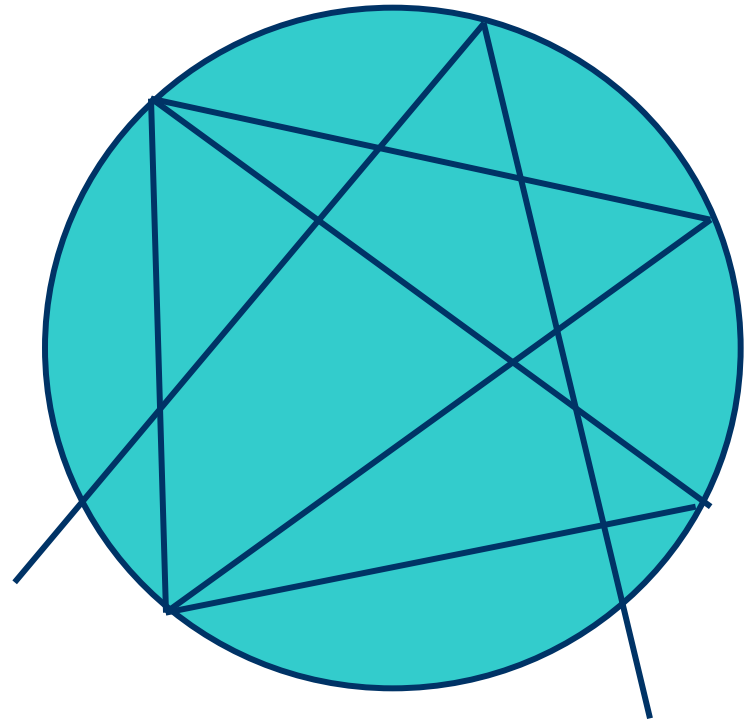
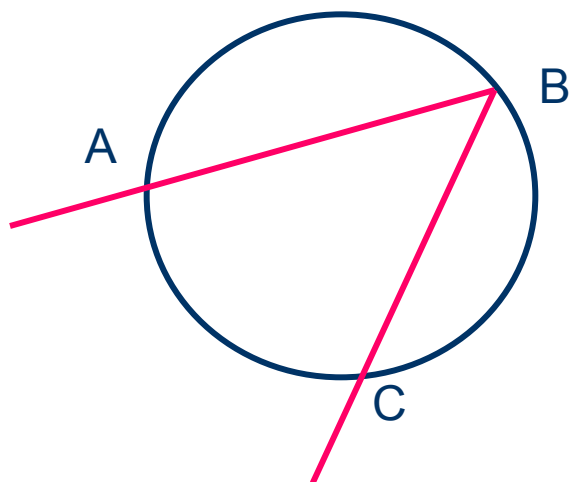


# Вписанный угол

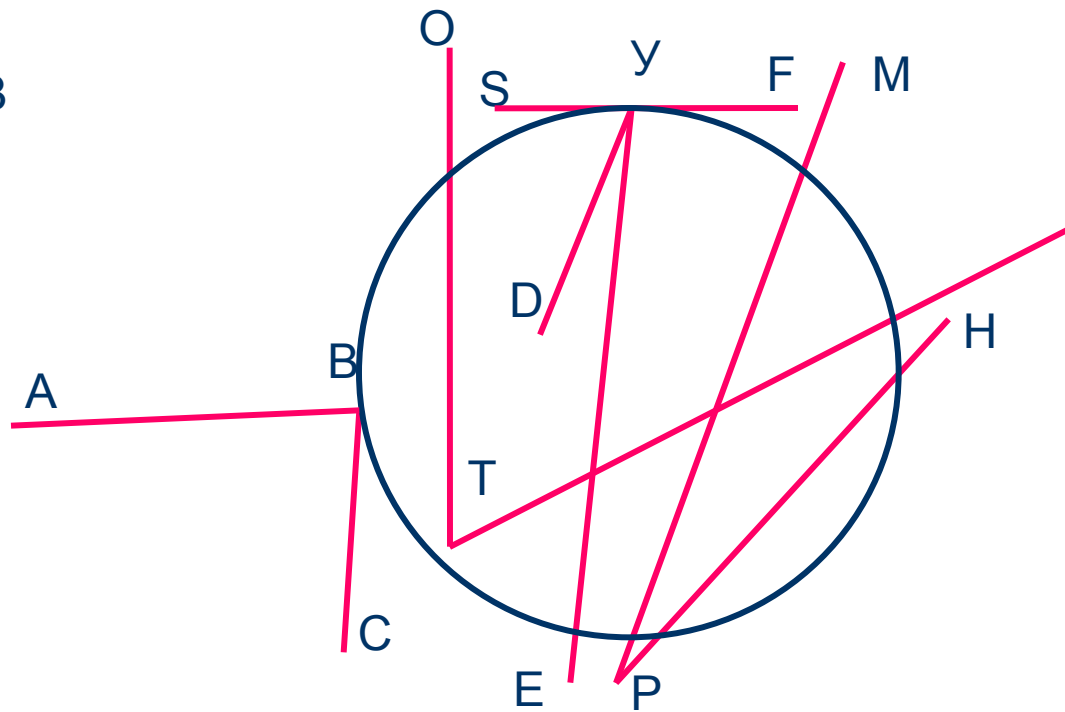


# Вписанный угол

Определение. Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.



$\angle ABC$  - вписанный

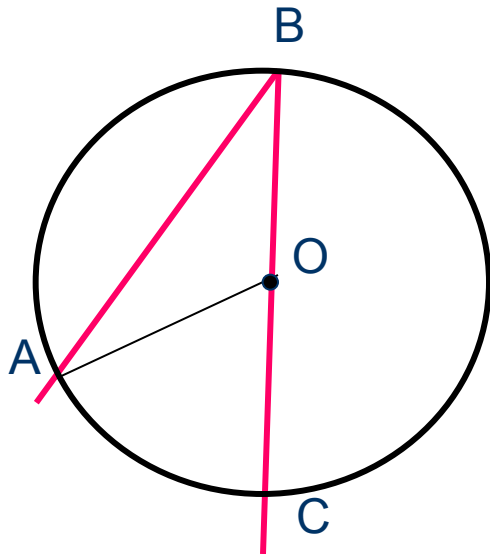


Назови вписанный угол



# Вписанный угол

Теорема. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.



Дано: Окр.(O;r)

$\angle ABC$  - вписанный

Доказать:  $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$

Доказательство:

1 случай. BC проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

$\angle AOC$  – центральный, значит  $\angle AOC = \overset{\frown}{AC}$

$\triangle ABC$  – равнобедренный, значит,  $\angle B = \angle A$

$\angle AOC$  – внешний угол  $\triangle ABC$ , значит,  $\angle AOC = \angle A + \angle B = 2 \angle B$

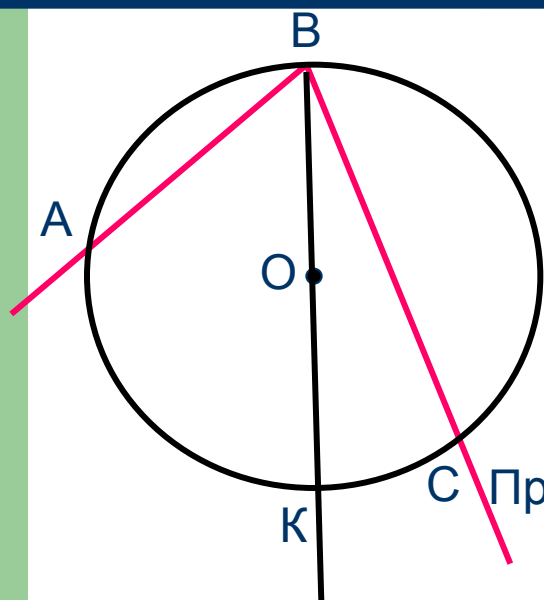
Следовательно,  $2 \angle B = \overset{\frown}{AC}$ .

Значит,  $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$



# Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r)

$\angle ABC$  - вписанный

Доказать:  $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$

Доказательство:

2случай. Центр окружности лежит внутри угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке K

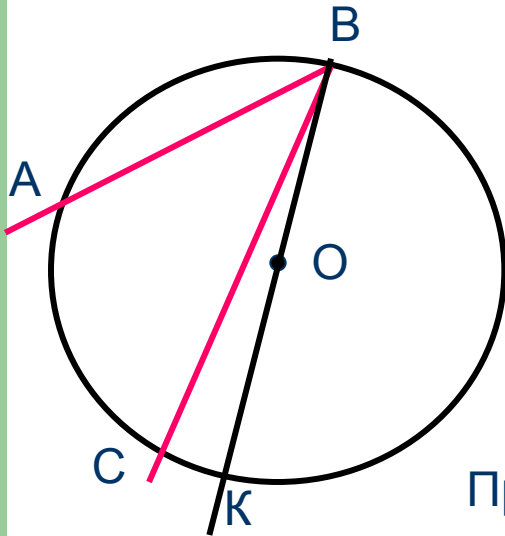
$\angle ABK$  и  $\angle CBK$  – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \angle ABK + \angle CBK = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AK} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{CK} = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AK} + \overset{\frown}{CK}) = \\ &= \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}. \end{aligned}$$



# Вписанный угол

Теорема. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.



Дано: Окр.(O;r)

$\angle ABC$  - вписанный

Доказать:  $\angle ABC = \frac{1}{2} \text{ AC}$

Доказательство:

3 случай. Центр окружности лежит вне угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает Окр(O;r) в точке К

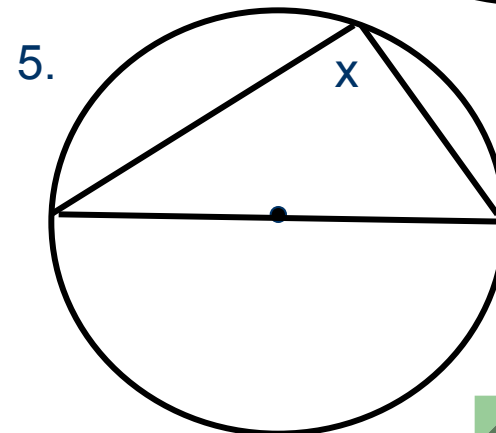
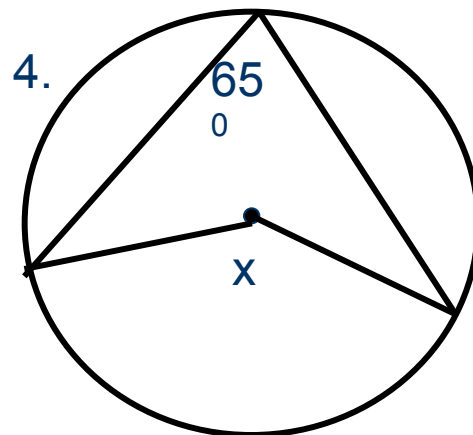
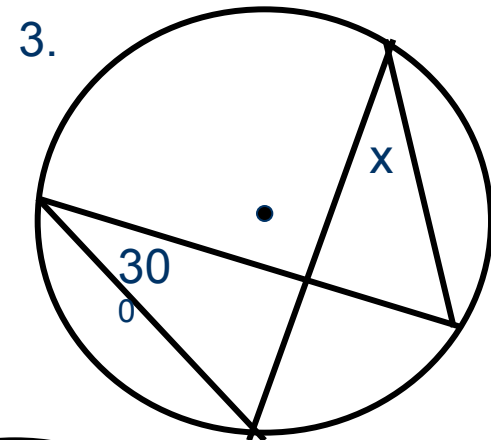
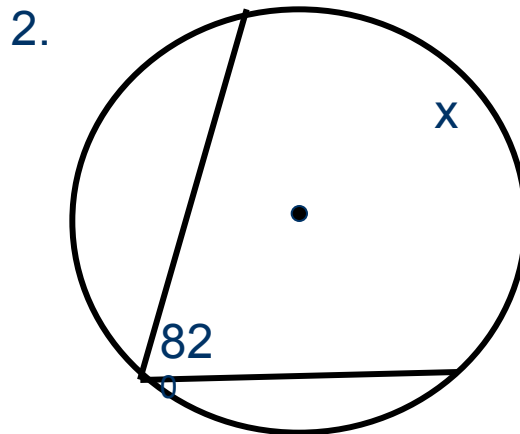
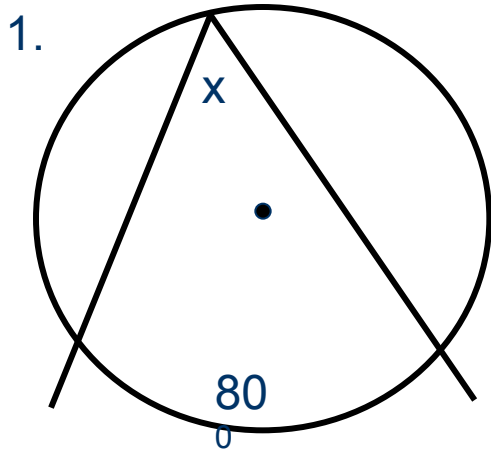
$\angle ABK$  и  $\angle CBK$  – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \angle ABK - \angle CBK = \frac{1}{2} \text{ AK} - \frac{1}{2} \text{ CK} = \frac{1}{2} (\text{ AK} - \text{ CK}) = \\ &= \frac{1}{2} \text{ AC}. \end{aligned}$$



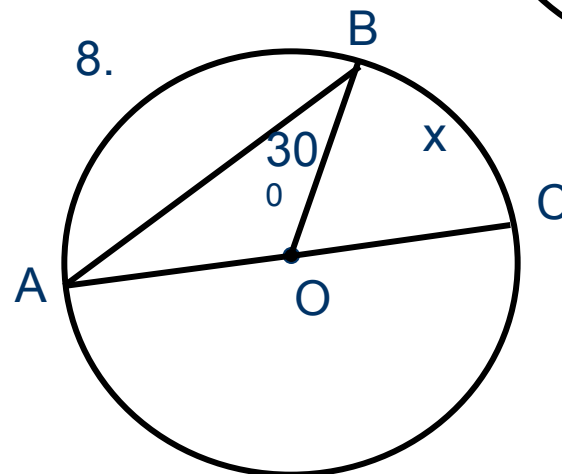
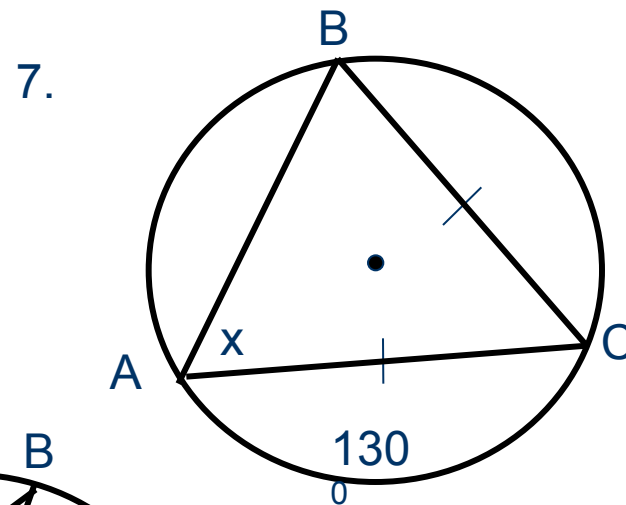
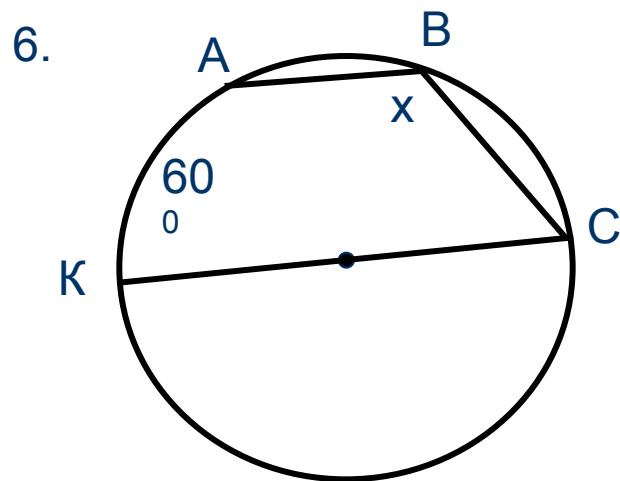
# Реши задачи

Найти:  $x$



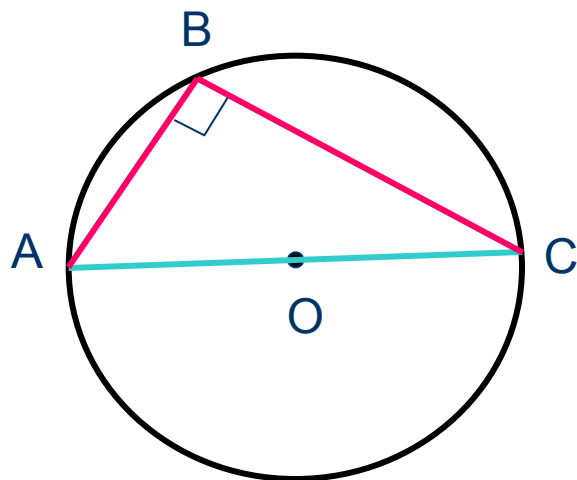
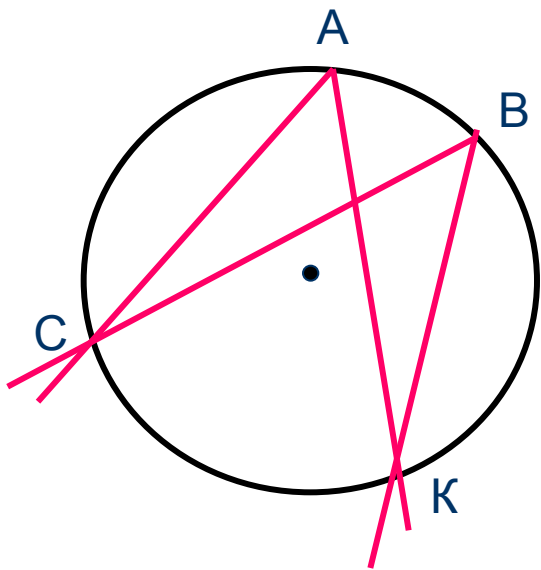
# Реши задачи

Найти:  $x$



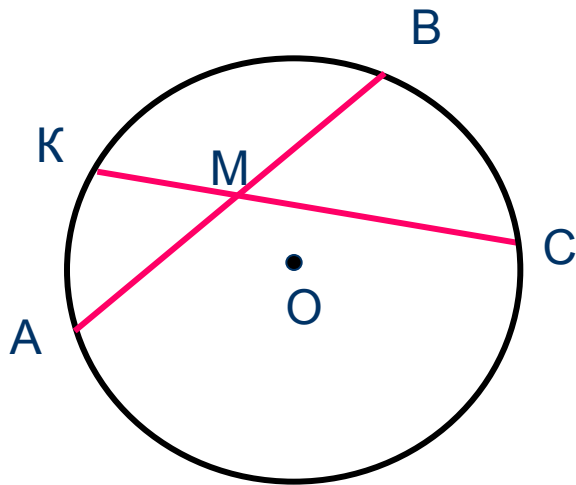
# Следствия

1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

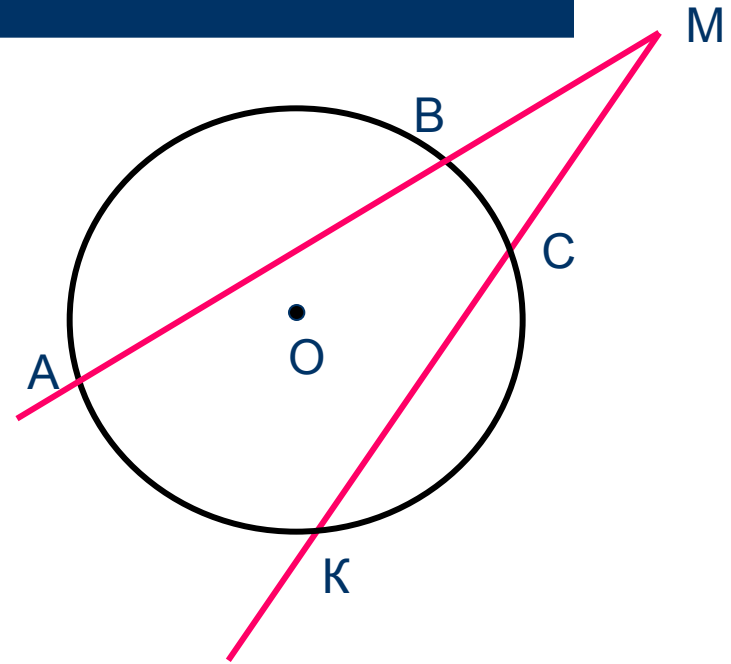




# Нужные выводы

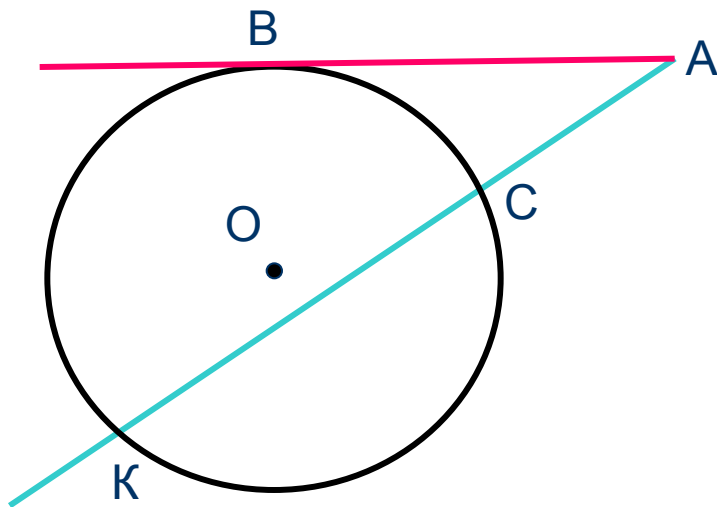


$$\angle AMK = \frac{1}{2} (\text{AK} + \text{BC})$$

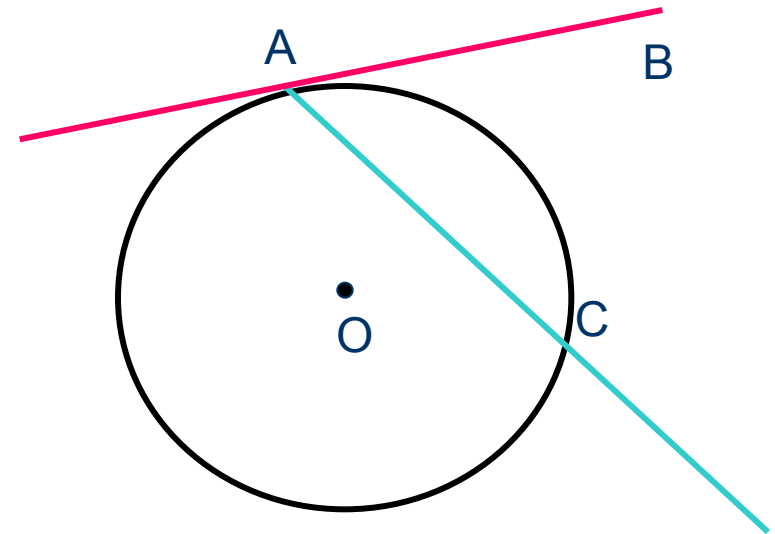


$$\angle AMK = \frac{1}{2} (\text{AK} - \text{BC})$$

# Нужные выводы



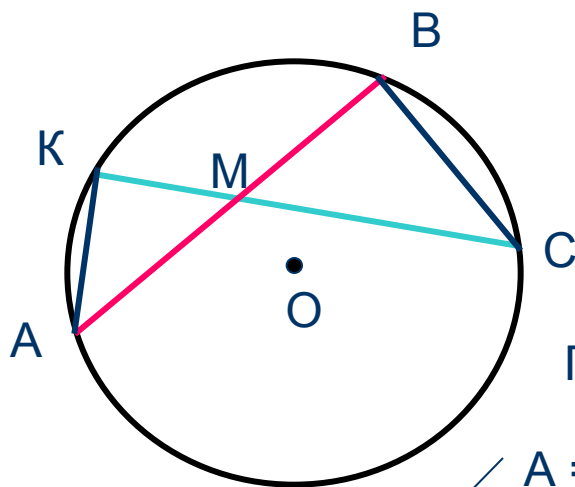
$$\angle BAK = \frac{1}{2} (\text{BK} - \text{BC})$$



$$\angle BAC = \frac{1}{2} \text{AC}$$

# Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(O;r)

M – точка пересечения хорд AB и CK

Доказать:  $AM \cdot BM = CM \cdot KM$

Доказательство:

Проведём AK и BC. Рассмотрим  $\triangle AKM$  и  $\triangle BCM$

$\angle A = \angle C$ , как вписанные, опирающиеся на BK

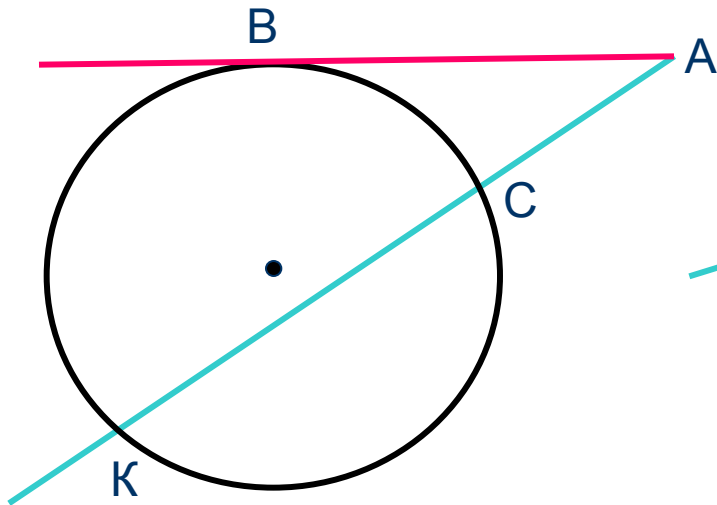
$\angle K = \angle B$ , как вписанные, опирающиеся на AC

Значит,  $\triangle AKM$  и  $\triangle BCM$  подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

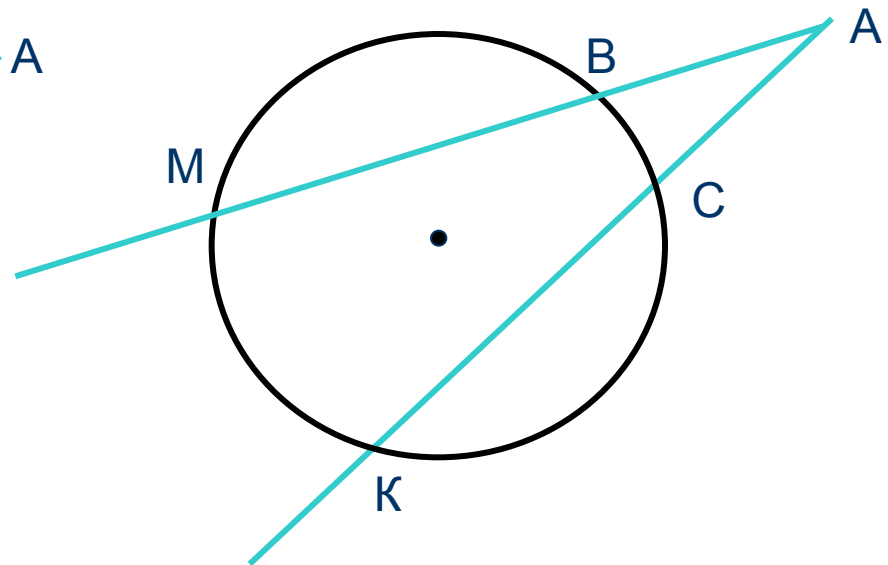
$$\frac{AM}{CM} = \frac{KM}{BM}, \text{ а, значит, } AM \cdot BM = CM \cdot KM$$



# Нужные свойства



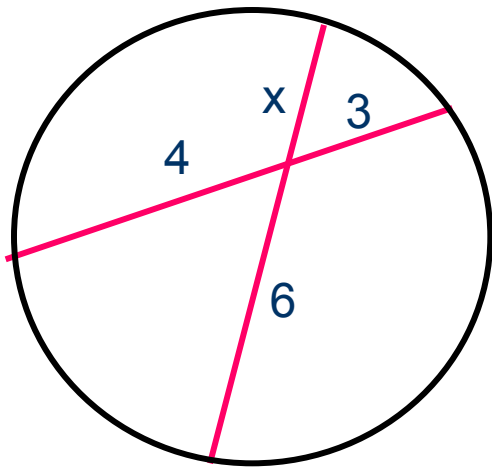
$$AB^2 = AK \cdot AC$$



$$AM \cdot AB = AK \cdot AC$$

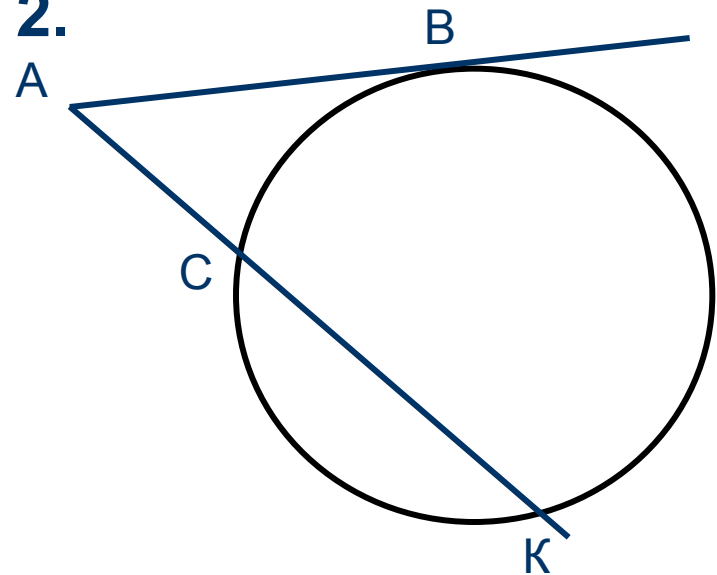
# Реши задачи

1. Найти  $x$



2

2.



Дано:  $AK = 9$ ,  $AC = 4$

Найти:  $AB$

6





# Желанию успехов в учёбе

Михайлова Л. П.  
ГОУ ЦО № 173.

