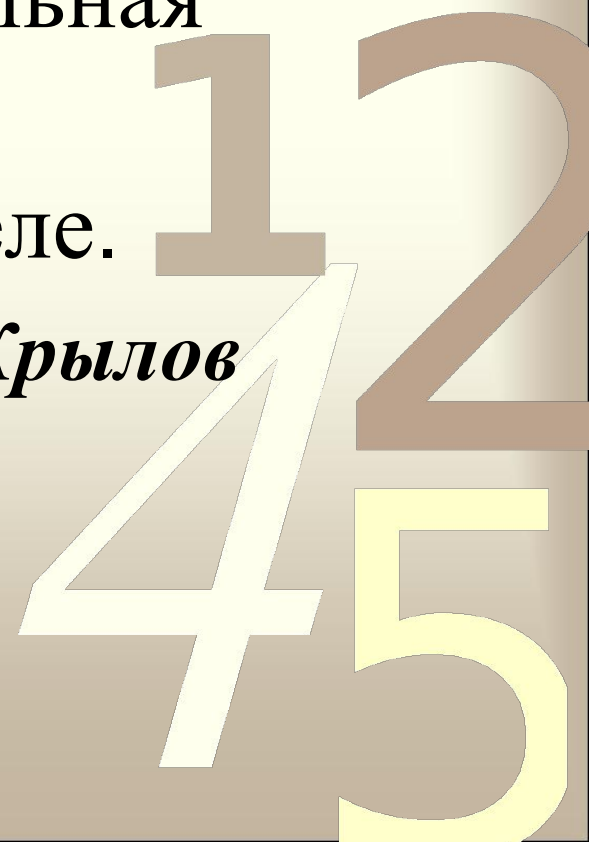


# Возрастание и убывание функции.

Рано или поздно всякая правильная  
математическая идея находит  
применение в том или ином деле.

*А.Н. Крылов*



# Числовые промежутки

0011, 0010, 1010, 1101, 0001, 0100, 1011

- $[\alpha; b]$  – отрезок
- $(\alpha; b)$  – интервал
- $(\alpha; b]$  – полуинтервал
- $[\alpha; b)$  – полуинтервал



Функция  $f(x)$  называется *возрастающей* на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$



Функция  $f(x)$  называется *убывающей* на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$



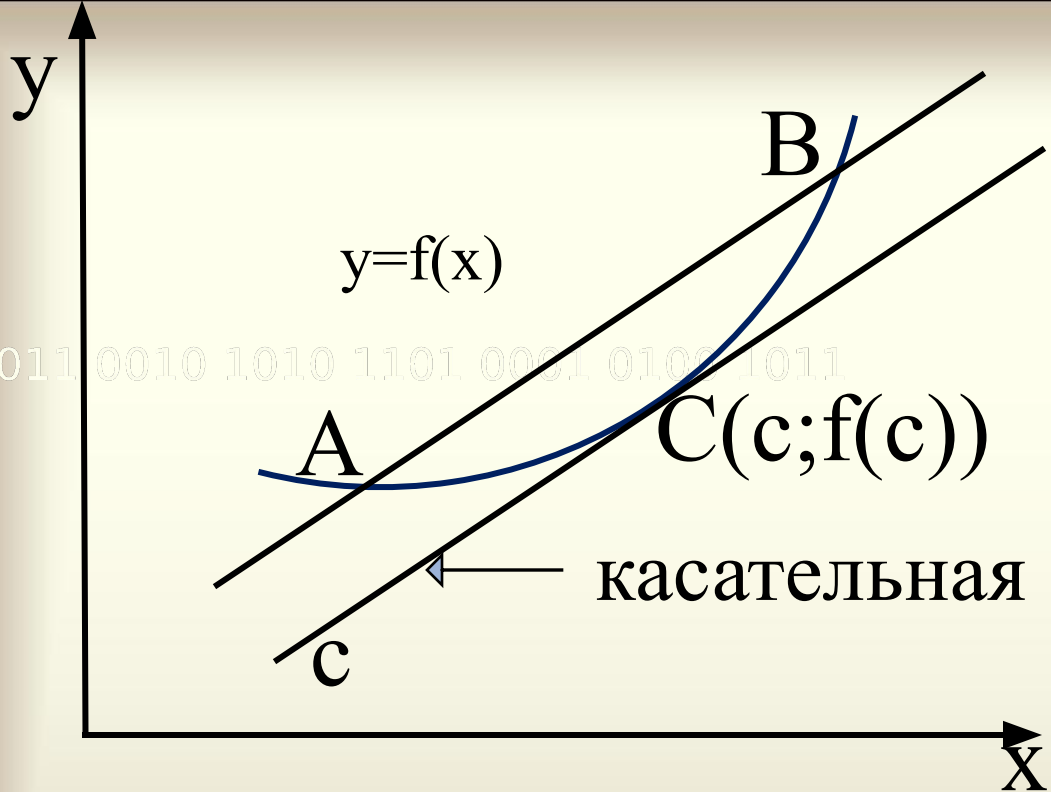
# Теорема Лагранжа

Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[\alpha; b]$  и дифференцируема на интервале  $(\alpha; b)$ . Тогда существует точка  $c \in (\alpha; b)$ , такая, что

$$f(b) - f(\alpha) = f'(c) (b - \alpha)$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$





$A(\alpha; f(\alpha))$

$B(b; f(b))$

$C(c; f(c))$

касательная

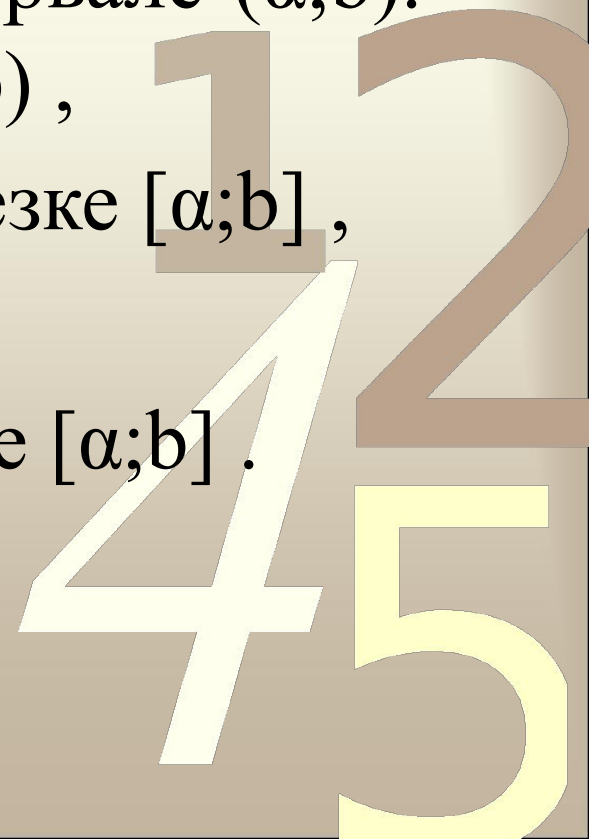
$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

угловой  
коэффициент  
секущей



# *Достаточные условия возрастания и убывания функции*

Пусть функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[\alpha; b]$  и дифференцируема на интервале  $(\alpha; b)$ . Тогда если  $f'(x) > 0$  для всех  $x \in (\alpha; b)$ , то функция  $f(x)$  возрастает на отрезке  $[\alpha; b]$ , а если  $f'(x) < 0$  для всех  $x \in (\alpha; b)$ , то функция  $f(x)$  убывает на отрезке  $[\alpha; b]$ .



## *доказательство:*

Пусть  $x_1$  и  $x_2$  - произвольные точки отрезка  $[\alpha; b]$ , такие, что  $x_1 < x_2$ , т.е.  $x_2 - x_1 > 0$

По теореме Лагранжа

$$f(x_2) - f(x_1) = f'(x) (x_2 - x_1), \quad x \in (\alpha; b)$$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

При  $f'(x) > 0$        $f(x_2) - f(x_1) > 0 \Leftrightarrow$  функция  
возрастает.

При  $f'(x) < 0$        $f(x_2) - f(x_1) < 0 \Leftrightarrow$  функция  
убывает.

