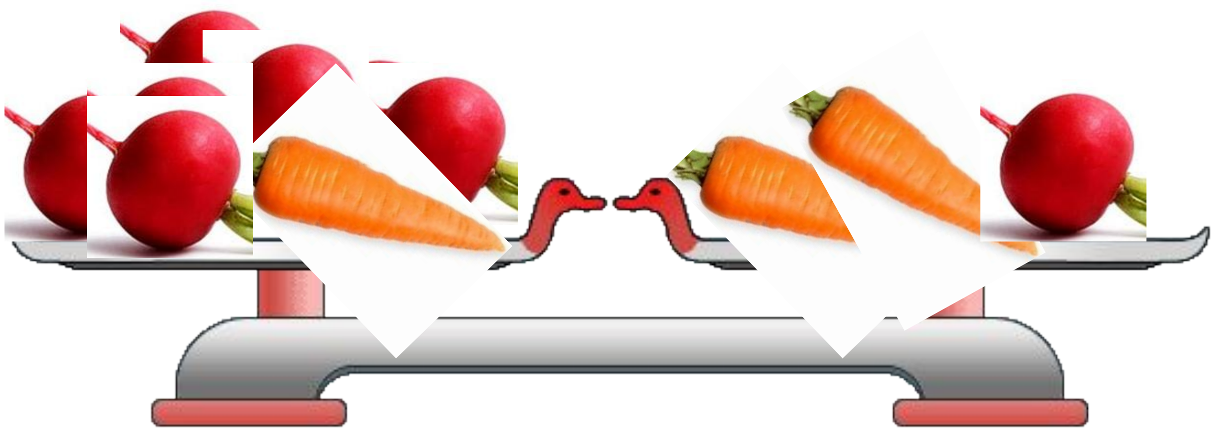
Основная доступная операция – деление некоторого (произвольного) количества гвоздей на две равные по весу кучки.

Результаты взвешивания будем записывать в таблицу по шагам:

Шаги	1кучка	2 кучка	3 кучка	4 кучка
1 шаг	12 кг	12кг		
2 шаг	12 кг	6 кг	6 кг	
3 шаг	12 кг	6 кг	3 кг	3кг

Задача на уравновешивание

1 морковка и 7 редисок уравновешивают 2 морковки и 1 редиску. Сколько морковок уравновесят 12 редисок?



Решение

1 морковка и 7 редисок уравновешивают 2 морковки и 1 редиску. Сколько морковок уравновесят 12 редисок?

?  = 12 

1 морк.+ 7 ред.= 2 морк. + 1ред.
7 ред. – 1 ред.= 2 морк. -1морк.
6 ред. = 1 морк. => 12ред.= 2 морк.

Задача на уравновешивание

5 яблок уравновешиваются 2 апельсинами. 3 апельсина весят столько же сколько 5 груш, а 2 груши по массе равны 6 мандаринам. Сколько весит яблоко в мандаринах?

1) 5 яб.=2 ап.
2) 3 ап.= 5 гр.
3) 2 гр.= 6 ман.
1 яб.=? ман.

1) => 5 яб.=10 ман., 1 яб.= 2 ман.
2) => 3 ап.= 15 ман., 1ап = 5 ман.
3) => 1 гр.= 3ман.

Из условия №3 следует, что 1 гр.= 3 ман. Тогда 3 ап.=15 ман., а 1 ап.= 5 ман. Значит, 5 яб. будут равны 10 ман., 1 яб.= 2ман.

***Задачи на переливание* – это задачи, в которых требуется разлить заданное количество жидкости по имеющимся сосудам так, чтобы получить требуемое количество жидкости либо в каждом сосуде, либо в некоторых из них. При этом пользоваться можно только сосудами известной вместимости, которые есть в наличии.**

Как, имея лишь два сосуда вместимостью 5л и 7л, налить из водопроводного крана 6л воды?

1. Нальем полный 7-литровый сосуд.

2. Перельем 5л в 5-литровый сосуд.

3. Выльем 5 л, освободим 5-литровый сосуд.

4. Перельем 2 л в 5-литровый сосуд.

5. Нальем полный 7-литровый сосуд.

6. Перельем 3л в 5-литровый сосуд.

7. Выльем 5 л, освободим 5-литровый сосуд.

8. Перельем 4 л в 5-литровый сосуд.

9. Нальем полный 7-литровый сосуд.

10. Перельем 1л в 5-литровый сосуд.

В 7-литровом сосуде останется ровно 6л.

Задача решена.

7л	5л
7	0
2	5
2	0
0	2
7	2
4	5
4	0
0	4
7	4
6	5

Решите задачу на переливание

- Как с помощью двух бидонов емкостью 5 л и 8 л отлить из молочной цистерны 7 л молока?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5л	5	0	5	2	2	0	5	0	
8л	0	5	5	8	0	2	2	7	

цистерна

7=5 +2

Логическая задача на соответствие

Беседуют трое друзей: Белов, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой – брюнет, а третий рыжий, но ни у кого цвет не соответствует фамилии. Какой цвет у каждого?

Белов

Рыжов

Чернов

Где кто?

Беседуют трое друзей: Белов, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой – брюнет, а третий рыжий, но ни у кого цвет не соответствует фамилии. Какой цвет у каждого?

1 способ

Фамил.	Брюнет	Блондин	Рыжий
Б	-	-	+
Р	+	-	-
Ч	-	+	-

Беседуют трое друзей: Белов, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой – брюнет, а третий рыжий, но ни у кого цвет не соответствует фамилии. Какой цвет у каждого?

2 способ

Белов

~~ч~~ ~~б~~ р

Чернов

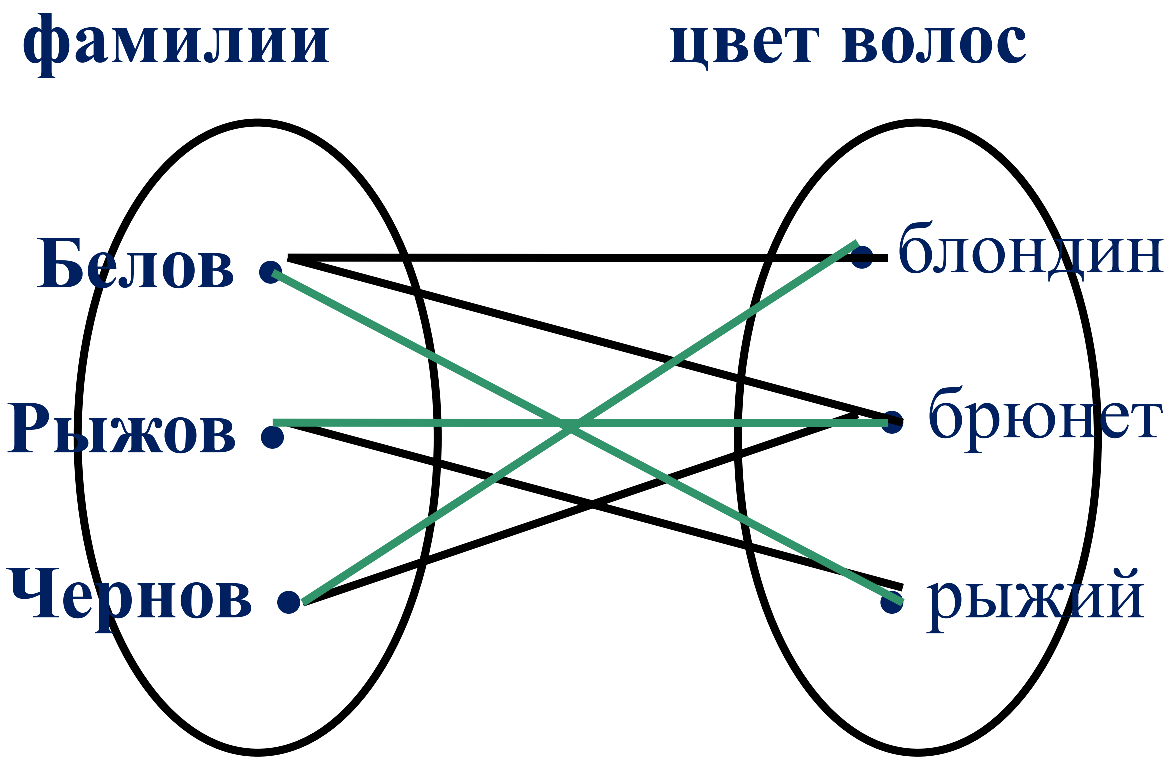
~~ч~~ б ~~р~~

Рыжов

ч ~~б~~ ~~р~~

Беседуют трое друзей: Белов, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белову: «Любопытно, что один из нас блондин, другой – брюнет, а третий рыжий, но ни у кого цвет не соответствует фамилии. Какой цвет у каждого?

3 способ



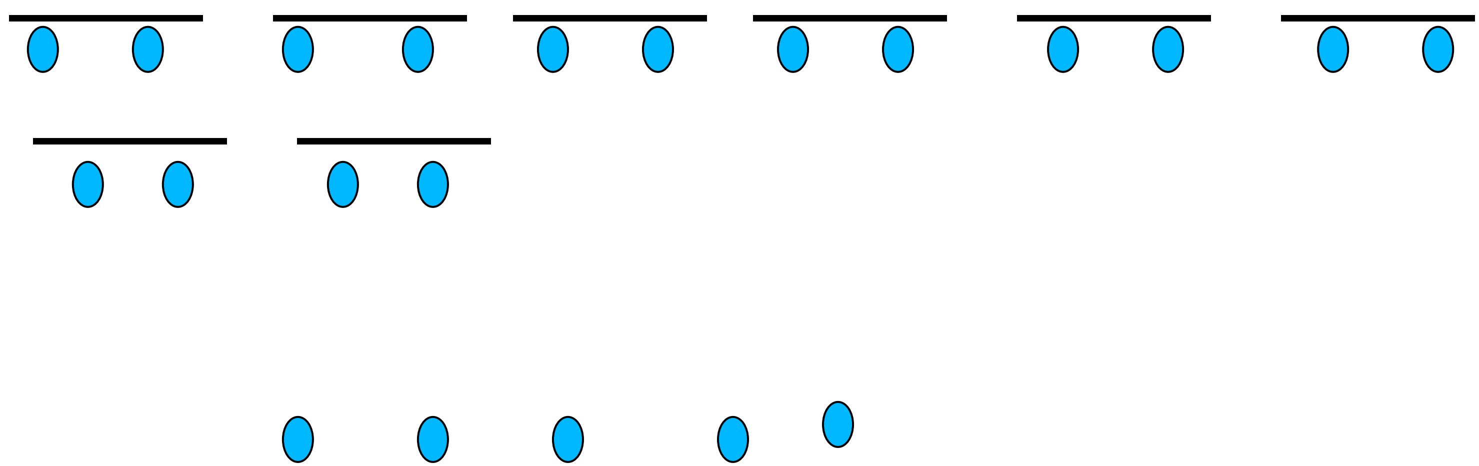
Задачи, решаемые предположением

На детской площадке катались дети на двух и трехколесных велосипедах. Сколько и каких велосипедов было на площадке, если всего было 21 колесо и 8 велосипедов?

Решение задачи с помощью рисунка

1.

2.



Задачи, решаемые предположением

На детской площадке катались дети на двух и трехколесных велосипедах. Сколько и каких велосипедов было на площадке, если всего было 21 колесо и 8 велосипедов?

Предположим, что все велосипеды были двухколесными:

1) **$2 \cdot 8 = 16$ (колес)- если всем 8 велосипедам дать по два колеса;**
2) **$21 - 16 = 5$ (колес)- остались лишними, дадим 5 велосипедам, и они станут трехколесными;**
3) **$8 - 5 = 3$ (велосипеда) – останутся двухколесными.**

Алгебраический способ

На детской площадке катались дети на двух и трехколесных велосипедах. Сколько и каких велосипедов было на площадке, если всего было 21 колесо и 8 велосипедов?

Пусть х велосипедов-двухколесные, тогда трехколесных (8-х) велосипедов. Колес у двухколесных 2х, а у трехколесных - 3 · (8-х). Всего было 21 колесо.

Составляем уравнение:

$2x + 3 \cdot (8-x) = 21$

$2x + 24 – 3x = 21$

$2x-3x=21-24$

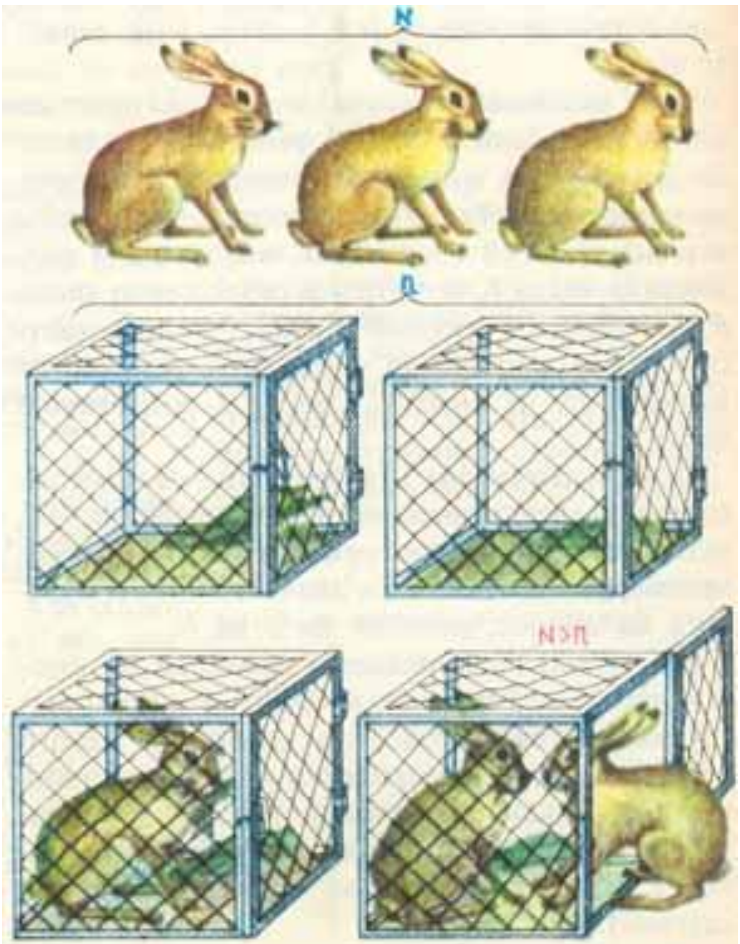
х=3 (велосипеда)-двухколесных

8-3=5 (велосипедов) – трехколесных

Ответ:

Задачи на принцип Дирихле

Принцип решения таких задач формулируется следующим образом: «Если десять рыбок находятся в девяти аквариумах, то в некотором аквариуме находятся не меньше двух рыбок».



Если число клеток больше, чем число кроликов, то как минимум одна клетка пуста.

При́нцип Дирихле́ («принцип ящиков») — утверждение, устанавливающее связь между объектами («*кроликами*») и контейнерами («клетками») при выполнении определённых условий. В некоторых языках утверждение известно как «принцип голубей и ящиков», когда объектами являются голуби, а контейнерами — ящики.

9 клеток содержат 7 голубей по принципу Дирихле хотя бы 9-7=2 клетки свободны

9 клеток содержат 7 голубей, по принципу Дирихле хотя бы 9-7=2 клетки свободны

Задача на принцип Дирихле

В классе 15 учеников. Докажите, что найдутся как минимум 2 ученика, отмечающих дни рождения в один месяц.

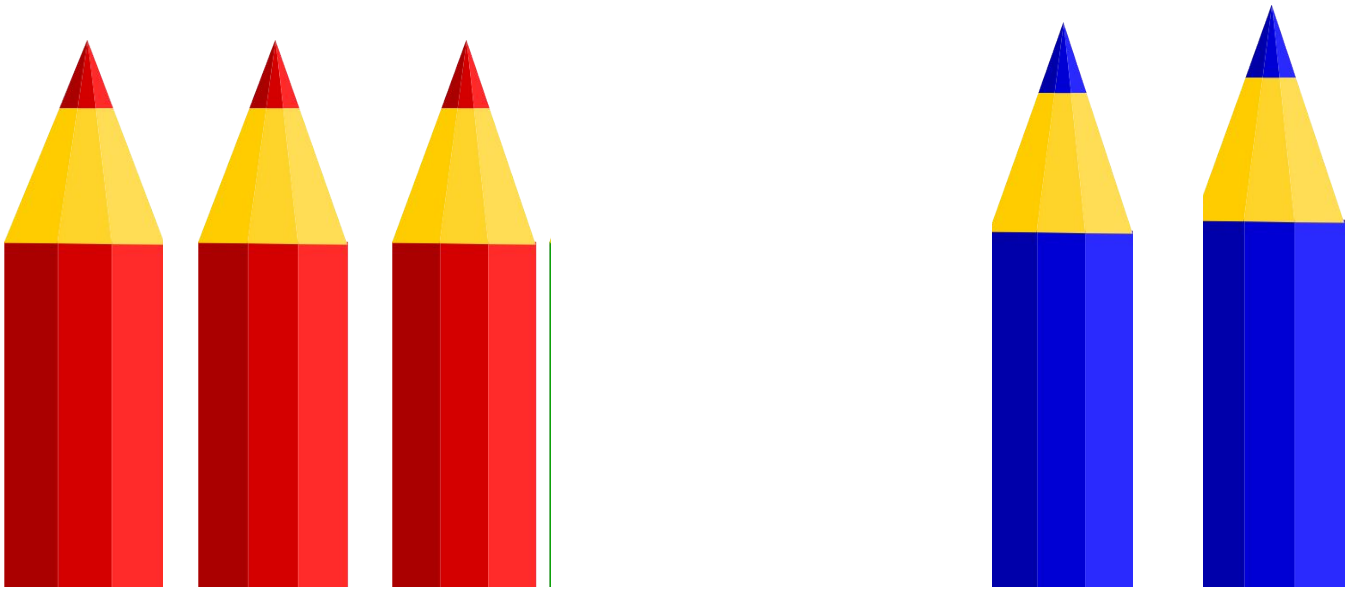
Решение:

Пусть 15 учеников будут «зайцы». Тогда «клетками» будут месяцы года, их 12.
Т.к. 15 > 12, то принципу Дирихле, найдется, как минимум, одна клетка, в которой будет сидеть, по крайней мере, 2 «зайца». То есть, найдется месяц, в котором будут отмечать дни рождения не менее 2 учеников класса.

Задача № 2: **В коробке лежат 5 карандашей: 2 синих и 3 красных. Сколько карандашей надо взять из коробки, не глядя в неё, чтобы среди них был хотя бы 1 красный?**

Решение:

3 карандаша: если достанем 2 синих, то третий будет красным.



Научить младших школьников решению нестандартных задач возможно, если вызвать интерес у учащихся к их решению, предложить интересные и содержательные по сюжету задачи.

Математике нельзя научиться, глядя, как это делает сосед.