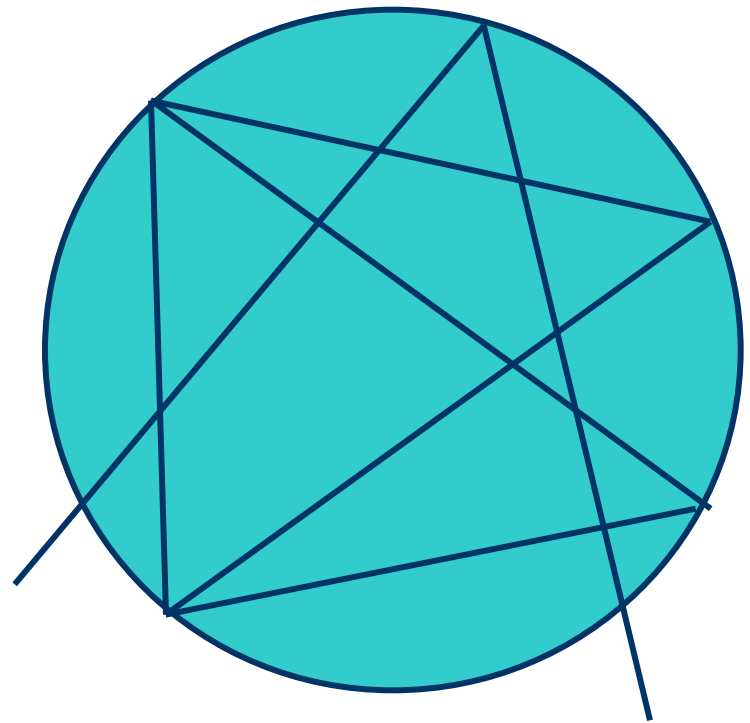
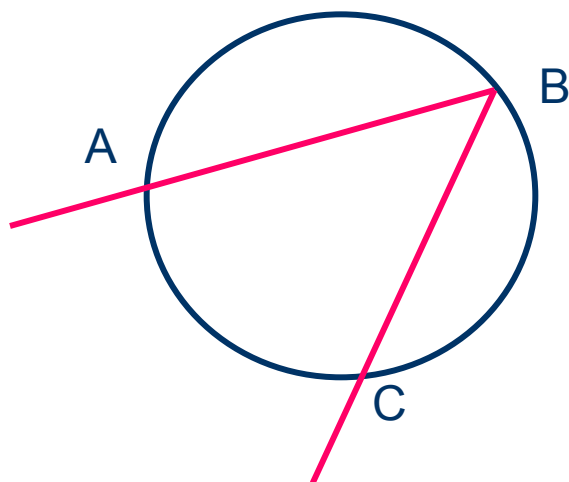


Вписанный угол

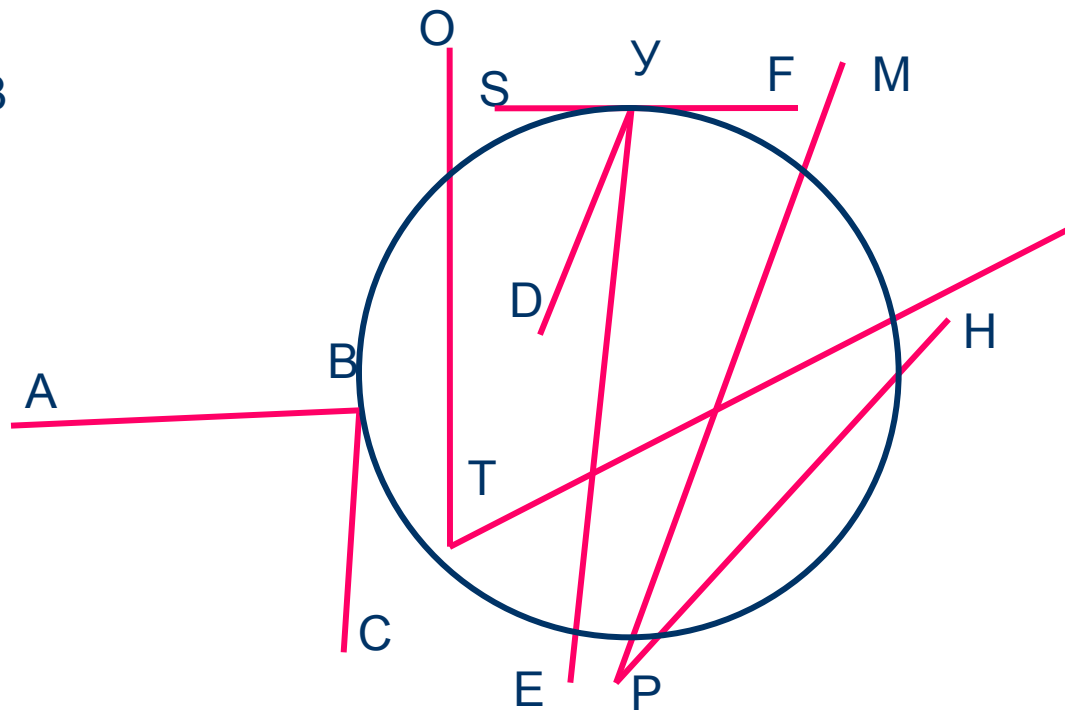


Вписанный угол

Определение. Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.



$\angle ABC$ - вписанный

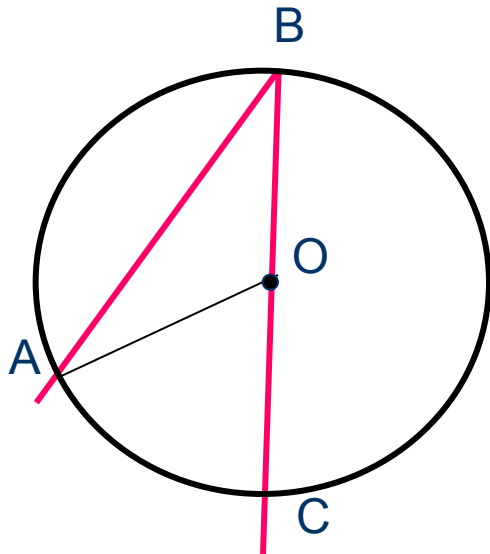


Назови вписанный угол



Вписанный угол

Теорема. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.



Дано: Окр.(O;r)

$\angle ABC$ - вписанный

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$

Доказательство:

1 случай. BC проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

$\angle AOC$ – центральный, значит $\angle AOC = \overset{\frown}{AC}$

$\triangle ABC$ – равнобедренный, значит, $\angle B = \angle A$

$\angle AOC$ – внешний угол $\triangle ABC$, значит, $\angle AOC = \angle A + \angle B = 2 \angle B$

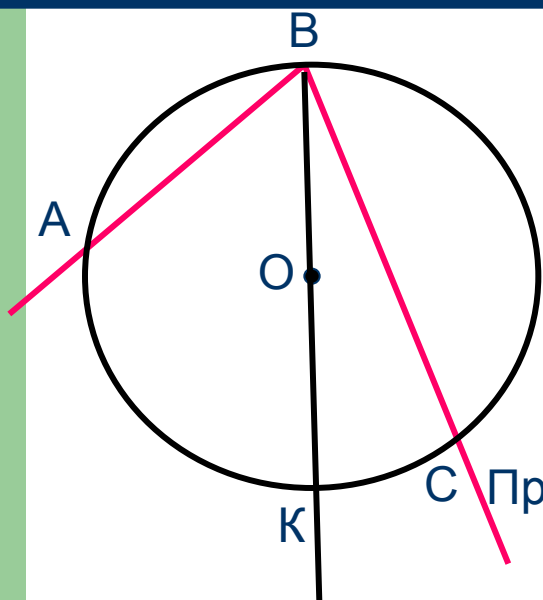
Следовательно, $2 \angle B = \overset{\frown}{AC}$.

Значит, $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$



Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r)

$\angle ABC$ - вписанный

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$

Доказательство:

2случай. Центр окружности лежит внутри угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке K

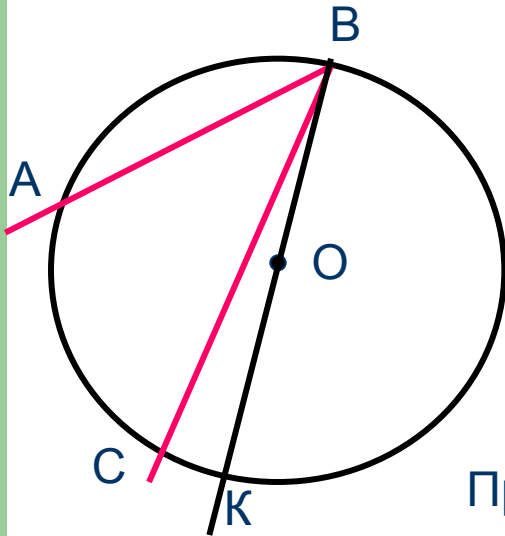
$\angle ABK$ и $\angle CBK$ – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \angle ABK + \angle CBK = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AK} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{CK} = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AK} + \overset{\frown}{CK}) = \\ &= \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}. \end{aligned}$$



Вписанный угол

Теорема. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.



Дано: Окр.(O;r)

$\angle ABC$ - вписанный

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$

Доказательство:

3 случай. Центр окружности лежит вне угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает Окр(O;r) в точке K

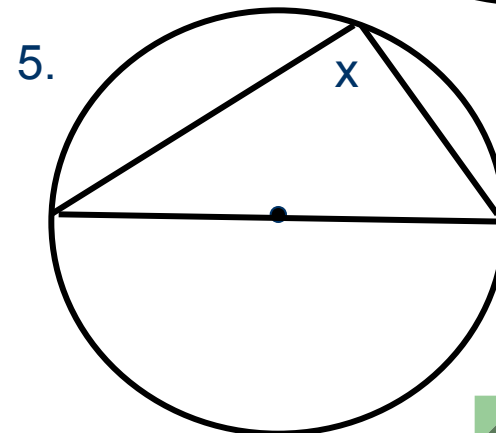
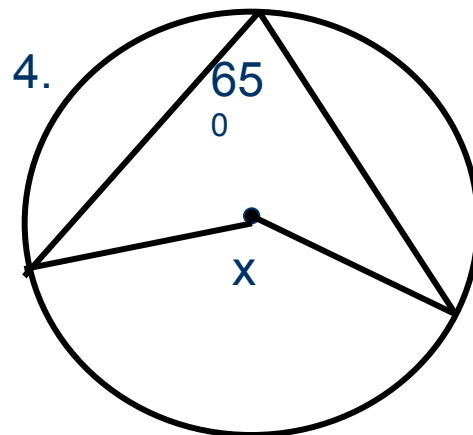
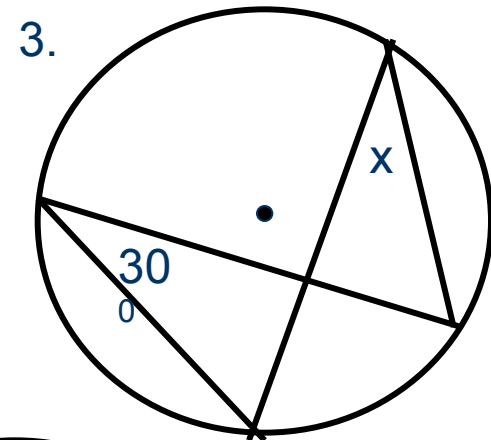
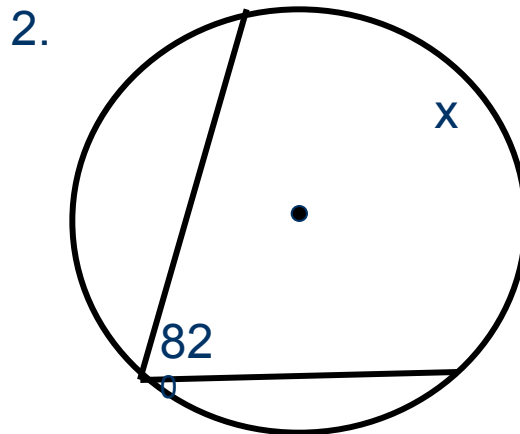
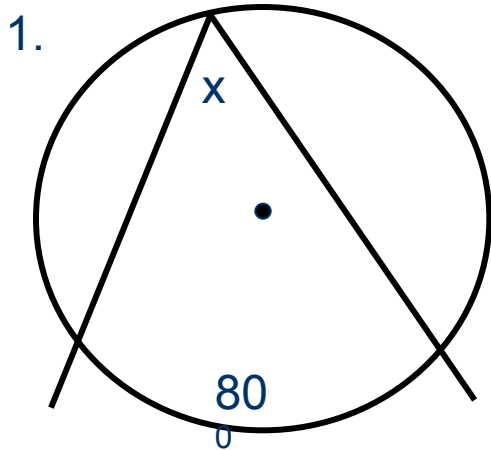
$\angle ABK$ и $\angle CBK$ – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \angle ABK - \angle CBK = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AK} - \frac{1}{2} \overset{\frown}{CK} = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AK} - \overset{\frown}{CK}) = \\ &= \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}. \end{aligned}$$



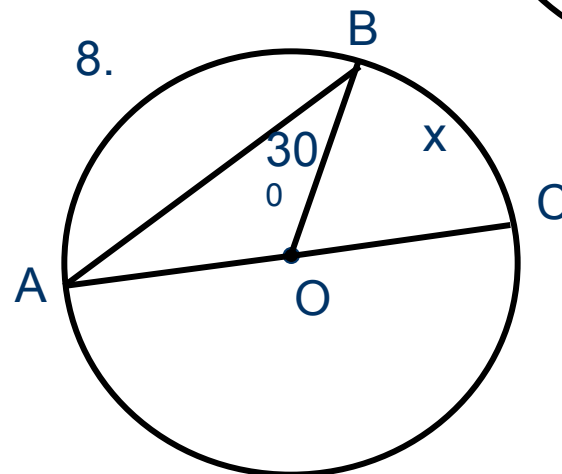
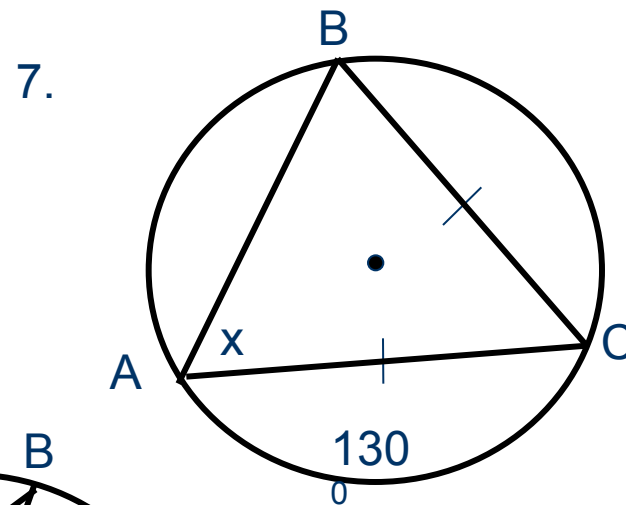
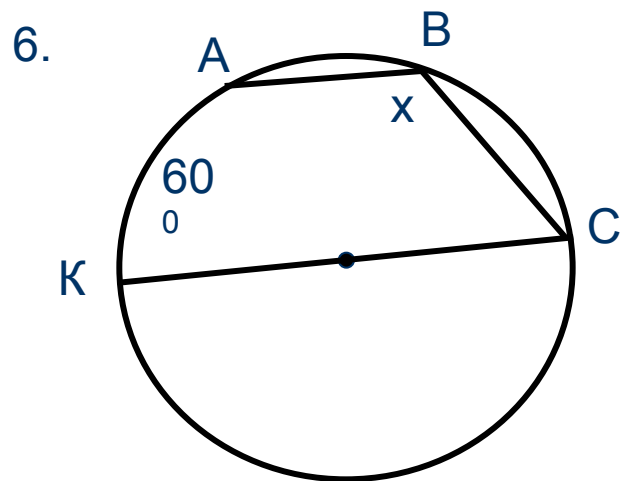
Реши задачи

Найти: x



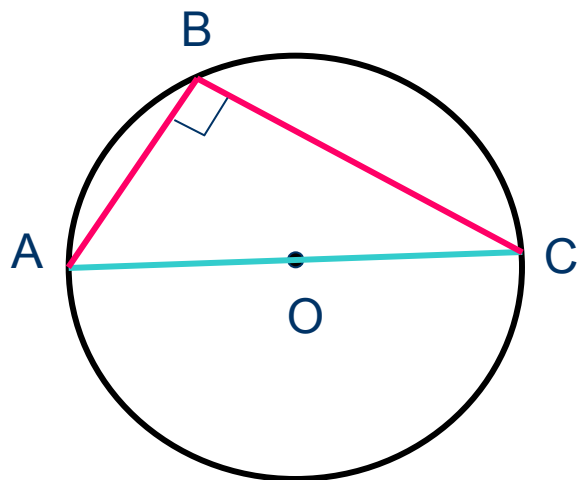
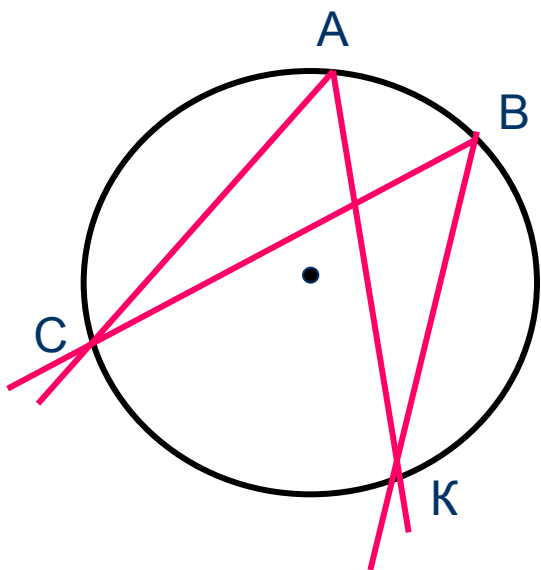
Реши задачи

Найти: x

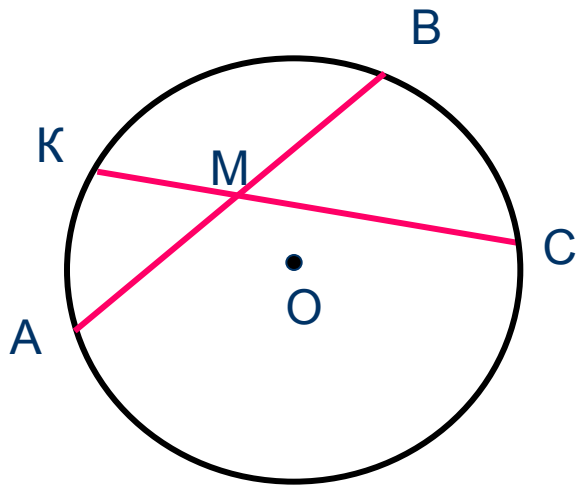


Следствия

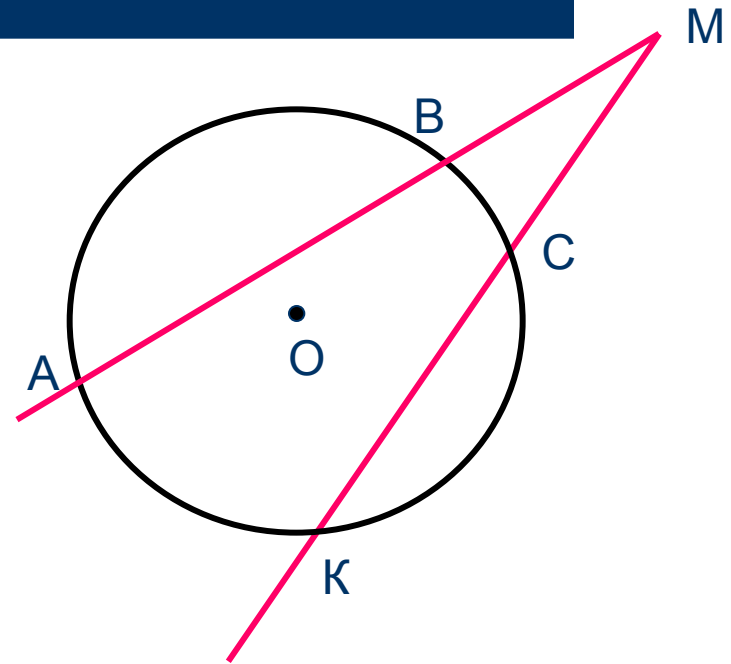
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.



Нужные выводы

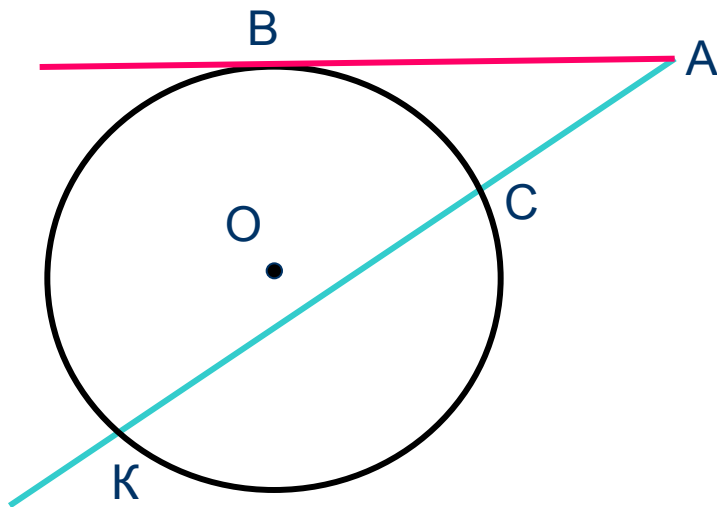


$$\angle AMK = \frac{1}{2} (\text{AK} + \text{BC})$$

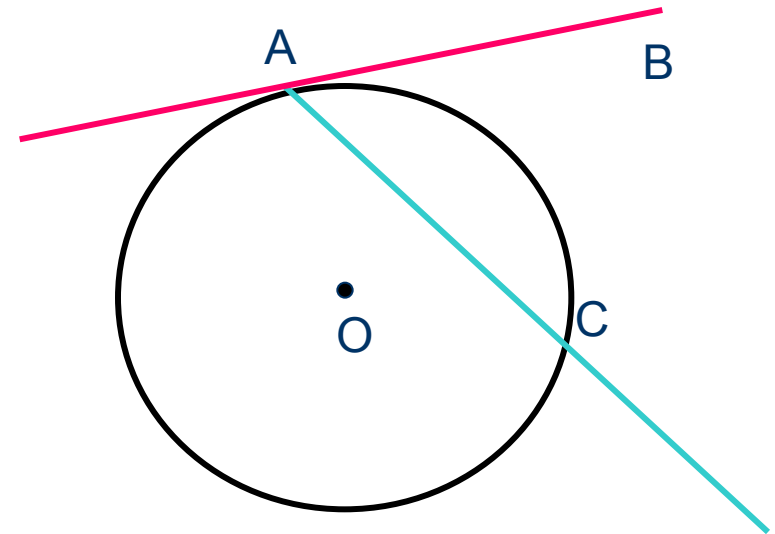


$$\angle AMK = \frac{1}{2} (\text{AK} - \text{BC})$$

Нужные выводы



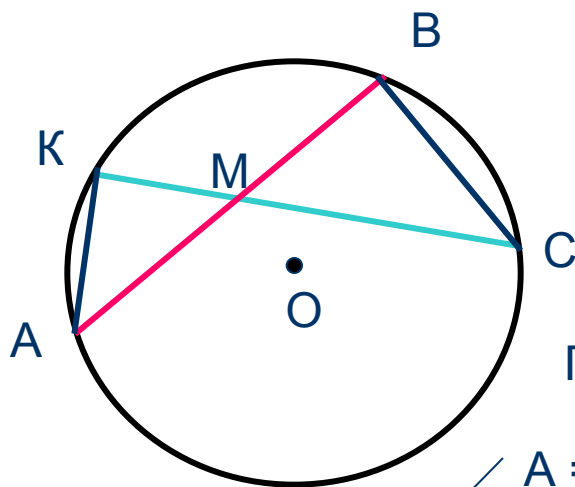
$$\angle BAK = \frac{1}{2} (\text{BK} - \text{BC})$$



$$\angle BAC = \frac{1}{2} \text{AC}$$

Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(O;r)

M – точка пересечения хорд AB и CK

Доказать: $AM \cdot BM = CM \cdot KM$

Доказательство:

Проведём AK и BC. Рассмотрим $\triangle AKM$ и $\triangle BCM$

$\angle A = \angle C$, как вписанные, опирающиеся на BK

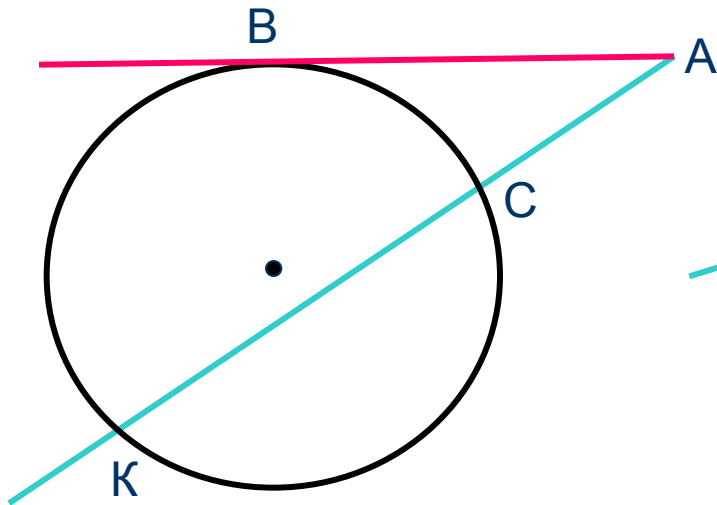
$\angle K = \angle B$, как вписанные, опирающиеся на AC

Значит, $\triangle AKM$ и $\triangle BCM$ подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

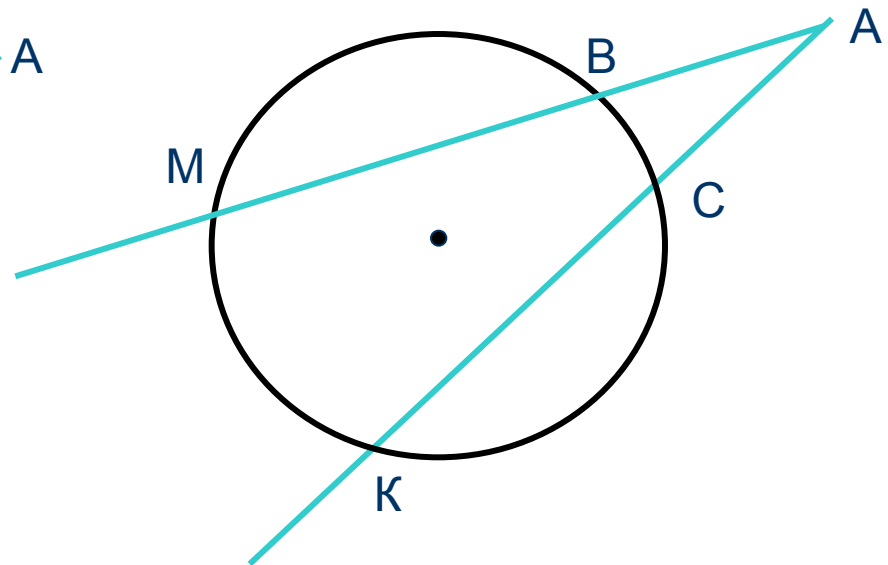
$$\frac{AM}{CM} = \frac{KM}{BM}, \text{ а, значит, } AM \cdot BM = CM \cdot KM$$



Нужные свойства



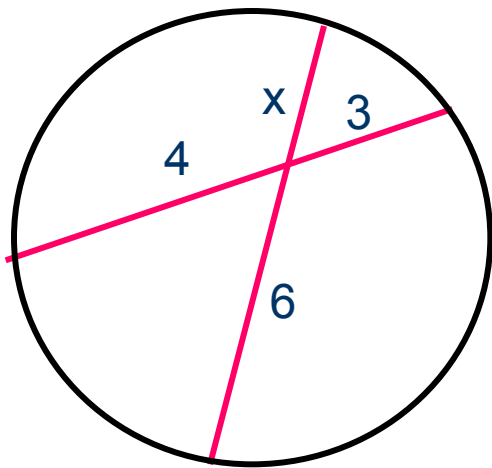
$$AB^2 = AK \cdot AC$$



$$AM \cdot AB = AK \cdot AC$$

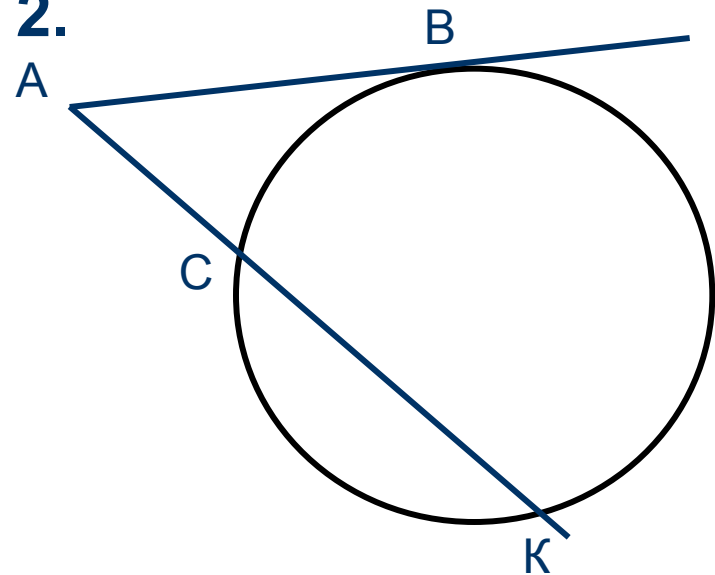
Реши задачи

1. Найти x



2

2.



Дано: $AK = 9$, $AC = 4$

Найти: AB

6





Желанию успехов в учёбе

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.

