

# Восхождение на вершину «Интеграл».



Преподаватель  
математики  
Карачарова Е.Н.

- Всякое учение истинно в том, что оно утверждает, и ложно в том, что оно отрицает или исключает.



**Фрид Вильгельм  
Лейбниц**

# Разминка перед восхождением.

Найти первообразную для каждой

$f(x)$	$k$	$x^n$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$
$F(x)$	$kx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$2\sqrt{x}$	$-\cos x$	$\sin x$

$f(x)$	$x$	$e^x$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$
$F(x)$	$\frac{x^2}{2}$	$e^x$	$\ln x $	$-\frac{1}{x}$

# Проверка снаряжения

$$1) f(x) = x^4$$

$$2) f(x) = x^5 + x^7$$

$$3) f(x) = 3x^2 + x$$

$$4) f(x) = x + 5x^3 + 5$$

$$6) f(x) = 4 + \sin x$$

$$7) f(x) = 2 \cos x + 4 - x^9$$

$$8) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + x - 2$$

$$9) f(x) = 3 \sin x + \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{3}{4}x$$

$$10) 5 \cos x - x^3 + 6x + 5$$

$$1) F(x) = 4x^3 + c$$

$$2) F(x) = 5x^4 + 7x^6 + c$$

$$3) F(x) = 6x + 1 + c$$

$$4) F(x) = 1 + 15x^2 + c$$

$$6) F(x) = -\cos x + c$$

$$7) F(x) = 2 \sin x - 9x^8 + c$$

$$8) F(x) = 2\sqrt{x} + 1 + c$$

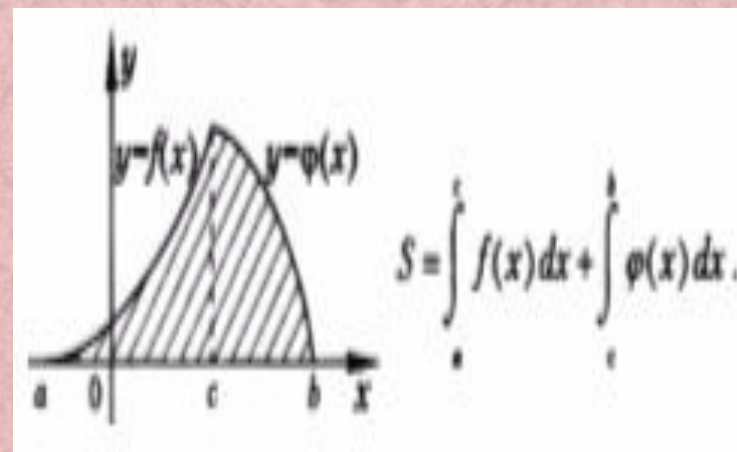
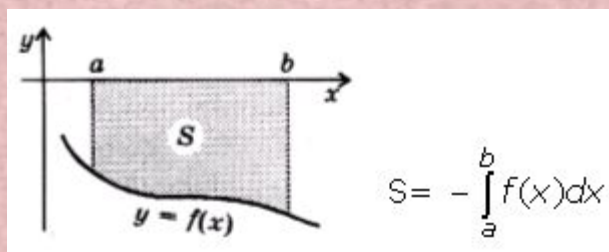
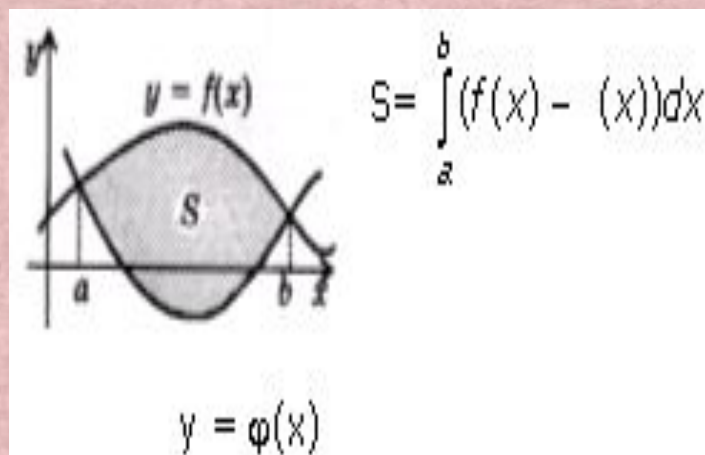
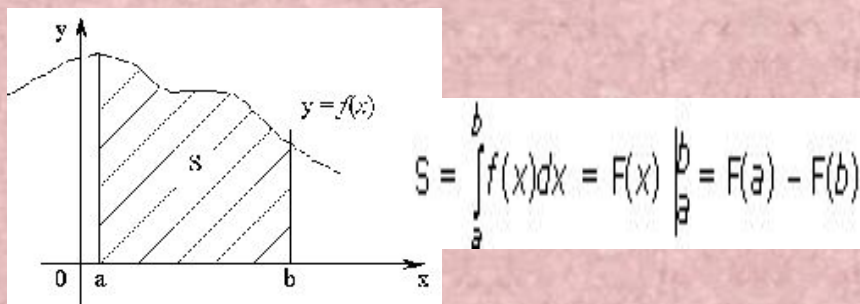
$$9. F(x) = -3 \cos x + 6\sqrt{x} + \frac{3}{4}x^2 + c$$

$$10) F(x) = 5 \sin x - 3x^2 + 6 + c$$

# АЛГОРИТМ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

1. Построить графики данных линий. Определить искомую фигуру.
2. Найти пределы интегрирования.
3. Записать площадь искомой фигуры с помощью определенного интеграла.
4. Вычислить полученный

# ОСНОВНЫЕ СЛУЧАИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ФОРМУЛЫ ПЛОЩАДЕЙ



**Начало пути "связки А" и**

**"связки В".**

Найти площадь фигуры,  
ограниченной линиями.

**I вариант**

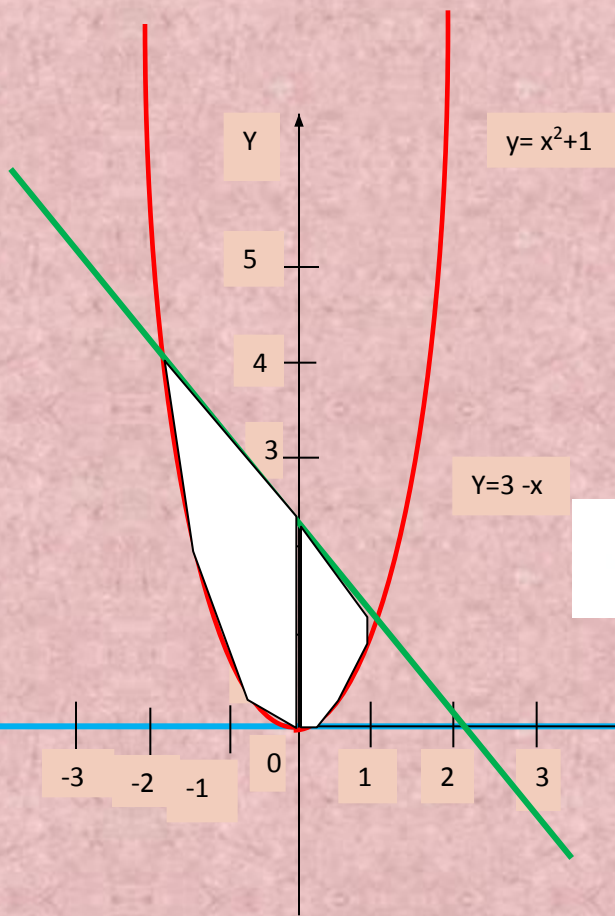
$$y=x^2+1, y=3-x$$

**II вариант**

$$y=(x+1)^2, y=1-x$$

Ось  $OX$

# 1 Вариант:



- 1)  $y = x^2 + 1$  - парабола  
вершина (0;1)
- 2)  $y = 3 - x$  - прямая
- 3) точки пересечения  
графиков функций

$$x^2 + 1 = 3 - x$$
$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 1$$

$$4) S_{\text{ф}} = S_2 - S_1$$

$$S_2 = \int_{-2}^1 (3 - x) \cdot dx = (3x - \frac{x^2}{2}) \Big|_{-2}^1 = (3 - \frac{1}{2}) - (-6 - 2) = 2.5 + 8 = 10.5$$

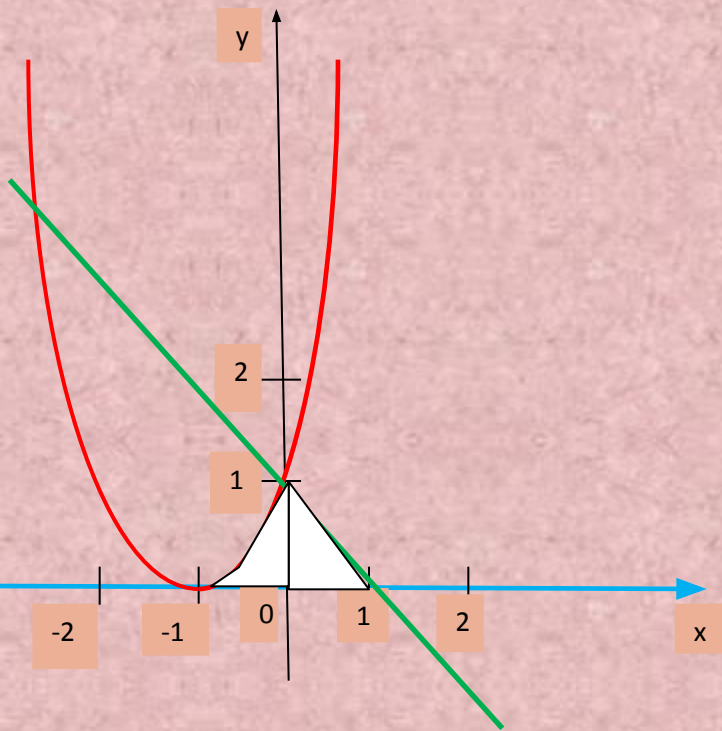
$$S_1 = \int_{-2}^1 (x^2 + 1) \cdot dx = (\frac{x^3}{3} + x) \Big|_{-2}^1 = (\frac{1}{3} + 1) - (-\frac{8}{3} - 2) = \frac{1}{3} + 1 + 2\frac{2}{3} + 2 = 6$$

$$S_{\text{ф}} = 10.5 - 6 = 4.5$$

Ответ: 4,5 кв.ед.



# 2 Вариант:



$y = (x + 1)^2$  параболола

$y = 1 - x$  - прямая

Ось  $ox$

точки пересечения графиков функций

$$(x + 1)^2 = 1 - x$$

$$x^2 + 2x + 1 - 1 + x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -3$$

$$S_{\phi} = S_1 + S_2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \int_{-1}^0 (x + 1)^2 \cdot dx = \left( \frac{x + 1}{3} \right)^3 \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$S_{\phi} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Ответ:  $\frac{5}{6}$  кв.ед.

# Штурм горы.

$$\int_1^4 \sqrt{x} \cdot \left(3 - \frac{7}{x}\right) dx =$$

$$\int_0^1 \frac{4}{3x + 2} dx =$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) dx =$$

# Решение примеров.

$$\int_1^4 \sqrt{x} \cdot \left(3 - \frac{7}{x}\right) dx = \int_1^4 \left(3\sqrt{x} - \frac{7}{x}\right) dx = \left(\frac{3x^{1\frac{1}{2}}}{\frac{3}{2}} - 7\ln|x|\right) \Big|_1^4 = \left(2x\sqrt{x} - 7\ln|x|\right) \Big|_1^4$$
$$= 2 * 4 * \sqrt{4} - 7\ln 4 - (2 - 7\ln 1) = 16 - 7\ln 4 - 2 = 14 - 7\ln 4 = 7(2 - \ln 4)$$

$$\int_0^1 \frac{4}{3x+2} dx = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \ln|3x+2| \Big|_0^1 = \frac{4}{3} (\ln 5 - \ln 2) = \frac{4}{3} \ln \frac{5}{2}$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} = \frac{1}{3} \left[ \sin\left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \right] = \frac{1}{3} \left[ \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \frac{\pi}{2} \right]$$
$$= \frac{1}{3} \left[ \sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} \right] = \frac{1}{3} \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right]$$

# Привал .

П Р Я М А Я  
Е Д И Н И Ц А  
К О Н Т Р О Л Ь Н А Я  
Д В Е Н А Д Ц А Т Ь  
К О Р Е Н Ь  
П Л О Щ А Д Ь  
Б  
И Н Т Е Г Р А Л  
А  
З А Ч Е Т  
Л Е Й Б Н И Ц  
С Т А Д И Я  
Ф У Н К Ц И Я

# Немного истории



- «Интеграл» - латинское слово *integro* – “восстанавливать” или *integer* – “целый”.
- Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять площади, объемы, отыскивать функции по их производным.
- Впервые это слово употребил в печати швейцарский ученый Я. Бернулли

# Немного истории

Знак  $\int$  - стилизованная буква S от латинского слова *summa* – “сумма”. Впервые появился у Г.В. Лейбница в 1686 году.

# Применение интеграла

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения
- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Центр масс
- Формула энергии заряженного конденсатора

***СПАСИБО  
ЗА ВНИМАНИЕ!***