Вневписанная окружность

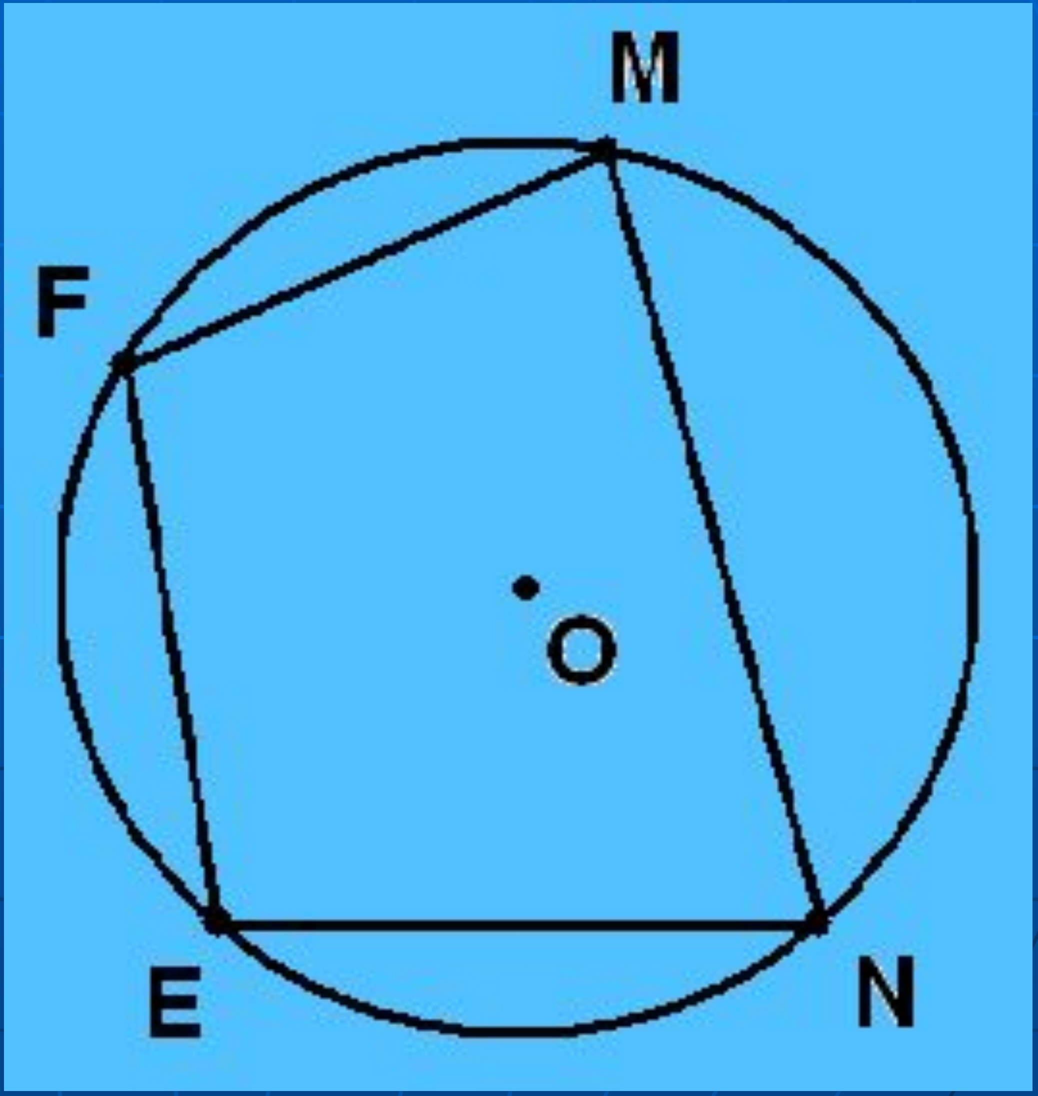
Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать.
Г. Галилей

Вневписанная окружность

- Простейший из многоугольников — треугольник — играет в геометрии особую роль. За несколько тысячелетий геометры столь подробно изучили треугольник, что иногда говорят о «геометрии треугольника» как о самостоятельном разделе элементарной геометрии.
- Первые упоминания о треугольнике и его свойствах можно найти в египетских папирусах, которым более 4000 лет. Через 2000 лет в Древней Греции изучение свойств треугольника достигает высокого уровня — достаточно вспомнить теорему Пифагора и формулу Герона.
- Центральное место в геометрии треугольника занимают свойства так называемых замечательных точек и линий.

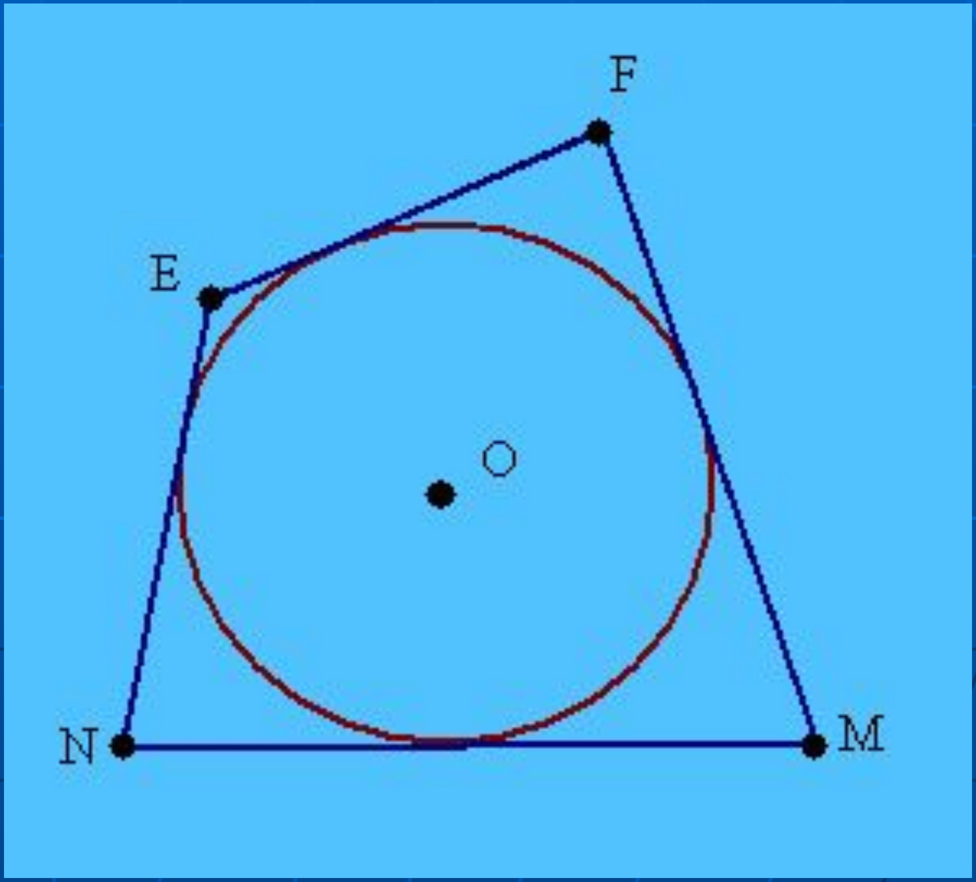
Вневписанная окружность

- Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется *описанной* около многоугольника, а многоугольник — *вписанным* в эту окружность.



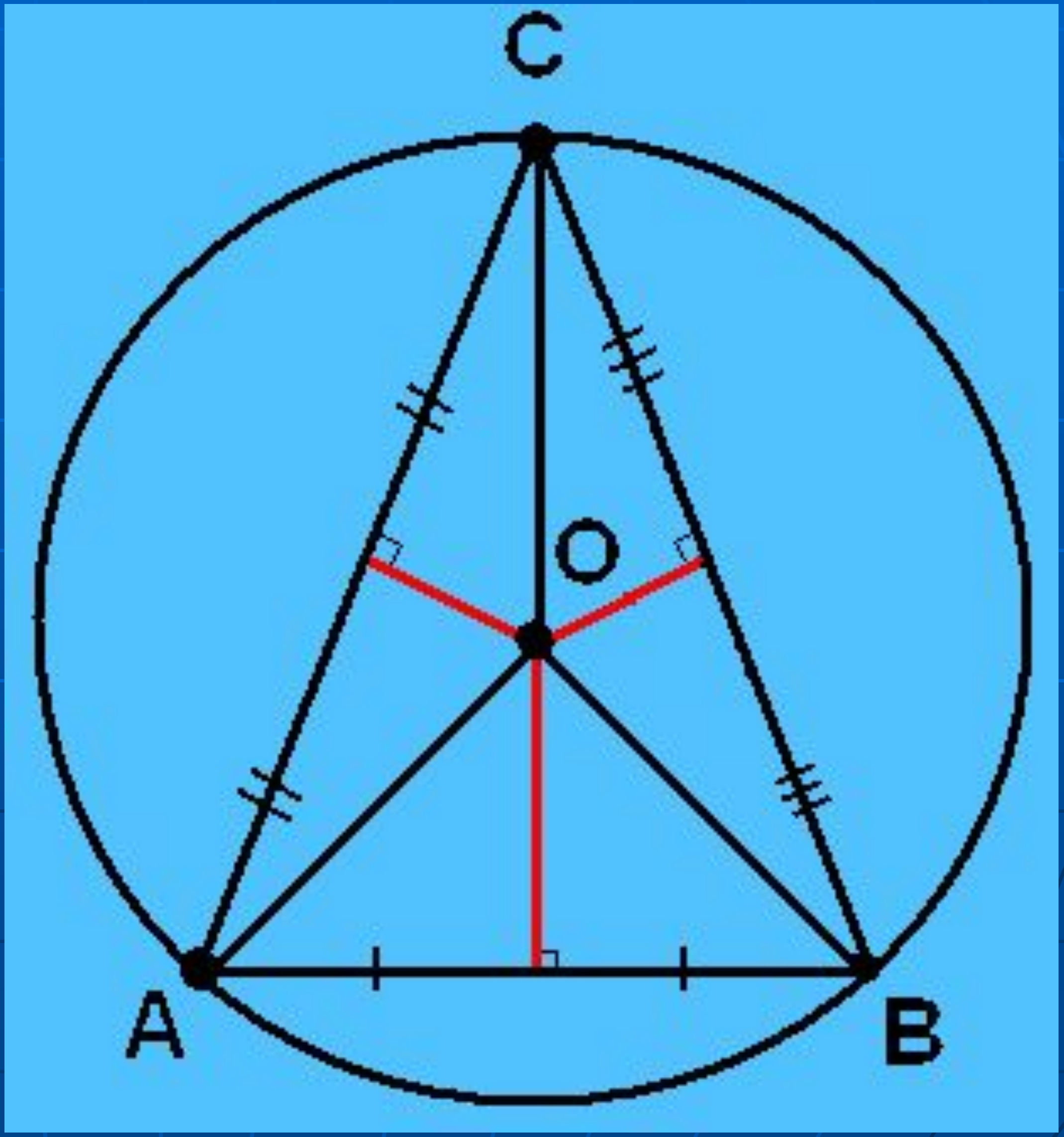
Вневписанная окружность

- Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется *вписанной* в многоугольник, а многоугольник — *описанным* около этой окружности.



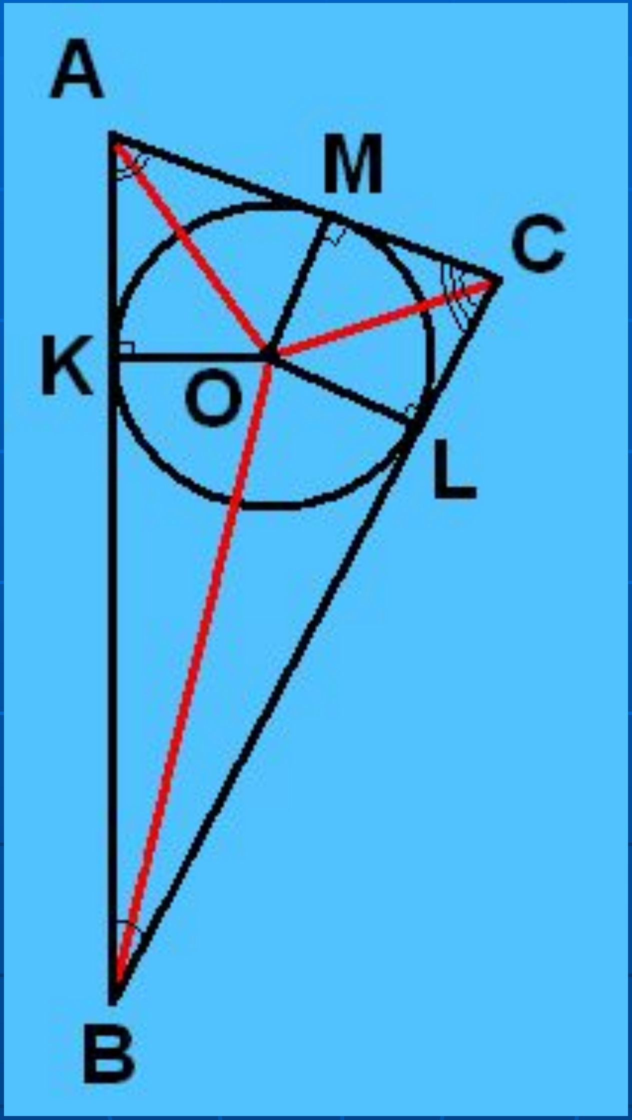
Вневписанная окружность

Три серединных перпендикуляра к сторонам треугольника пересекаются в одной точке — центре описанной около треугольника окружности.



Внеписанная окружность

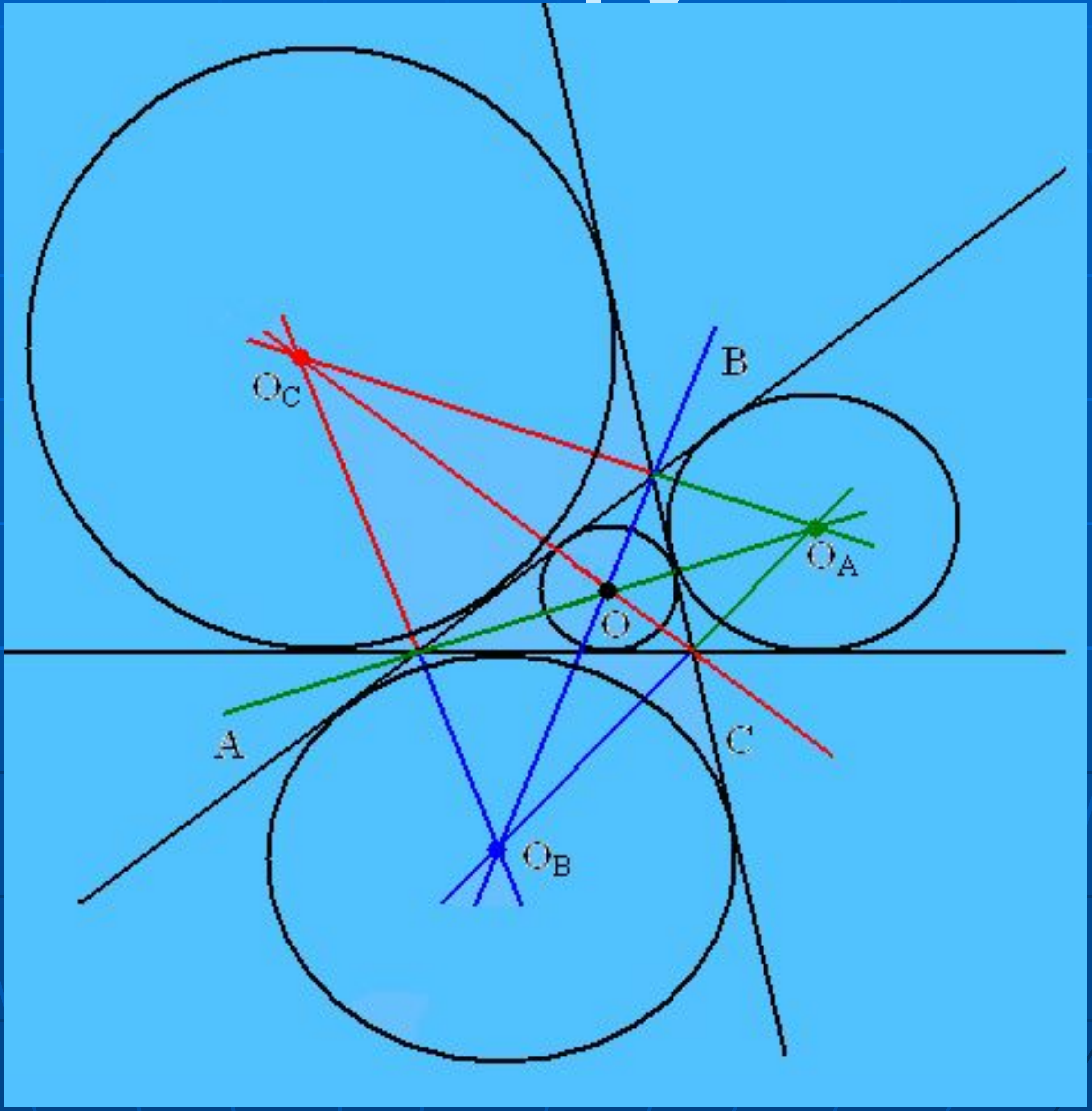
- Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в одной точке-центре вневписанной в этот треугольник окружности.



Если рассмотреть дополнительно биссектрисы трех пар внешних углов треугольника, то получаются еще три замечательных точки — центры *вневписанных* окружностей.

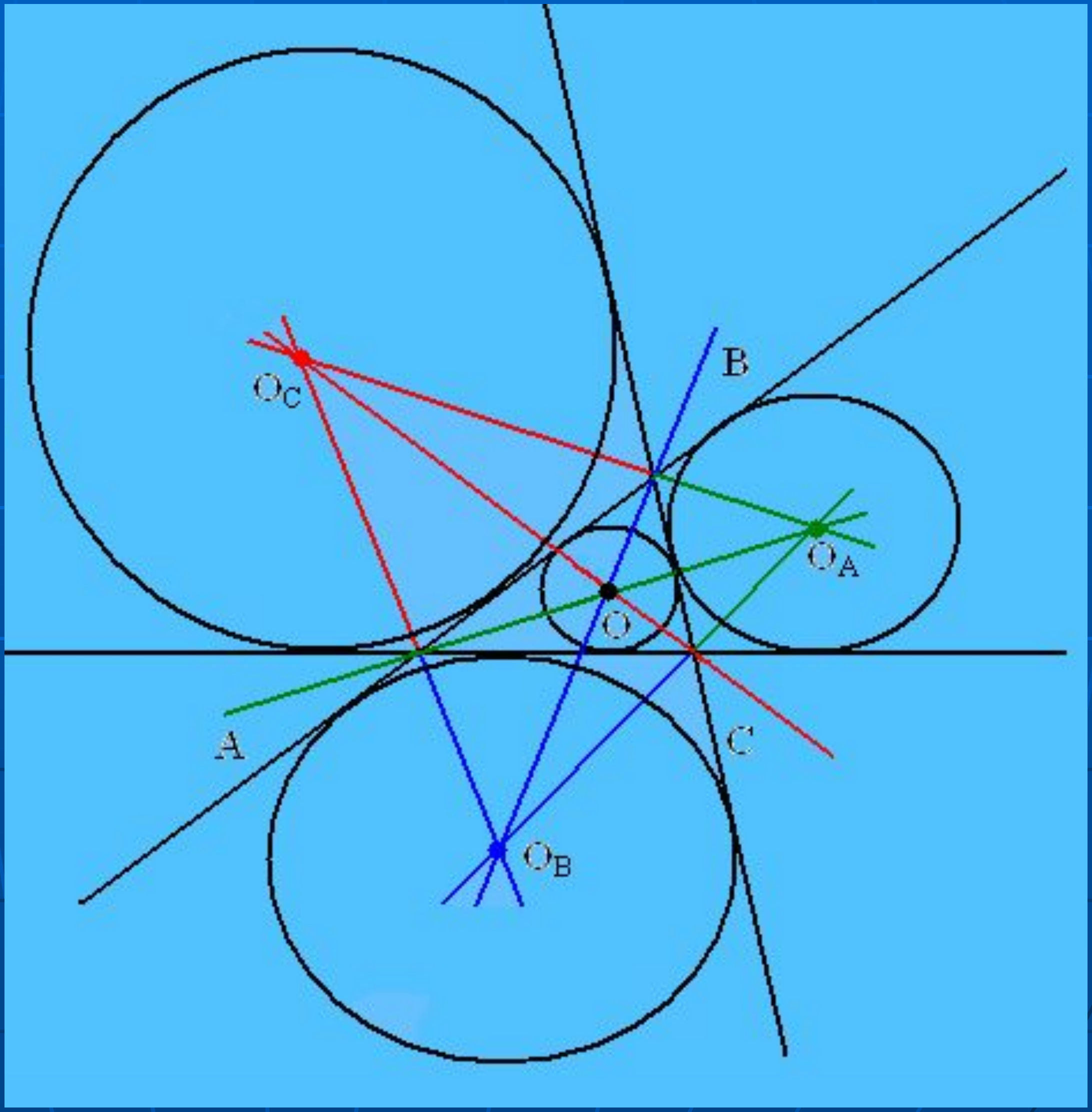
Вневписанная окружность

- Биссектрисы внешних или внутренних углов треугольника образуют центры окружностей касающихся прямых AB, BC, CA.



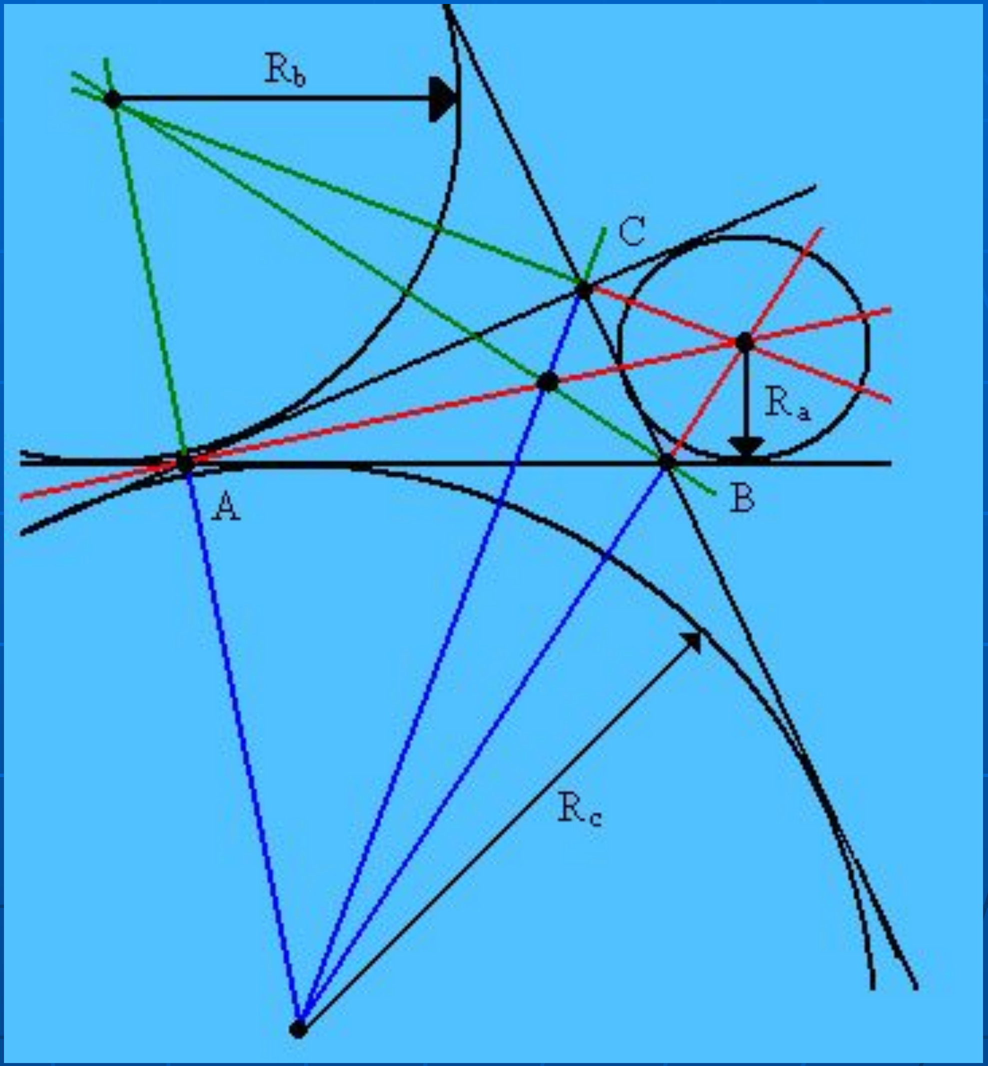
Вневписанная окружность

- В итоге получаем четыре окружности с центрами O, O_a, O_b, O_c, касающиеся трех данных несовпадающих прямых. При этом одна из них будет вписанной в треугольник окружностью, а три других — вневписанными окружностями.



Вневписанная окружность

- ***Вневписанной окружностью треугольника*** называется окружность, касающаяся одной из его сторон и продолжений двух других. Для каждого треугольника существует три вневписанных окружности, которые расположены вне треугольника, почему они и получили название вневписанных.
- ***Центрами*** вневписанных окружностей являются точки пересечения биссектрис внешних углов треугольника.
- Центр вневписанной окружности лежит на пересечении биссектрисы одного внутреннего угла и биссектрис внешних углов при двух других вершинах. Шесть биссектрис треугольника — три внутренние и три внешние — пересекаются по три в четырех точках — центрах вписанной и трех вневписанных окружностей.

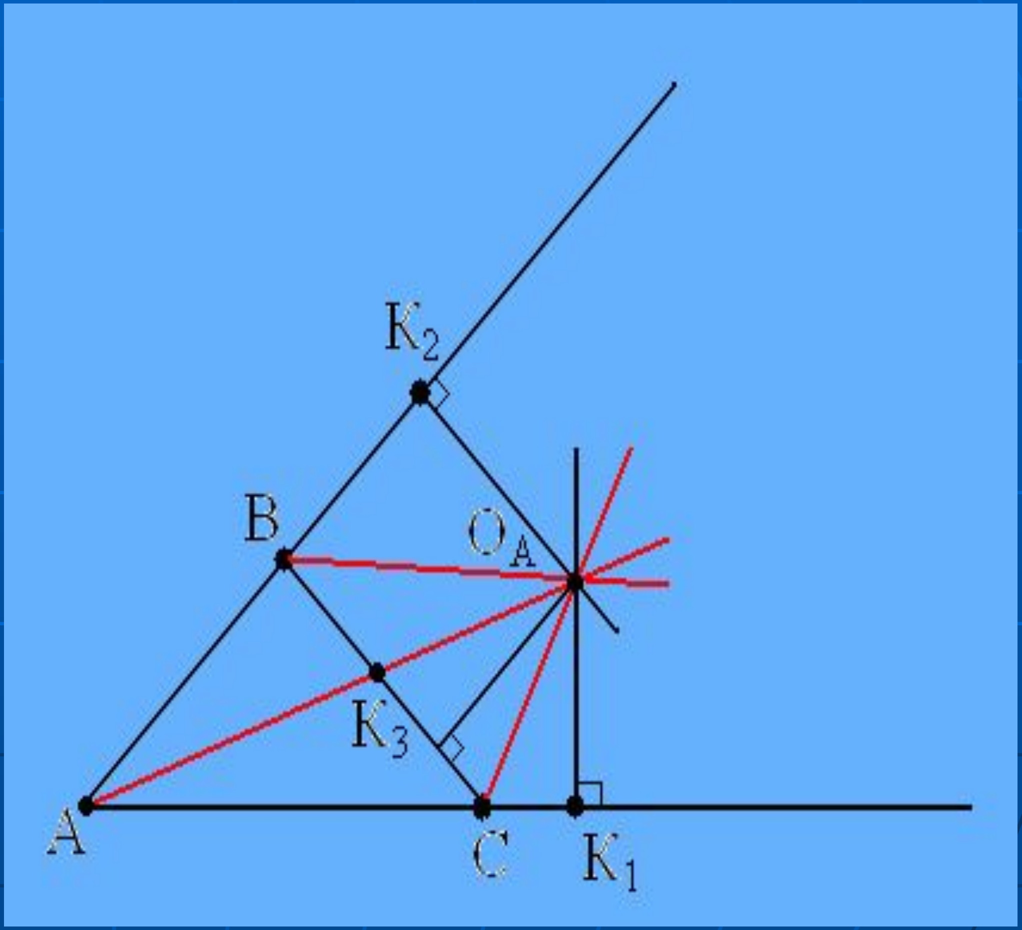


Радиусом вневписанной окружности является отрезок перпендикуляра, проведенного из центра окружности к какой-либо стороне треугольника или ее продолжению.

Вневписанная окружность

Свойство вневписанной окружности и ее связь с основными элементами треугольника

Теорема. Пусть К$_1$ — точка касания вневписанной окружности с продолжением стороны АС треугольника АВС. Тогда длина отрезка АК$_1$ равна полупериметру треугольника АВС.



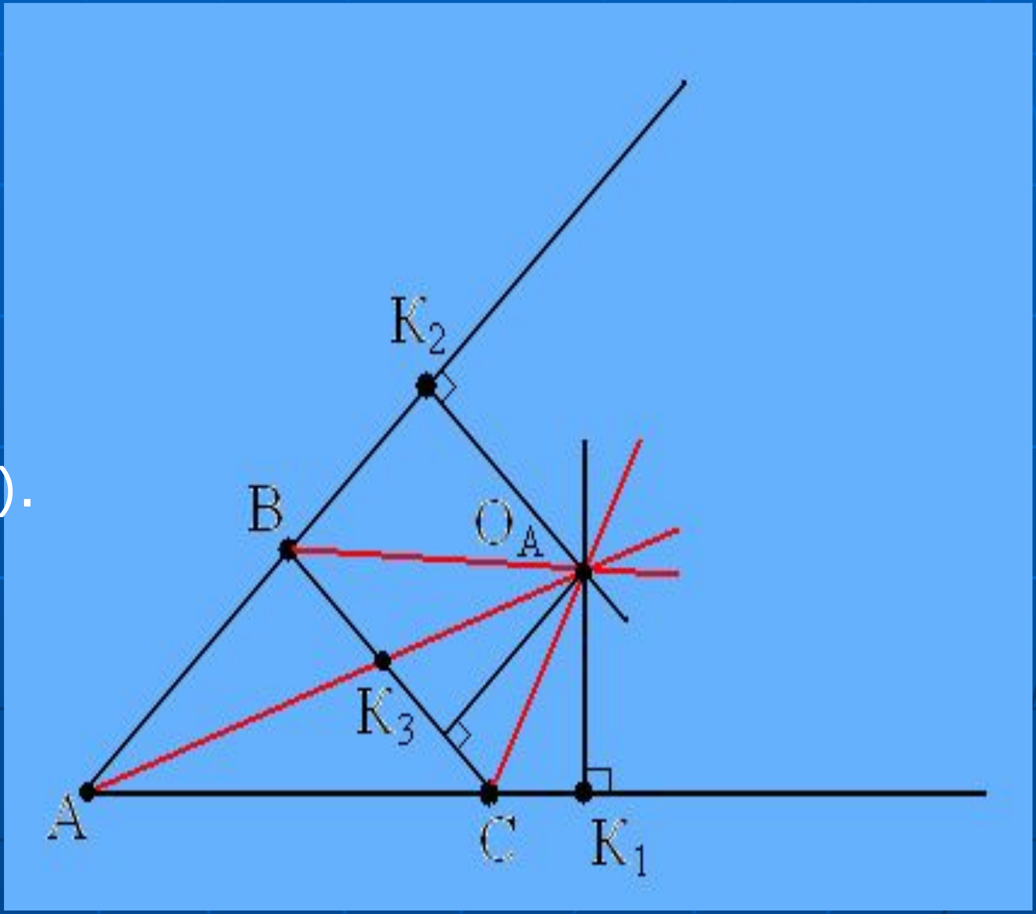
Вневписанная окружность

- **Доказательство:**
- 1). Пусть точки K_2 и K_3 — точки касания вневписанной окружности с прямыми *AB* и *BC* соответственно.

2). $CK_1 = CK_3$ (по свойству
$BK_2 = BK_3$ касательных к
$AK_1 = AK_2$ окружности).

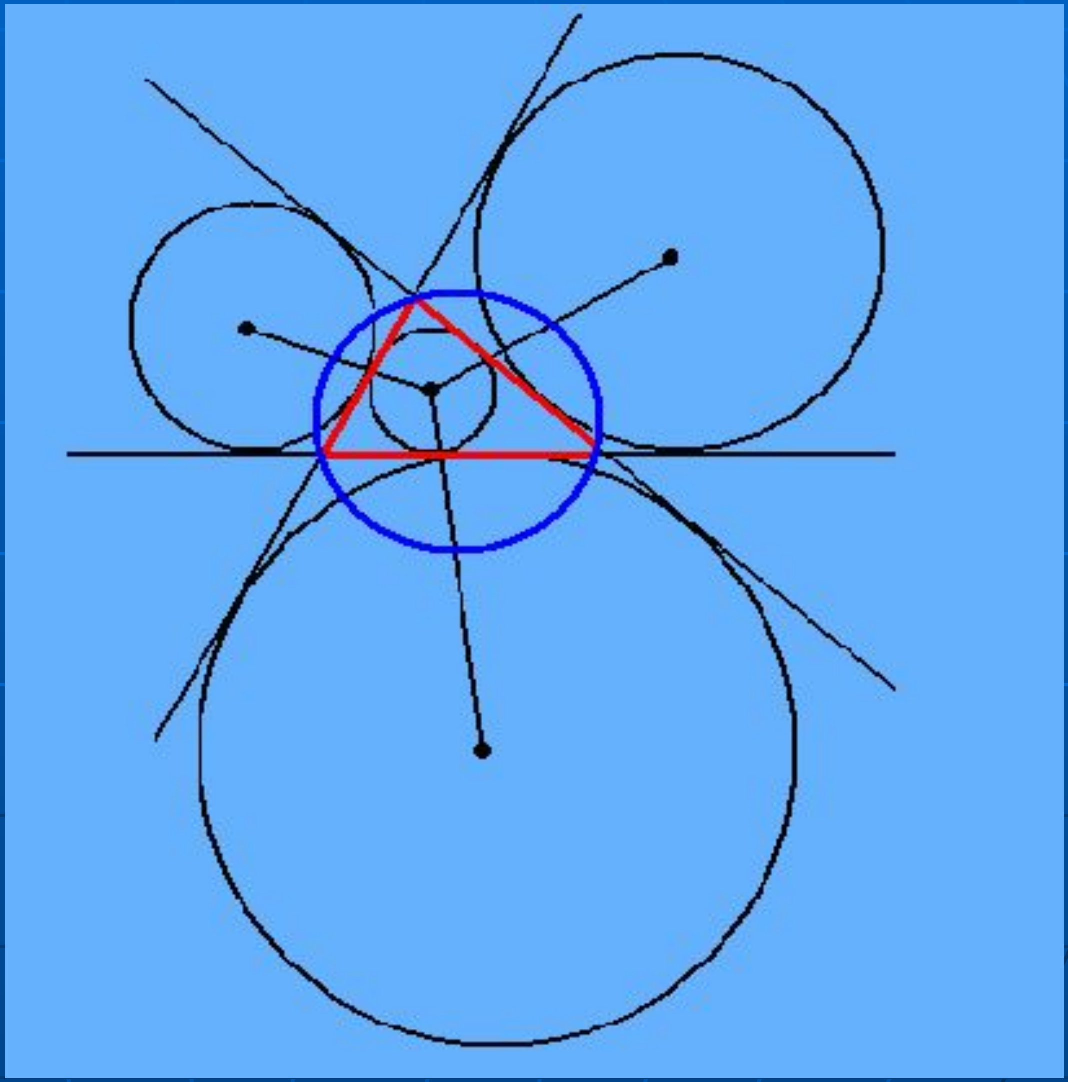
3) $P = AC + CB + AB =$
$= AC + CK_3 + BK_3 + AB =$
$= AC + CK_1 + BK_2 + AB =$
$= AK_1 + AK_2 = 2AK_1$

Значит, $AK_1 = P : 2$ ч. т. д.



Вневписанная окружность

- Интересно, что отрезки, соединяющие центр вписанной в треугольник окружности с центрами вневписанных окружностей, делятся пополам окружностью, описанной вокруг этого треугольника



Всё!!!