ВИРТУОЗНОЕ ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЕЙ ВЫСОКИХ СТЕПЕНЕЙ

«Величие человека – в его способности мыслить»
Блез Паскаль

Автор работы:
Лобанов Алексей
ученик 8 класса МОУ «СОШ с. Дмитриевка Духовницкого района Саратовской области»

а) извлечение кубического корня

(кубы чисел от 1 до 10)

$1^3 = 1$	$5^3 = 125$	$9^3 = 729$
$2^3 = 8$	$6^3 = 216$	$10^3 = 1000$
$3^3 = 27$	$7^3 = 343$	
$4^3 = 64$	$8^3 = 512$	

- Последняя цифра куба числа совпадает с числом, возведенным в куб, для оснований степени 1, 4, 5, 6, 9 и равна разности числа 10 и числа, возведенного в куб, для остальных оснований: 2, 3, 7, 8.
- Первую цифру результата извлечения кубического корня находим следующим образом: отбросим последние три цифры задуманного числа и рассмотрим оставшееся число – между кубами каких чисел оно располагается в таблице кубов. Меньшее из них и дает первую цифру искомого числа.

Пример 1. Требуется извлечь $\sqrt[3]{389\ 017}$.

- Решение.
- Так как последняя цифра задуманного числа 7 и 10 – 7 = 3, то 3 последняя цифра искомого числа. Отбрасывая три последние цифры задуманного числа, получи число 389; оно располагается в таблице кубов между кубами чисел 7 и 8. Меньшее из этих чисел и есть первая цифра искомого числа.
- Ответ: 73.

Пример 2. Вычислить $\sqrt[3]{636\,056}$.

- Решение.
- Так как последняя цифра подкоренного числа 6, то и последняя цифра искомого числа 6. Отбрасывая последние три цифры заданного числа, получим 636; это число располагается между кубами 8 и 9. Меньшее – 8.
- Ответ: 86

Для извлечения кубического корня из чисел свыше 1 млн. нужно держать в памяти (или на «шпаргалке») кубы чисел от 11 до 20.

Пример 3. Вычислить $\sqrt[3]{1\,860\,867}$

- Решение.
- Так как последняя цифра задуманного числа 7 и 10 – 7 = 3, то 3 последняя цифра искомого числа. Отбрасывая три последние цифры задуманного числа, получи число 1 860, которое располагается в таблице кубов между кубами чисел 12 и 13. Меньшее из этих чисел (12) и есть первые две цифры искомого числа.
- Ответ: 123

Задание для самостоятельно решения.

- Проверь степень собственной виртуозности в извлечении кубических корней:
- 1) $\sqrt[3]{970\,299}$
- 2) $\sqrt[3]{7\,545\,373.}$

б) извлечение корня пятой степени:

(Пятые степени чисел от 1 до 10)

- Подмечаем свойство: последняя цифра пятой степени числа совпадает с основанием степени.
- Первую цифру искомого результата извлечения корня пятой степени находим следующим образом: отбросим последние пять цифр заданной пятой степени числа и рассмотрим оставшееся число – между какими числами в таблице пятых степеней оно располагается. Меньшее из соответствующих оснований степени покажет первую цифру искомого числа.

$1^5 = 5$	$5^5 = 3\ 125$	$9^5 = 59\ 049$
$2^5 = 32$	$6^5 = 7\ 776$	$10^5 = 100\ 000$
$3^5 = 243$	$7^5 = 16\ 807$	
$4^5 = 1\ 024$	$8^5 = 32\ 768$	

Пример 1. Извлечь $\sqrt[5]{2\,476\,099}$

- Последняя цифра искомого результата 9. Отбрасываем последние пять цифр заданного числа, остается число 24, которое располагается в таблице между пятыми степенями чисел 1 и 2. Значит 1 – первая цифра результата.
- Ответ: 19

Пример 2. Вычислить $\sqrt[5]{9\,765\,625}$.

- Последняя цифра результата 5. Отбрасываем последние пять цифр заданного числа, остается число 97, которое располагается в таблице между пятыми степенями чисел 2 и 3.
- Ответ: 25

Задание для самостоятельно решения.

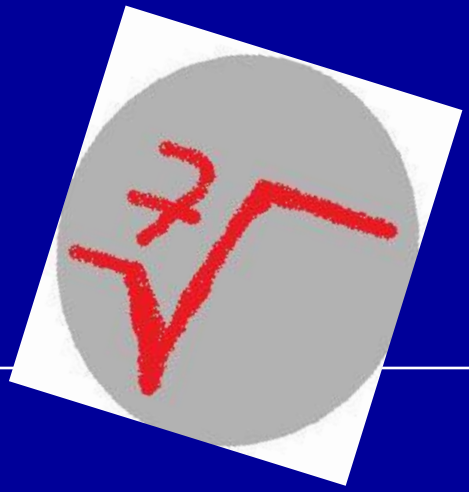
- Проверь быстроту извлечения корней:
- 1) $\sqrt[5]{312\,500\,000}$
- 2) $\sqrt[5]{5\,277\,319\,168}$
- 3) $\sqrt[5]{12\,762\,815\,605}$

в) извлечение корня седьмой степени:

(Седьмые степени чисел от 1 до 10)

- Подмечаем, что все цифры, на которые могут оканчиваться седьмые степени, различны. Последняя цифра седьмой степени совпадает с числом, возведенным в седьмую степень, для оснований степени 1, 4, 5, 6, 9 (как и у кубов) и равна разности числа 10 и числа, возведенного в седьмую степень, для остальных оснований: 2, 3, 7, 8 (то же, как у кубов)

$1^7 = 1$	$5^7 = 78\,125$	$9^7 = 4\,782\,969$
$2^7 = 128$	$6^7 = 279\,936$	$10^7 = 10\,000\,000$
$3^7 = 2\,187$	$7^7 = 823\,543$	
$4^7 = 16\,384$	$8^7 = 2\,097\,152$	



Пример 1. Извлечь $\sqrt[7]{3\,404\,825\,447}$

- Решение.
- Последняя цифра заданного числа 7; так как 10 – 7 = 3, то 3 – последняя цифра искомого числа. Найдем первую цифру корня: зачеркиваем последние семь цифр заданного числа, останется число 340, которое располагается в таблице между седьмыми степенями чисел 2 и 3. Меньшее из них (2) дает первую цифру искомого числа.
- Ответ: 23.

Вычислить быстро

Пример 2. $\sqrt[7]{1\,338\,924\,909\,984}$

Решение.

Последняя цифра искомого корня 4. Отбросим последние семь цифр заданного числа, останется число 133 892, которое располагается в таблице между седьмыми степенями чисел 5 и 6. Меньшее – 5.

Ответ: 54

Пример 3. $\sqrt[7]{93\,206\,534\,790\,699}$

Решение.

Последняя цифра искомого корня 9. Первую цифру находим по числу 9 320 653 из таблицы: 9.

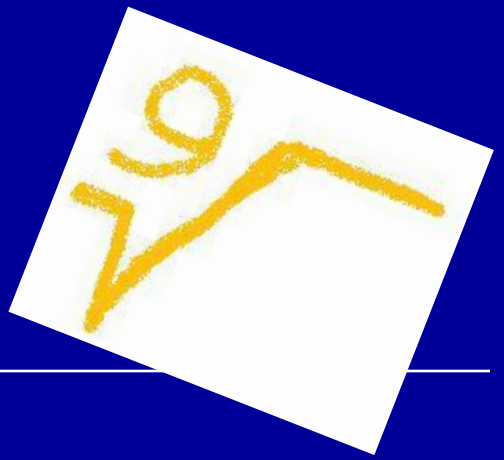
Ответ: 99

г) извлечение корня девятой степени

(Девятые степени чисел от 1 до 10)

- Видим, что последняя цифра девятой степени совпадает с цифрой основания степени (как у пятых степеней) Первую цифру корня девятой степени находим следующим образом: отбросим последние девять цифр задуманного числа и рассмотрим оставшееся число – между какими числами оно располагается в таблице девятых степеней. Меньшее из соответствующих оснований степени укажите первую цифру искомого числа.

$1^9 = 1$	$5^9 = 1\ 953\ 125$	$9^9 = 387\ 420\ 489$
$2^9 = 512$	$6^9 = 10\ 076\ 696$	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$
$3^9 = 19\ 683$	$7^9 = 40\ 353\ 607$	
$4^9 = 262\ 144$	$8^9 = 134\ 217\ 728$	



Вычислить быстро

- Пример 1:

$$\sqrt[3]{46\,411\,484\,401\,953}$$

- Решение. Последняя цифра искомого числа 3. Первая цифра 3, так как число 46 411 располагается в таблице между девятыми степенями чисел 3 и 4.
- Ответ: 33.

- Пример 2:

$$\sqrt[3]{913\,517\,247\,483\,640\,899}$$

- Решение. Последняя цифра – 9, и первая – 9.
- Ответ: 99.

ВИРТУОЗНОЕ ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЕЙ ВЫСОКИХ СТЕПЕНЕЙ.

- Каждому доступно быстро и точно или грубо-приближенное извлечение корня высокой степени (m) из целого числа с большим количеством (n) цифр. Способ прост: надо отношение $\frac{m}{n}$ считать
- логарифмом искомого числа и по таблице
- логарифмов найти его. Если $\frac{m}{n} \le 1{,}30$, то практически
- достаточна следующая таблица десятичных логарифмов:

Таблица логарифмов

Число	Десятичный логарифм	Число	Десятичный логарифм
2	0,30	11	1,04
3	0,48	12	1,08
4	0,60	13	1,11
5	0,70	14	1,15
6	0,78	15	1,18
7	0,85	16	1,20
8	0,90	17	1,23
9	0,95	18	1,26
10	1,00	19	1,28
		20	1,30

Вычислить

- Пример 1.

$$\sqrt[51]{2\,720\,251\,845\,356\,167\,708\,821\,747}$$

- Решение. Количество цифр (25)числа делим на показатель корня (51), получаем 0,49. это число находится в таблице между 0,48 и 0,60. Более близким значением является 0,48. Это lg 3. Значит искомое число 3.
- Ответ: 3

- Пример 2.

Извлечь корень 65 – ой степени из 20- значного числа
36 893 488 147 419 103 232.

- Решение.
- Делим 20 на 65, получается 0,31≈ lg2.
- Ответ: искомое число 2.

Пример 3.

- Извлечь корень 32 – й степени из 38 – значного числа 43 144 141 785 116 080 641 825 668 495 361 328 125.
- Решение. Делим 38 на 32, получаемся приблизительно 1,187. В таблице логарифмов 1,18 < 1,187 < 1,2. Берем меньшее значение логарифма – 1,18; ему соответствует число 15.
- Ответ: искомое число 15.

Пример 4.

- Решение.
- Вычислить приближенно $\sqrt[47]{k}$, где k – 49-значное число. Решаем: 49:47≈1,043. В таблице логарифмов 1,04 < 1,043 < 1,08. Берем значение 1,04, которому соответствует число 11
- Ответ: искомое число ≈11.

Используемые ресурсы

1. Ф.Ф.Нагибин, Е.Н.Канин. Математическая шкатулка.
2. Б.А.Кордемский, А.А.Ахадов.Удивительный мир чисел
3. Н.Я.Виленкин, Л.П.Шибасов, З.Ф.Шибасова. За страницами учебника математики