

Квадратные уравнения

Виды квадратных уравнений и способы решения



Выполнили: ученики 8 «в» класса.

Группа «Дискриминанта»:

Миронов А., Мигунов Д., Зайцев Д.,
Сидоров Е, Иванов Н., Петров Г.

ГИПОТЕЗА



Каждый человек, особенно если он ученик 8 класса, может решить квадратное уравнение, если знает ответы на вопросы...





вопросы...

- *Определение квадратного уравнения*
- *Виды квадратных уравнений*
- *Решение квадратных уравнений*

Квадратные уравнения - это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и трансцендентных уравнений и неравенств.

В школьном курсе математики изучают формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Однако имеются и другие способы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать многие уравнения. Разберём некоторые из них.



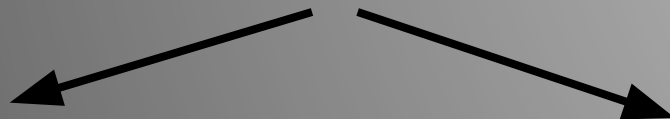
**Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,
где x - переменная,
 a, b, c - некоторые числа,
 $a \neq 0$, называется
квадратным уравнением.**

Примеры:

$$5x^2 - 14x + 17 = 0; 3x^2 + 5x = 0; 3x^2 - 5\frac{1}{3} = 0.$$



ВИДЫ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ



ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0,$$

$$x^2 + px + q = 0$$

приведенное
квадратное уравнение

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx = 0,$$

$$ax^2 = 0,$$

$$ax^2 + c = 0.$$



Решение неполных квадратных уравнений

$$ax^2 = -c,$$

$$x^2 = -\frac{c}{a},$$

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}},$$

$$x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

$$4x^2 - 64 = 0,$$

$$4x^2 = 64,$$

$$x^2 = 64 \div 4,$$

$$x^2 = 16,$$

$$x_1 = -4; x_2 = 4.$$

Ответ : -4;4.



$$ax^2 = 0,$$

$$x^2 = 0,$$

$$x = -\frac{b}{a}.$$

$$ax^2 + bx = 0,$$

$$x(ax + b) = 0,$$

$$x = 0; ax + b = 0,$$

$$x_1 = 0; x_2 = -\frac{b}{a}.$$

$$3x^2 = 0,$$

$$x^2 = 0,$$

$$x = 0$$

Ответ : x = 0.

$$3x^2 + 6x = 8x^2 - 14x,$$

$$-5x^2 + 20x = 0,$$

$$-x(5x - 20) = 0,$$

$$-x = 0; 5x - 20 = 0.$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

Ответ : x₁ = 0, x₂ = 4.



Способы решения квадратных уравнений

- Разложение левой части на множители;
- Метод выделения полного квадрата;
- Применение формул корней квадратного уравнения;
- Применение теоремы Виета;
- Введение новой переменной;
- По сумме коэффициентов квадратного уравнения;
- Графический.



Разложение левой части на множители

$$8x^2 + 10x + 3 = 0,$$

$$8x^2 + 4x + 6x + 3 = 0,$$

$$4x(2x + 1) + 3(2x + 1) = 0,$$

$$(2x + 1)(4x + 3) = 0,$$

$$2x + 1 = 0; 4x + 3 = 0,$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = -\frac{3}{4}.$$



Метод выделения полного квадрата

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0,$$

$$x^2 - 2 * 5x + 25 - 25 + 16 = 0,$$

$$(x-5)^2 - 9 = 0,$$

$$(x-5)^2 = 9,$$

$$x-5 = -3; x-5 = 3,$$

$$x_1 = 2; x_2 = 8$$

Ответ : $x_1 = 2; x_2 = 8.$

$$5x^2 - 7x - 6 = 0,$$

$$5\left(x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{6}{5}\right) = 0,$$

$$x^2 - 2 * \frac{7}{10}x - \left(\frac{7}{10}\right)^2 - \left(\frac{7}{10}\right)^2 - \frac{6}{5} = 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{10}\right)^2 - \frac{169}{100} = 0,$$

$$x - \frac{7}{10} = -\frac{13}{10}; x - \frac{7}{10} = \frac{13}{10},$$

$$x_1 = -\frac{3}{5}; x_2 = 2$$

Ответ : $x_1 = -\frac{3}{5}; x_2 = 2.$



Использование формул корней квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0,$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

1. $D = 0$ – один корень,

2. $D > 0$ – два корня,

3. $D < 0$ – нет действительных корней.

b – нечетное

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

b – четное, $b = 2k$

$$D = k^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D}}{a}.$$



примеры



$$2x^2 + 3x - 5 = 0,$$

$b = 3$ – не четное число,

$$D = 3^2 - 4 * 2 * (-5) =$$

$$= 9 + 40 = 49, D > 0;$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2 * 2} = \frac{-3 - 7}{4} = -\frac{5}{2},$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2 * 2} = \frac{-3 + 7}{4} = 1.$$

Ответ : $x_1 = -2\frac{1}{2}; x_2 = 1.$

$$x^2 - 4x - 5 = 0,$$

$b = 4$ – четное число,

$$b = 2 * 2, k = 2,$$

$$D = 2^2 + 5 = 9,$$

$$D > 0,$$

$$x_1 = 2 - \sqrt{9} = -1,$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{9} = 5.$$

Ответ : $x_1 = -1; x_2 = 5.$

Применение теоремы Виета

$$x^2 + px + q = 0,$$

Если x_1, x_2 – корни уравнения,

тогда

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 x_2 = q.$$

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

Если x_1, x_2 – корни уравнения,

тогда

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$



Введение новой переменной

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

Умножим обе части уравнения на a

$$a^2x^2 + abx + ac = 0,$$

Пусть $ax = y$, тогда $y^2 + by + c = 0$.

Корни уравнения найдем по теореме, обратной теореме Виета или по сумме коэффициентов уравнения

$$ax_1 = y_1, \quad ax_2 = y_2$$

$$x_1 = \frac{y_1}{a}, \quad x_2 = \frac{y_2}{a}.$$



По сумме коэффициентов квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

1. Если $a + b + c = 0$,

$$\text{то } x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

2. Если $a - b + c = 0$,

$$\text{то } x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

$$5x^2 - 7x + 2 = 0,$$

$$\text{т.к. } 5 - 7 + 2 = 0,$$

$$\text{то } x_1 = -1, x_2 = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Ответ : } x_1 = -1, x_2 = \frac{2}{5}.$$



Графический способ

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0,$$

$$ax^2 = -bx - c.$$

$y = ax^2$ - Графиком функции является парабола

$y = -bx - c$ - Графиком функции является прямая

- Прямая и парабола имеют только одну общую точку, значит уравнение имеет одно решение;
- Прямая и парабола имеют две общие точки, абсциссы этих точек являются корнями квадратного уравнения;
- Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет корней.

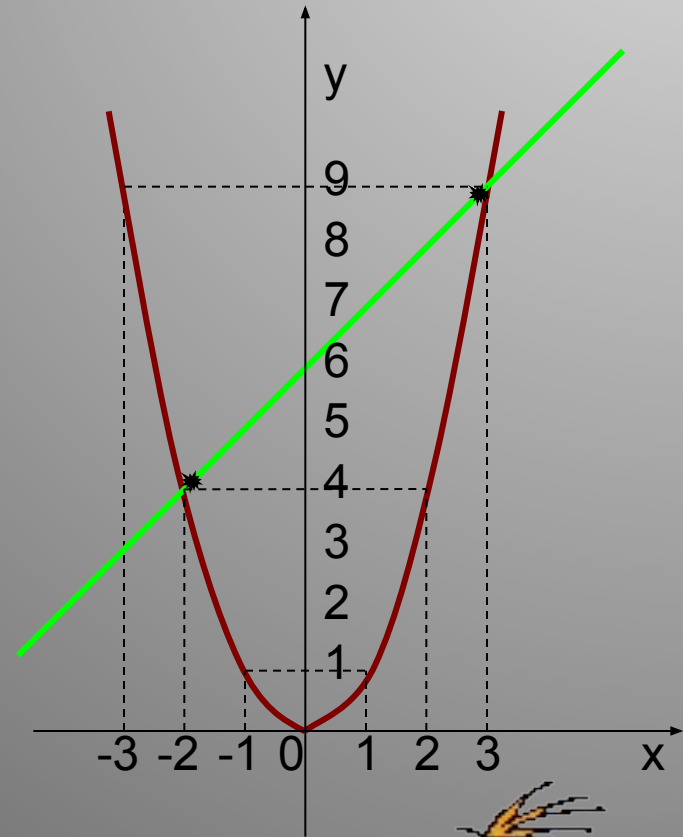


$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 = x + 6$$

Прямая и парабола имеют две общие точки с координатами $(-2; 4)$ и $(3; 9)$.

Ответ: -2 и 3 .

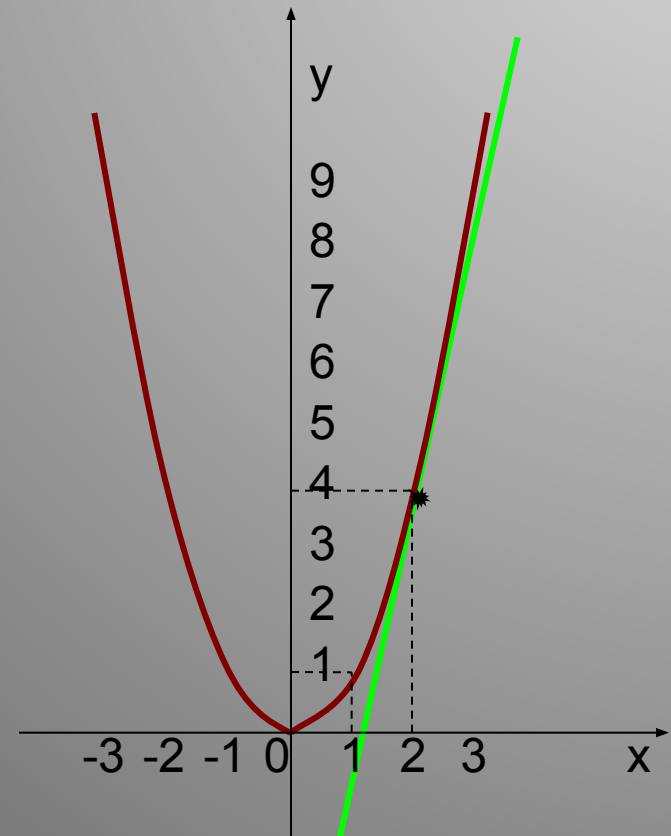


$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 = 4x - 4$$

Прямая и парабола имеют одну общую точку с координатами (2;4).

Ответ: 2.

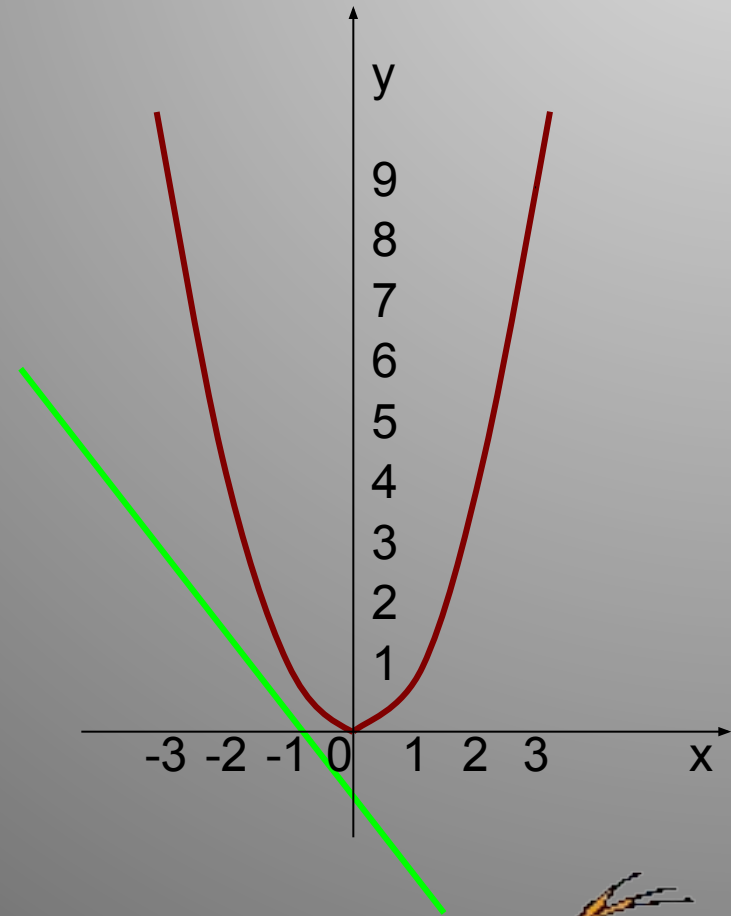


$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 = -2x - 3$$

Прямая и парабола не имеют общих точек, значит уравнение не имеет действительных корней.

Ответ: нет корней.



Вывод



*У нас хорошие знания,
поэтому мы можем решить
любое квадратное уравнение.
Мы знаем разные способы
решения и можем их
применять на практике.
Учитесь и вам все будет по
силам! Хорошие знания это
билет в светлое будущее!*





Полезные ресурсы

- Алгебра: Учебник для 8 класса, общеобразоват. учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др., 2006
- Газета «Математика», 2001
- Бощенко О.В. «Математика» 5-9 классы

