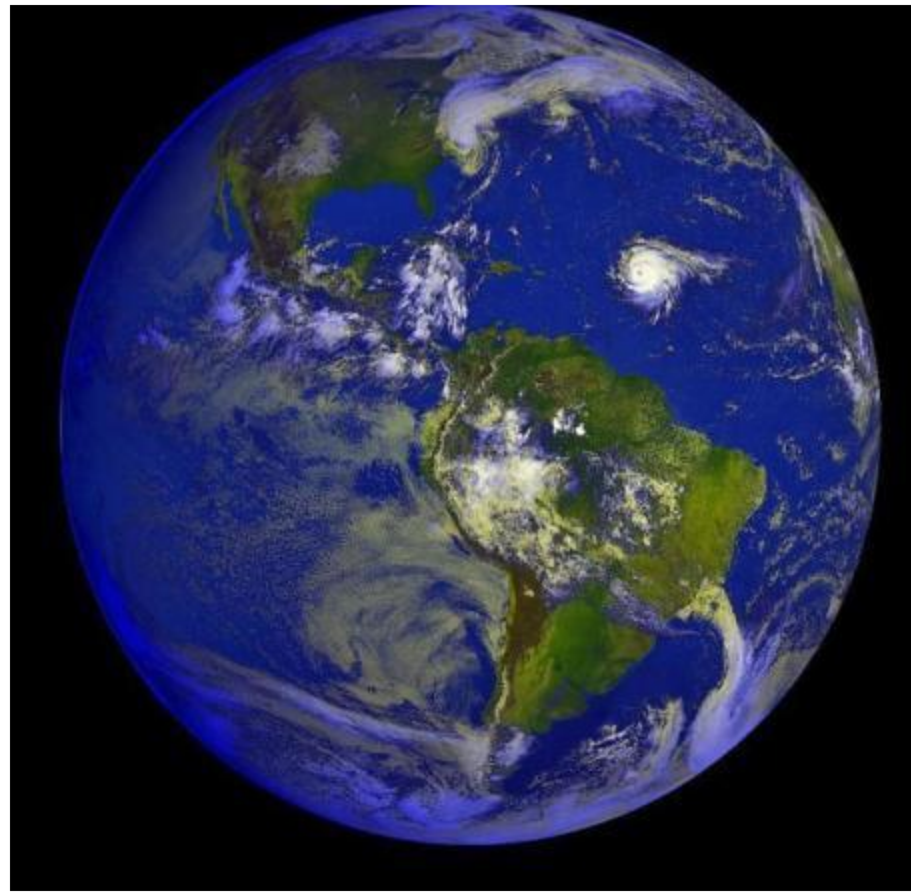
ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Шевцова Эвелина Николаевна
учитель физики
МКОУ «Аннинская СОШ с УИОП»

2013

Введение

- Вращательным движением твёрдого тела или системы тел называется такое движение, при котором все точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения, а плоскости окружностей перпендикулярны оси вращения.
- Ось вращения может располагаться внутри тела и за его пределами и в зависимости от выбора системы отсчёта может быть как подвижной, так и неподвижной.
- Теорема вращения Эйлера утверждает, что любое вращение трёхмерного пространства имеет ось.



Оглавление

«Для составления физических представлений следует освоиться с существованием физических аналогий. Под физической аналогией я понимаю то частное сходство между законами двух каких-нибудь областей науки, благодаря которому одна из них является иллюстрацией для другой»

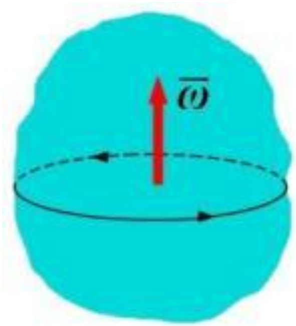
Максвелл

КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Направление векторов

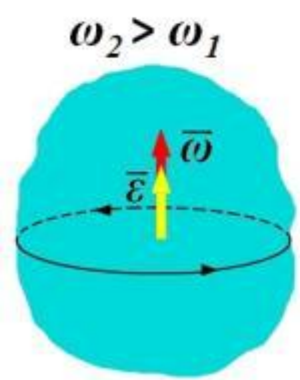
Направление угловой скорости

- Определяется правилом правого винта: если винт вращать в направлении вращения тела, то направление поступательного движения винта совпадёт с направлением угловой скорости.



Направление углового ускорения

- При ускоренном вращении векторы угловой скорости и углового ускорения совпадают по направлению. При замедленном вращении вектор углового ускорения направлен противоположно вектору угловой скорости.

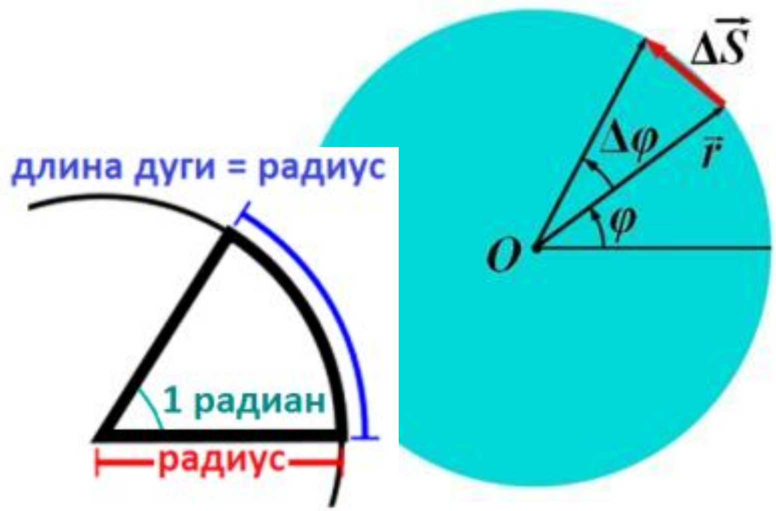


Аналогия движений

Поступательное движение		Вращательное движение	
Перемещение	$\Delta\vec{s},\ [\Delta s]=\text{м}$	Угловое перемещение	$\Delta\varphi,\ [\Delta\varphi]=\text{рад}$
Скорость	$\vec{\upsilon}=\dfrac{\Delta\vec{s}}{\Delta t},\ [\upsilon]=\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$	Угловая скорость	$\omega=\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t},\ [\omega]=\dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$
Ускорение	$\vec{a}=\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t},\ [a]=\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$	Угловое ускорение	$\vec{\varepsilon}=\dfrac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t},\ [\varepsilon]=\dfrac{\text{рад}}{\text{с}^2}$

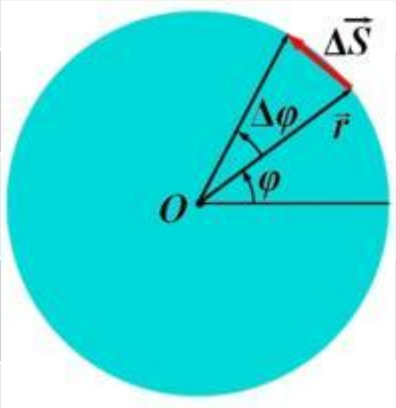
Прямая задача кинематики: по заданному как функция времени углу поворота $\varphi = f(t)$ найти угловые скорость и ускорение.

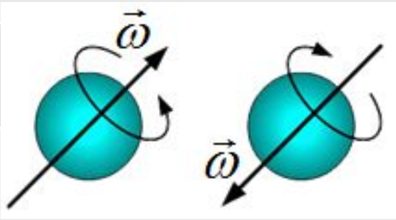
Обратная задача: по заданному как функция времени угловому ускорению $\varepsilon = f(t)$ и начальным условиям ω_0 и φ_0 найти кинематический закон вращения.



Аналогия движений

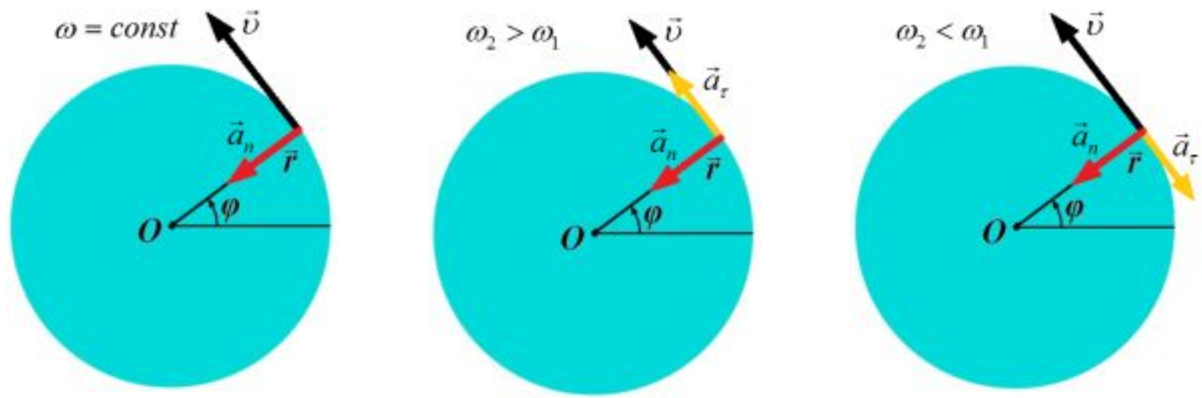
Характеристики движения	Движение материальной точки по окружности	Вращательное движение твёрдого тела
Период	$T = \dfrac{t}{N}$	
Частота	$\nu = \dfrac{N}{t} = \dfrac{1}{T}$	
Угловая скорость	$\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$	
Угловое ускорение	$\varepsilon = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{2\pi}{T^2} = 2\pi\nu^2$	
Перемещение	$\Delta s = r\Delta\varphi$	
Линейная скорость	$\upsilon = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{r\Delta\varphi}{\Delta t} = r\omega$	
Нормальное ускорение	$a_n = \dfrac{\upsilon^2}{r} = \omega^2 r$	
Тангенциальное ускорение	$a_\tau = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{r\Delta\omega}{\Delta t} = r\varepsilon$	
Полное ускорение	$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$	





Направление векторов скорости и ускорения

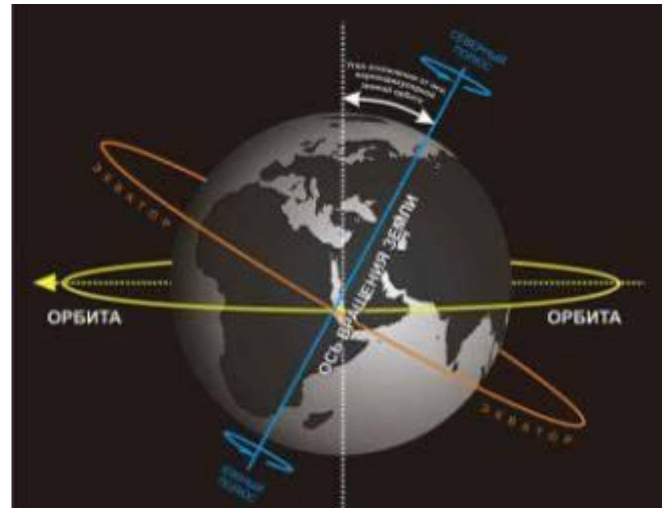
Пример:
движение против часовой стрелки



Нормальное ускорение	По радиусу к центру окружности		
Угловая скорость	$\omega = \text{const}$	$\omega_2 > \omega_1$	$\omega_2 < \omega_1$
	Направление: перпендикулярно плоскости рисунка, из-за плоскости		
Линейная скорость	$\upsilon = \text{const}$	$\upsilon_2 > \upsilon_1$	$\upsilon_2 < \upsilon_1$
	По касательной в направлении движения		
Тангенциальное ускорение	нет	$\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$	$\vec{a}_\tau \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$
Угловое ускорение	нет	$\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$	$\vec{\varepsilon} \uparrow\downarrow \vec{\omega}$

Формулы кинематики вращательного движения

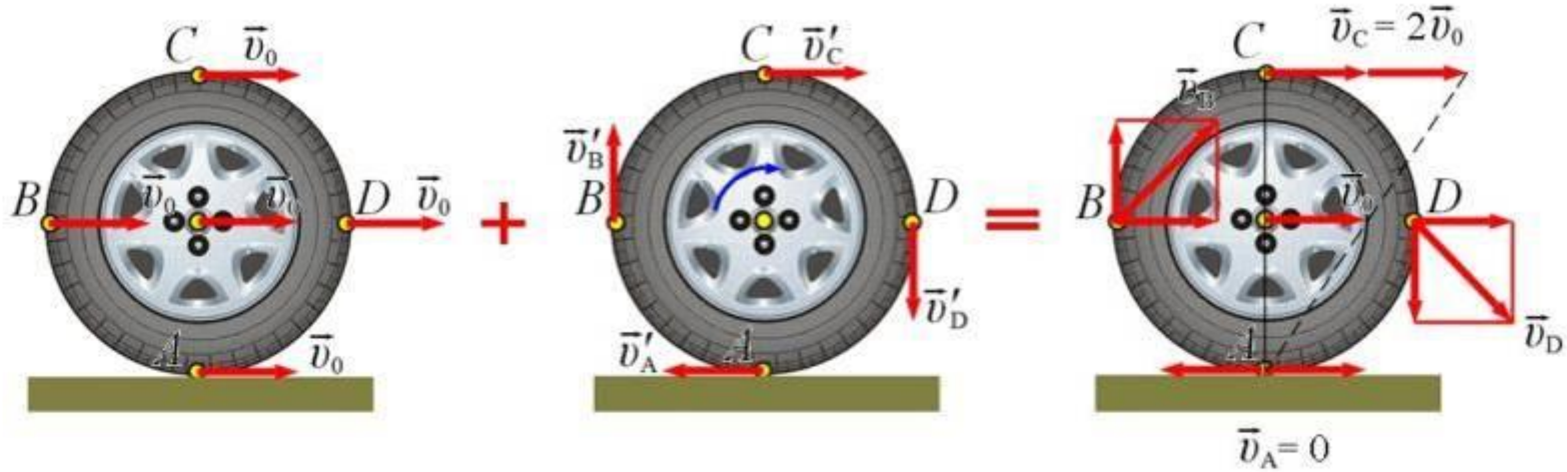
Поступательное	Вращательное
Равномерное	
$a = 0$	$\varepsilon = 0$
$\upsilon = \text{const}$	$\omega = \text{const}$
$s = \upsilon t$	$\varphi = \omega t$
Равнопеременное	
$a = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t} = \text{const}$	$\varepsilon = \dfrac{\omega - \omega_0}{t} = \text{const}$
$\upsilon = \upsilon_0 + a_\tau t$	$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
$s = \upsilon_0 t + \dfrac{a_\tau t^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t + \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$
$\upsilon^2 - \upsilon_0^{\,2} = 2 a_\tau s$	$\omega^2 - \omega_0^{\,2} = 2\varepsilon\varphi$
Неравномерное	
$s = f(t)$	$\varphi = f(t)$
$\upsilon = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{ds}{dt} = s'(t)$	$\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \dfrac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t)$
$a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \dfrac{d\upsilon}{dt} = \upsilon'(t)$	$\varepsilon = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \omega}{\Delta t} = \dfrac{d\omega}{dt} = \omega'(t)$



Произвольные движения твёрдого тела

поступательное + **вращательное** = **сложное движение**

Пример: плоскопараллельное движение колеса без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Качение колеса можно представить как сумму двух движений: поступательного движения со скоростью центра масс тела и вращения относительно оси, проходящей через центр масс.



Вопросы для обсуждения

Методом последовательной съёмки запечатлена кинематика движения Дворцового моста в Санкт-Петербурге. Выдержка 6 секунд. Какую информацию о движении моста можно извлечь из фотографии? Проанализируйте кинематику его движения.

Читайте дополнительно

- Кикоин А.К. Формулы кинематики для вращательного движения. «Квант», 1983, № 11.
- Фистуль М. Кинематика плоскопараллельного движения. «Квант», 1990, № 9
- Черноуцан А.И. Когда вокруг всё вертится... «Квант», 1992, № 9.
- Чивилёв В., Движение по окружности: равномерное и неравномерное. «Квант», 1994, №6.
- Чивилёв В.И. Кинематика вращательного движения. «Квант», 1986, № 11.

«Я ценю умение строить аналогии, которые, если они смелы и разумны, выводят нас за пределы того, что пожелала нам открыть природа, позволяя предвидеть факты ещё до того, как мы их увидим».

Ж. Л. Даламбер

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

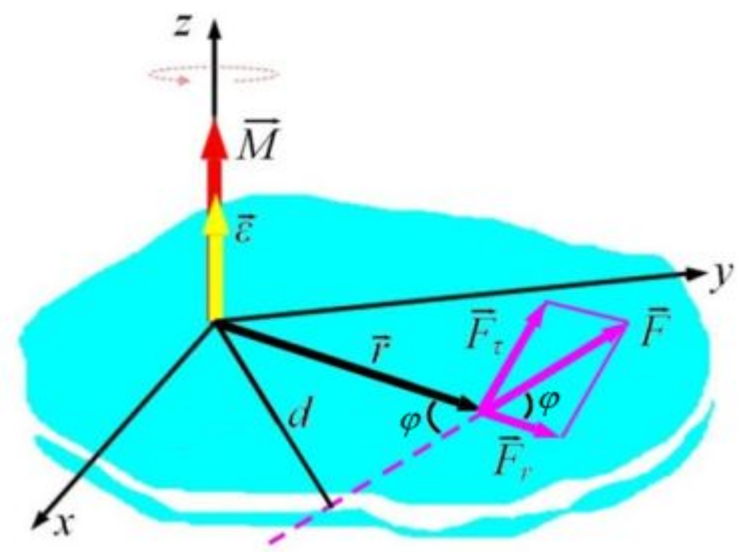
ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Динамика вращательного движения

- **Динамика поступательного движения** материальной точки оперирует такими понятиями, как сила, масса, импульс.
- Ускорение поступательно движущегося тела зависит от действующей на тело силы (суммы действующих сил) и массы тела (второй закон Ньютона):

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

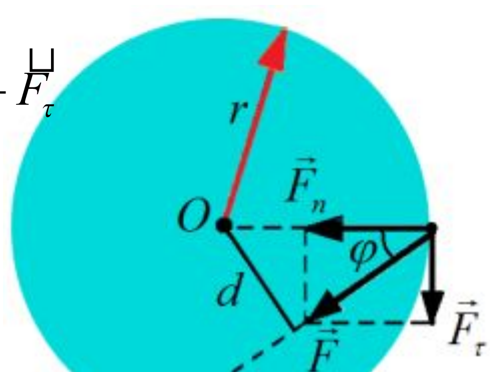
- **Основная задача динамики вращательного движения:** Установить связь углового ускорения вращательного движения тела с силовыми характеристиками его взаимодействия с другими телами и собственными свойствами вращающегося тела.



Основное уравнение динамики вращательного движения

Для произвольной точки тела массой *m*

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_\tau$$



- По второму закону Ньютона

$$F_n = ma_n, \quad F_\tau = ma_\tau = m\varepsilon r$$

- Из геометрических соображений

$$F_\tau = F\sin\varphi = F\frac{d}{r}, \quad \Rightarrow$$

$$mr^2\varepsilon = Fd = M$$

Для тела как совокупности частиц малых масс

- С учётом векторного характера

$$(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \ldots + m_nr_n^2)\vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{M}_e$$

- Скалярная физическая величина, характеризующая распределение массы относительно оси вращения, называется моментом инерции тела:

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \ldots + m_nr_n^2 = \sum m_ir_i^2$$

- Сумма моментов внутренних сил M_i равна нулю, следовательно

$$I\vec{\varepsilon} = \sum \vec{M}_e = \vec{M}$$

Экспериментальное изучение закономерностей вращательного движения

1. Устройство и принцип действия прибора
2. Исследование зависимости углового ускорения вращения диска от момента действующей силы:
   - **от величины действующей силы *F* при неизменном значении плеча силы относительно данной оси вращения *d* (*d* = const);**
   - **от плеча силы относительно данной оси вращения при постоянной действующей силе (*F* = const);**
   - **от суммы моментов всех действующих на тело сил относительно данной оси вращения.**
3. Исследование зависимости углового ускорения от свойств вращающегося тела:
   - **от массы вращающегося тела при неизменном моменте сил;**
   - **от распределения массы относительно оси вращения при неизменном моменте сил.**
4. Результаты опытов:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\sum \vec{M}}{I}$$

Результаты выполненных экспериментов

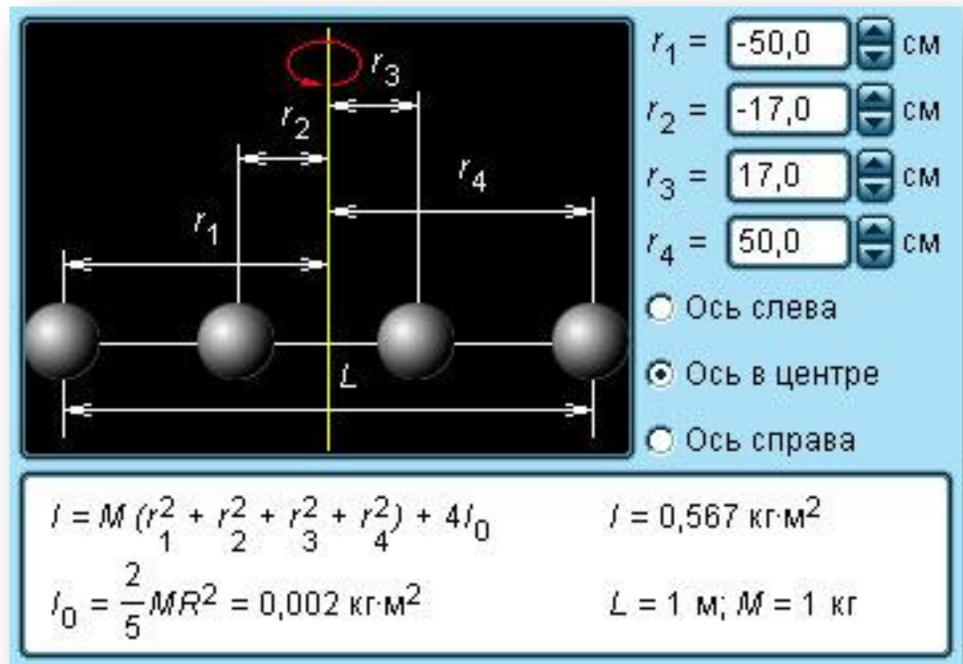
Поступательное движение	Вращательное движение
Масса $m,\ [m] = \text{кг}$	Момент инерции $I = kmr^2,\ [I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$
Сила $\vec{F},\ [F] = \text{Н}$	Момент силы $M = Fd;\ \vec{M},\ [M] = \text{Н} \cdot \text{м}$
Основное уравнение динамики $$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$	Основное уравнение динамики $$\vec{\varepsilon} = \frac{\sum \vec{M}}{I}$$
Ускорение поступательно движущегося тела прямо пропорционально сумме всех действующих на него сил и обратно пропорционально массе тела.	**Угловое ускорение вращающегося тела прямо пропорционально сумме моментов всех действующих на него сил относительно оси вращения тела и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно этой оси вращения**.

- **Принципиальная разница**: масса является инвариантом и не зависит от того, как тело движется. Момент инерции изменяется при изменении положения оси вращения или её направления в пространстве.

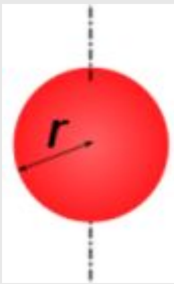
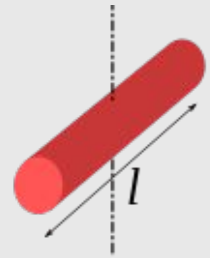
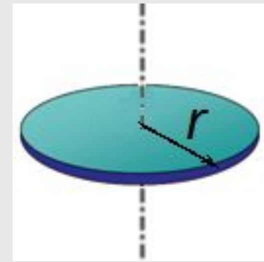
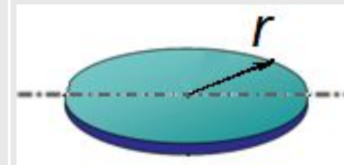
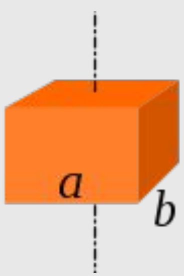
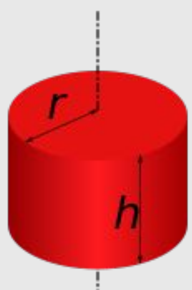
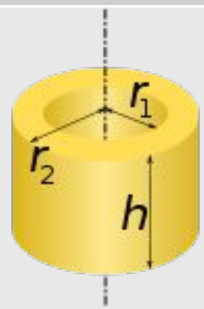
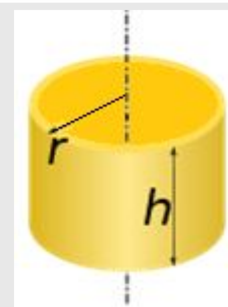
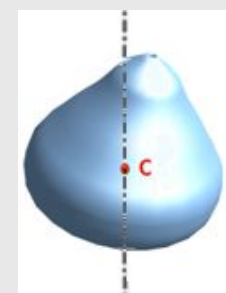
Вычисление момента инерции тела произвольной формы

Виртуальный эксперимент с моделью «Момент инерции»

- **Цель эксперимента:** убедиться в зависимости момента инерции системы тел от положения шаров на спице и положения оси вращения, которая может проходить как через центр спицы, так и через её концы.

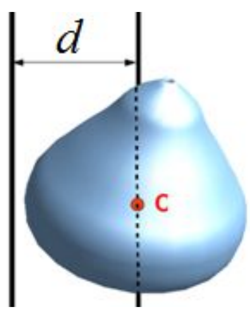


Моменты инерции некоторых тел

Шар	Тонкостенная сфера	Однородный стержень	Диск	Диск
 $I=\frac{2}{5}mr^2$	 $I=\frac{2}{3}mr^2$	 $I=\frac{1}{12}ml^2$	 $I=\frac{1}{2}mr^2$	 $I=\frac{1}{4}mr^2$
Однородная пластинка	**Сплошной цилиндр**	**Толстостенный цилиндр**	**Тонкостенный цилиндр**	**Произвольное тело**
 $I=\frac{1}{12}m(a^2+b^2)$	 $I=\frac{1}{2}mr^2$	 $I=\frac{1}{2}m(r_1^2+r_2^2)$	 $I=mr^2$	 $I=\sum m_i r_i^2$

Теорема Штейнера

- Теорема **о переносе осей инерции (**Штейнера): момент инерции твёрдого тела относительно произвольной оси I равен сумме момента инерции этого тела I_0 относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями:



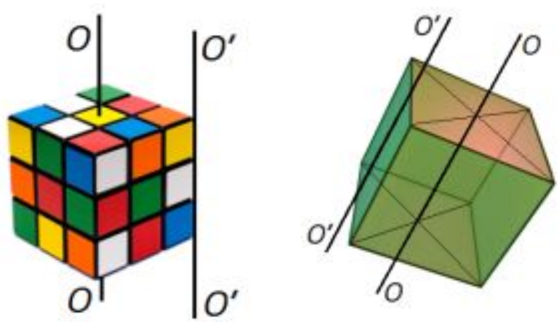
$$I = I_0 + md^2$$

- **Применение теоремы Штейнера.**
- **Задание.** Определить момент инерции однородного стержня длиной l относительно оси, проходящей через один из его концов перпендикулярно стержню.
- **Решение.** Центр масс однородного стержня расположен посредине, поэтому момент инерции стержня относительно оси, проходящей через один из его концов, равен

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2.$$

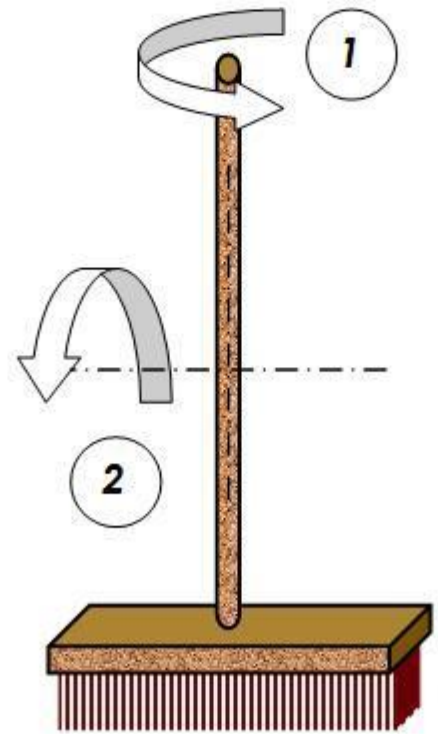
Вопросы для обсуждения

- Как отличаются моменты инерции кубов относительно осей *OO* и *O'O'* ?



- Сравните угловые ускорения двух тел, изображённых на рисунке, при одинаковом действии на них м

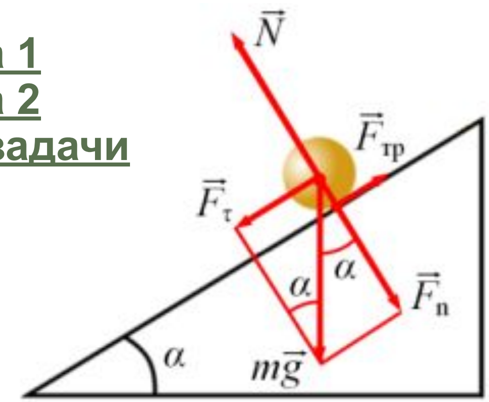
- Какие из этих изменений является более трудными? Почему?



Пример решения задачи

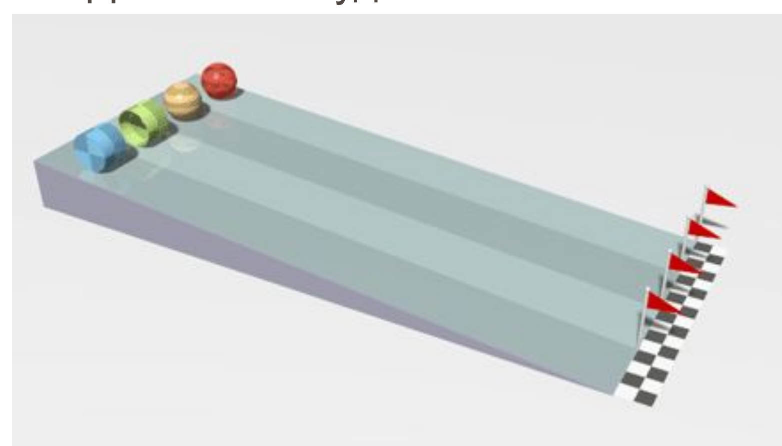
- **Задача:** По гладкой наклонной плоскости скатываются шар и сплошной цилиндр одинаковой массы. Какое из этих тел скатится быстрее?

- Подсказка 1
- Подсказка 2
- Решение задачи



- **Замечание:** Уравнение динамики вращательного движения тела можно записывать не только относительно неподвижной или равномерно движущейся оси, но и относительно оси, движущейся с ускорением, при условии, что она проходит через центр масс тела и её направление в пространстве остаётся неизменным.

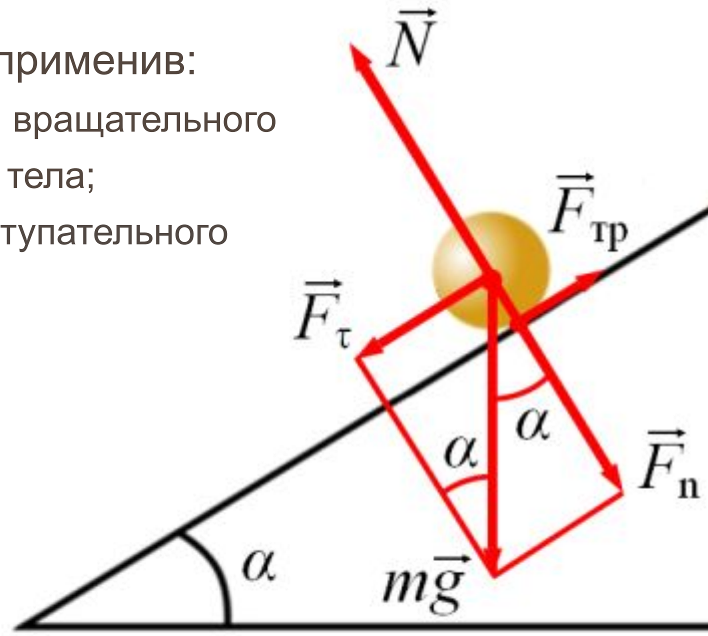
- Давайте обсудим:



Подсказка 2

Задача о качении симметричного тела по наклонной плоскости.

- Относительно оси вращения, проходящей через центр масс тела, моменты сил тяжести и реакции опоры равны нулю, момент силы трения равен $M = F_{\text{тр}} r$.
- Составьте систему уравнений, применив:
  - основное уравнение динамики вращательного движения для скатывающегося тела;
  - второй закон Ньютона для поступательного движения центра масс.



Решение задачи

- Момент инерции шара и сплошного цилиндра соответственно равны

$$I_{ш} = 0{,}4mr^2,\ I_{ц} = 0{,}5mr^2.$$

- Уравнение вращательного движения:

$$I\varepsilon = M, \Rightarrow \quad I\frac{a}{r} = F_{тр}r$$

- Уравнение второго закона Ньютона для поступательного движения центра масс

$$ma = mg\sin\alpha - F_{тр}$$

- Ускорение шара и цилиндра при скатывании с наклонной плоскости соответственно равны:

$$a_{ш} = \frac{mg\sin\alpha}{\frac{0{,}4mr^2}{r^2} + m} = \frac{5}{7}g\sin\alpha. \qquad a_{ц} = \frac{mg\sin\alpha}{\frac{0{,}5mr^2}{r^2} + m} = \frac{2}{3}g\sin\alpha.$$

- $a_{ш} > a_{ц}$, следовательно, шар будет скатываться быстрее цилиндра.
- Обобщая полученный результат на случай скатывания симметричных тел с наклонной плоскости, получим, что быстрее будет скатываться тело, обладающее меньшим моментом инерции.

ДИНАМИКА ПРОИЗВОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Динамика произвольного движения

Произвольное движение твёрдого тела можно разложить на поступательное движение, в котором все точки тела движутся со скоростью центра масс тела, и вращение вокруг центра масс.

Теорема о движении центра масс: **центр масс механической системы движется как материальная точка массой, равной массе всей системы, к которой приложены все внешние силы действующие на систему.**

Следствия:

- Если вектор внешних сил системы равен нулю, то центр масс системы либо движется с постоянной по величине и направлению скоростью, либо находится в состоянии покоя.
- Если сумма проекций внешних сил на какую-либо ось равна нулю, то проекция вектора скорости движения центр
системы на эту ось либо постоянн
равна нулю.
- Внутренние силы не влияют на д
центра масс.

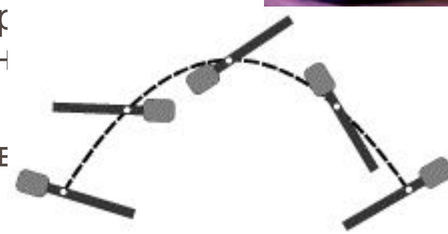


Иллюстрация теоремы

Режим последовательной съёмки позволяет проиллюстрировать теорему о движении центра масс системы: при спуске затвора за одну секунду можно запечатлеть несколько изображений. При объединении такой серии спортсмены, выполняющие трюки, и животные в движении превращаются в плотную очередь близнецов.

Изучение движения центра масс системы

Виртуальный эксперимент с моделью «Теорема о движении центра масс»

- **Цель эксперимента:** изучить движение центра масс системы из двух осколков снаряда под действием силы тяжести.
- Убедиться в правомерности применения теоремы о движении центра масс к описанию произвольных движений на примере баллистического движения, изменяя его параметры: угол выстрела, начальную скорость снаряда и отношение масс осколков.

«... аналогия является специфическим случаем симметрии, особым видом единства сохранения и изменения. Следовательно, использовать в анализе метод аналогии, — значит действовать в соответствии с принципом симметрии. Аналогия не только допустима, но и необходима в познании природы вещей....»

Овчинников Н. Ф. Принципы сохранения

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Аналогия математического описания

Поступательное движение

- Из основного уравнения динамики поступательного движения

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1 = \Delta(m\vec{\upsilon}) = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}\ (\vec{p} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}), \quad [p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

- Произведение массы тела на скорость его движения - импульс тела.
- В отсутствие действия сил импульс тела сохраняется:

$$0 = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1 = \Delta\vec{p}, \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{const}$$

Вращательное движение

- Из основного уравнения динамики вращательного движения

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} = I\frac{\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{M}\Delta t = I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1 = \Delta(I\vec{\omega}) = \Delta\vec{L}$$

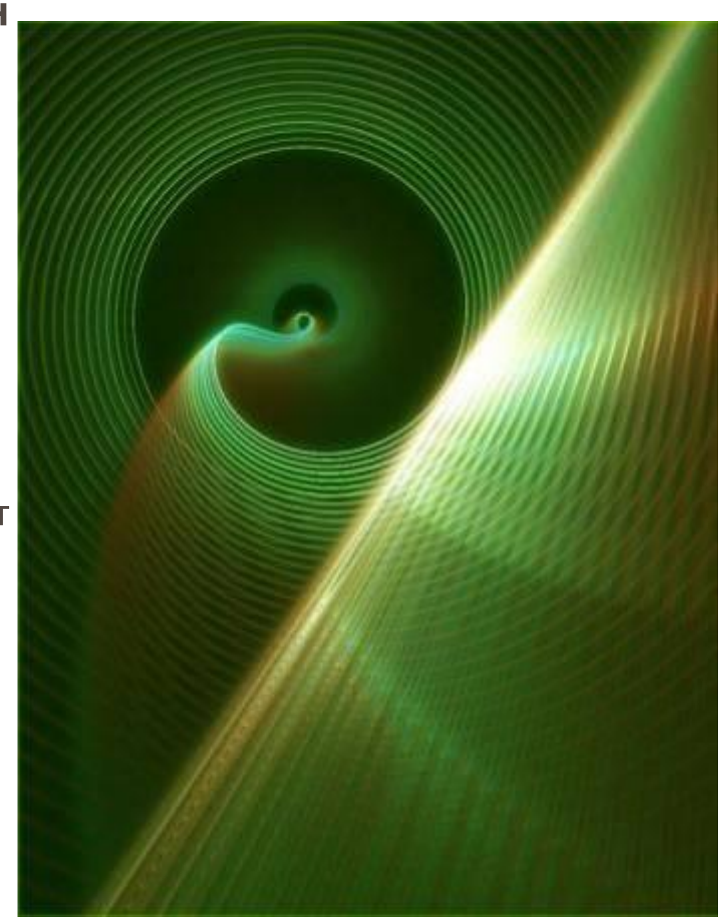
$$\vec{L} = I\vec{\omega}\ (\vec{L} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}), \quad [L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$$

- Произведение момента инерции тела на угловую скорость его вращения - момент импульса.
- При равенстве нулю суммарного момента сил

$$0 = I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1 = \Delta\vec{L}, \quad \Rightarrow \quad \vec{L} = \text{const}$$

Фундаментальный закон природы

- Закон сохранения момента импульса - **один из важнейших фундаментальных законов природы -** является следствием изотропности пространства (симметрии относительно поворотов в пространстве).
    - Закон сохранения момента импульса не является следствием законов Ньютона. Предложенный подход к выводу закона носит частный характер.
    - При сходной алгебраической форме записи законы сохранения импульса и момента импульса в применении к одному телу имеют разный смысл: в отличие от скорости поступательного движения угловая скорость вращения тела может меняться за счёт изменения момента инерции тела I внутренними силами.
    - Закон сохранения момента импульса выполняется для любых физических систем и процессов, не только механических.



Закон сохранения момента импульса

- **Момент импульса системы тел сохраняется неизменным при любых взаимодействиях внутри системы, если результирующий момент внешних сил, действующих на неё, равен нулю.**

$$\text{При } \vec{M} = 0 \qquad \vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$$

- **Следствия из закона сохранения момента импульса**
    - в случае изменения скорости вращения одной части системы другая также изменит скорость вращения, но в противоположную сторону таким образом, что момент импульса системы не изменится;
    - если момент инерции замкнутой системы в процессе вращения изменяется, то изменяется и её угловая скорость таким образом, что момент импульса системы останется тем же самым
    - в случае, когда сумма моментов внешних сил относительно некоторой оси равняется нулю, момент импульса системы относительно этой же оси остается постоянным.
- **Экспериментальная проверка.** Опыты со скамьёй Жуковского
- **Границы применимости.** Закон сохранения момента импульса выполняется в инерциальных системах отсчёта.

Скамья Жуковского

Скамья Жуковского состоит станины с опорным шариковым подшипником, в котором вращается круглая горизонтальная платформа.

Скамью с человеком приводят во вращение, предложив ему развести руки с гантелями в стороны, а затем резко прижать их к груди.

$$I\omega = I\Omega$$

Опыты со скамьей Жуковского

Экспериментатор сидит на неподвижной скамье, ему подают вращающееся колесо, вектор момента импульса которого направлен вверх. Человек со скамьей начинает вращаться в противоположном направлении, при этом вектор его момента импульса направлен по оси вращения вниз.

Экспериментатор поворачивает колесо так, что вектор момента импульса направлен горизонтально. Скамья и человек остаются в покое, т.к. проекция момента импульса колеса на вертикальную ось равна нулю.

Экспериментатор поворачивает ось колеса на 90° так, что вектор момента импульса направлен вниз. Скамья начинает вращаться в противоположную сторону, как в опыте 1.

Сделайте вывод о выполнимости закона сохранения момента импульса

Особенности применения

Закон сохранения момента импульса выполняется, если:

1. сумма моментов внешних сил равна нулю (силы при этом могут не уравновешиваться);
2. тело движется в центральном силовом поле (при отсутствии других внешних сил; относительно центра поля)

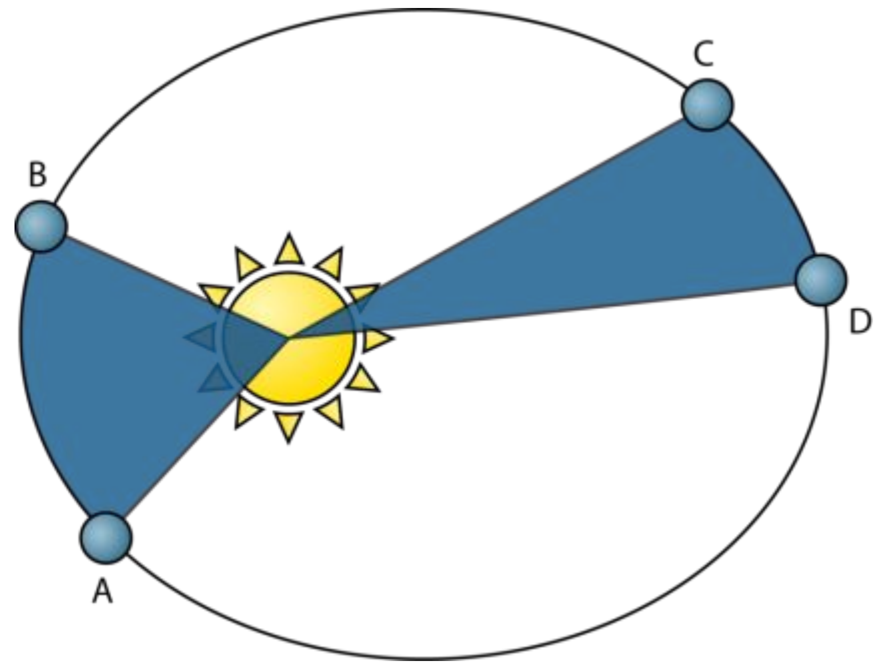
Закон сохранения момента импульса применяют:

1. когда характер изменения со временем сил взаимодействия между частями системы сложен или неизвестен;
2. относительно одной и той же оси для всех моментов импульса и сил;
3. как к полностью, так и частично изолированным системам.

Примеры проявления закона

- Замечательной особенностью вращательного движения является **свойство вращающихся тел при отсутствии взаимодействий с другими телами сохранять неизменными не только момент импульса, но и направление оси вращения в пространстве**.

1. Суточное вращение Земли.
2. Гироскопы
3. Вертолёт
4. Цирковые аттракционы
5. Балет
6. Фигурное катание
7. Гимнастика (сальто)
8. Прыжки в воду
9. Игровые виды спорта



Пример 1. Суточное вращение Земли

Неизменным ориентиром для путешественников на поверхности Земли служит Полярная звезда в созвездии Большой Медведицы. Примерно на эту звезду направлена ось вращения Земли, и кажущаяся неподвижность Полярной звезды на протяжении столетий наглядно доказывает, что на протяжении этого времени направление оси вращения Земли в пространстве остается неизменным.

Пример 2. Гироскопы

- **Гироскопом называется любое тяжелое симметричное тело, вращающееся вокруг оси симметрии с большой угловой скоростью.**

- **Примеры**: велосипедное колесо; турбина гидростанции; пропеллер.

- **Свойства свободного гироскопа:**
  - сохраняет положение оси вращения в пространств
  - устойчив к ударным воздействиям;
  - безынерционен;
  - обладает необычной реакцией на действие внешн силы: если сила стремится повернуть гироскоп относительно одной оси, то он поворачивается во другой, ей перпендикулярной – прецессирует.

- **Имеет обширную область применений.**

Области применения гироскопов

	…вигационные приборы (авиагоризонт, гирокомпас, …затели курса, поворота и т. п.)
	…абилизация движения ракет, самолётов (автопилот), …ских судов (авторулевой), торпед
	…стемы ориентации и стабилизации космических …паратов
	…ецизионные гироскопы в системах наведения …атегических ракет большой дальности
	…зведка полезных ископаемых, предсказание …млетрясений, сверхточное измерение положений …лезнодорожных путей и нефтепроводов, медицинская …ника и др.
	…оскопические игрушки (волчок (юла), йо-йо, вертолёты), …тевые тренажёры Powerball и др.
Отриц… последствия гироскопических эффектов	Разрушение механических конструкций, содержащих массивные вращающиеся детали (турбины, колеса автомобилей, пропеллеры самолетов и др.)

Пример 3. Вертолёт

- Многие особенности поведения вертолёта в воздухе диктуются **гироскопическим эффектом**. Тело, раскрученное по оси, стремится сохранить неизменным направление этой оси.
- Гироскопическими свойствами обладают валы турбин, велосипедные колеса, и даже элементарные частицы, например, электроны в атоме.

Пример 4. Цирковые аттракционы

Если внимательно наблюдать за работой жонглёра, то можно заметить, что, подбрасывая предметы, он придаёт им вращение, сообщая определённым образом направленный момент импульса.

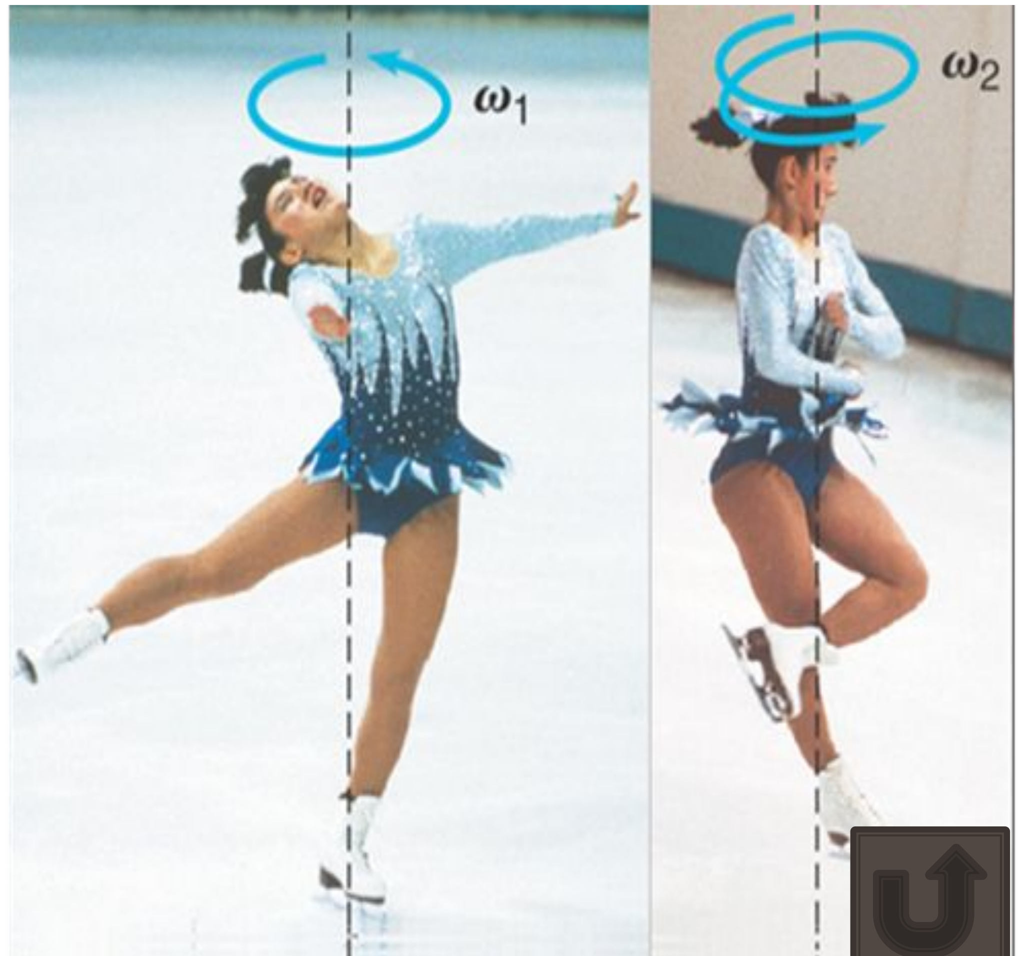
Только в этом случае булавы, тарелки, шляпы и др. возвращаются ему в руки в том же положении, которое им было придано.

Пример 5. Балет

Свойством угловой скорости вращения тела изменяться за счёт действия внутренних сил пользуются спортсмены и артисты балета: когда под действием внутренних сил человек изменяет позу, прижимая руки к туловищу или разводя их в стороны, он изменяет момент импульса своего тела, при этом момент импульса сохраняется как по величине, так и по направлению, поэтому угловая скорость вращения также меняется.

Пример 6. Фигурное катание

Фигурист, совершающий вращение вокруг вертикальной оси, в начале вращения приближает руки к корпусу, тем самым уменьшая момент инерции и увеличивая угловую скорость. В конце вращения происходит обратный процесс: при разведении рук увеличивается момент инерции и уменьшается угловая скорость, что позволяет легко остановить вращение и приступить к выполнению другого элемента.



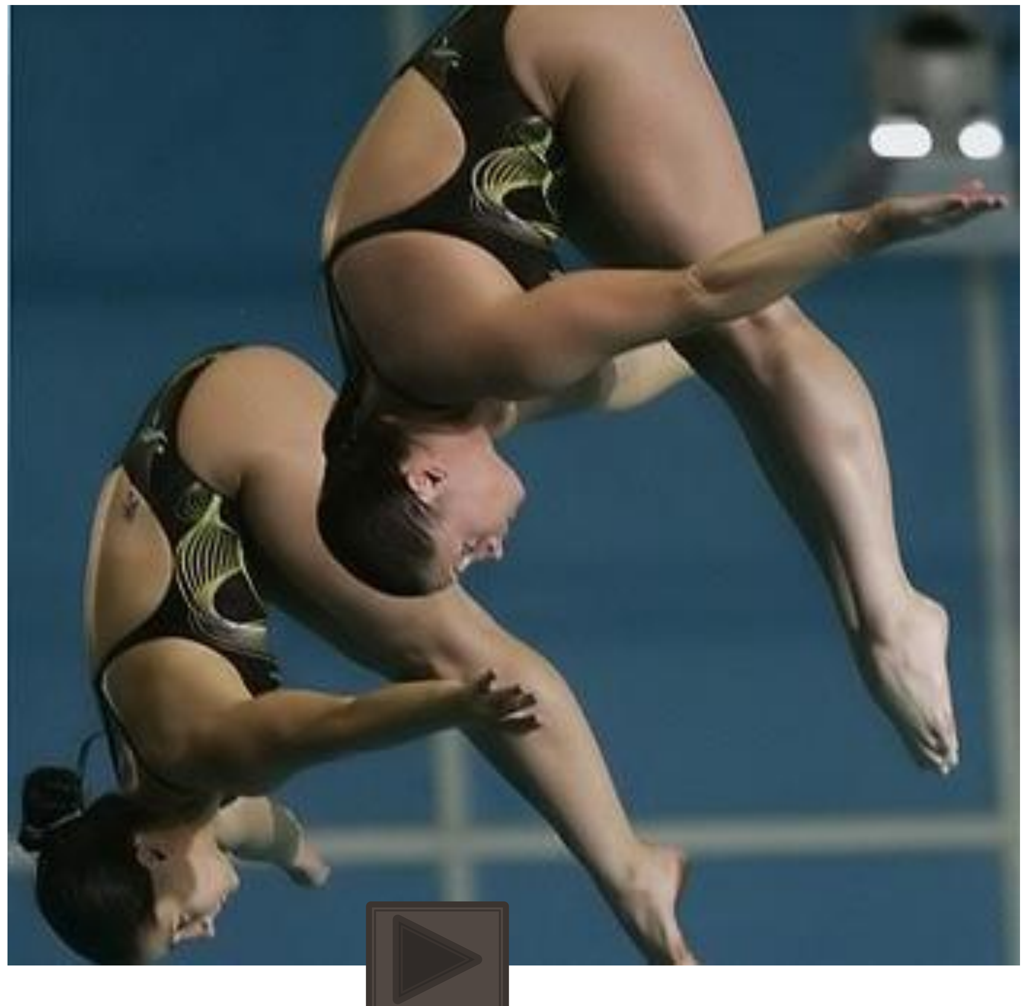
Пример 7. Гимнастика

Гимнаст, выполняющий сальто, в начальной фазе сгибает колени и прижимает их к груди, уменьшая тем самым момент инерции и увеличивая угловую скорость вращения вокруг горизонтальной оси. В конце прыжка тело выпрямляется, момент инерции возрастает, а угловая скорость уменьшается.

Пример 8. Прыжки в воду

Толчок, испытываемый прыгуном в воду, в момент отрыва от гибкой доски, «закручивает» его, сообщая начальный запас момента импульса относительно центра масс.

Перед входом в воду, совершив один или несколько оборотов с большой угловой скоростью, спортсмен вытягивает руки, увеличивая тем самым свой момент инерции и, следовательно, снижая свою угловую скорость.



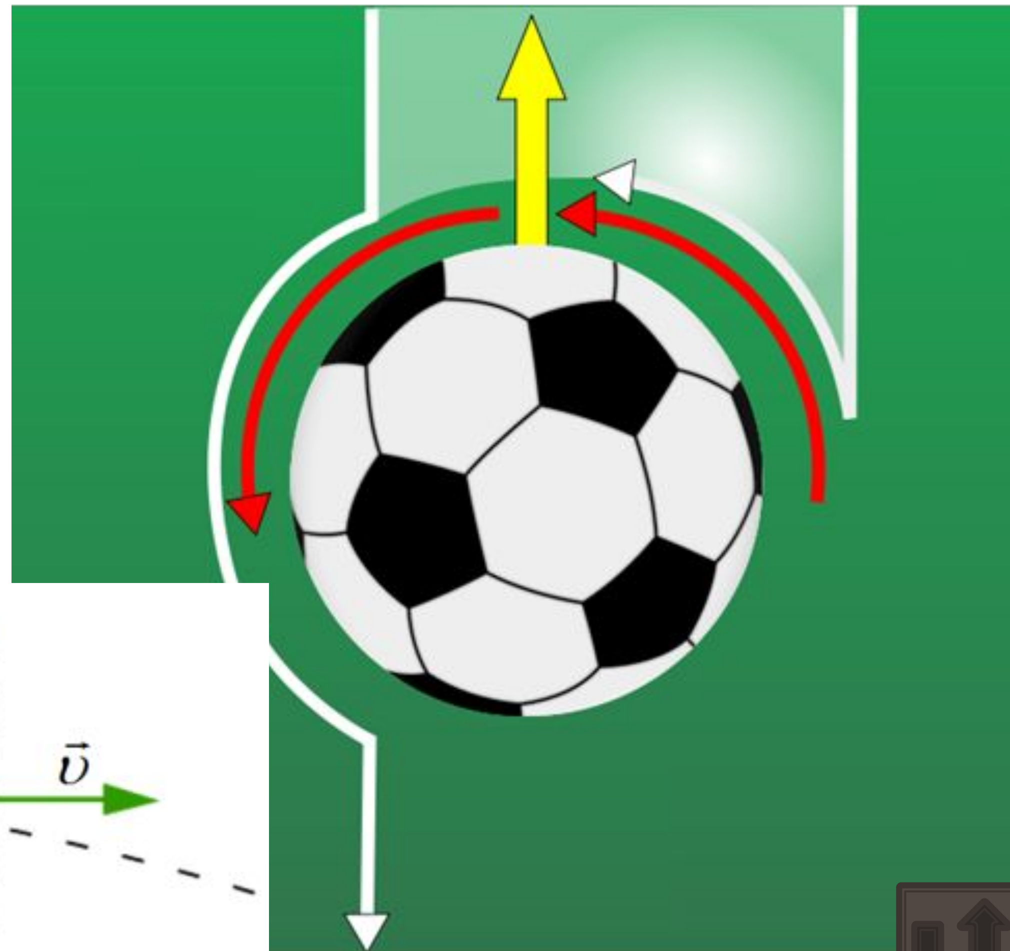
Проблема устойчивости вращения

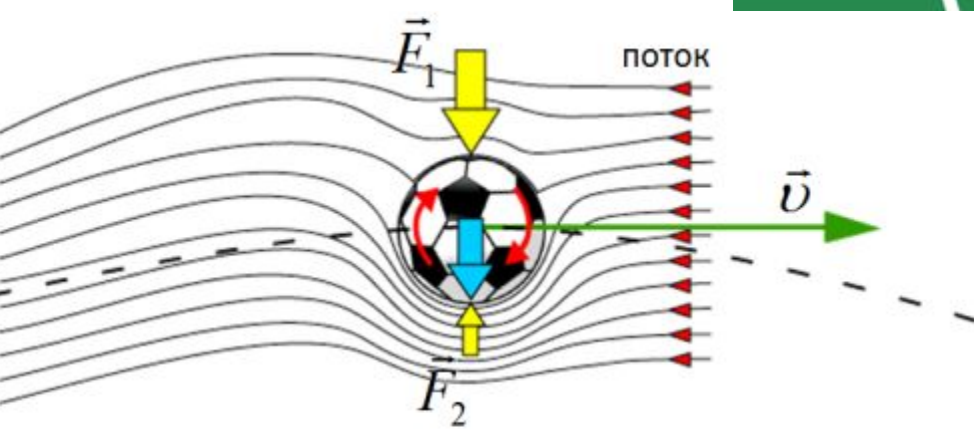
Вращение устойчиво относительно главных осей инерции, совпадающих с осями симметрии тел.

Если в начальный момент угловая скорость немного отклоняется по направлению от оси, которой соответствует промежуточное значение момента инерции, то в дальнейшем угол отклонения стремительно нарастает, и вместо простого равномерного вращения вокруг неизменного направления тело начинает совершать беспорядочное на вид кувыркание.

Пример 9. Игровые виды спорта.

Вращение играет важную роль в игровых видах спорта: теннисе, бильярде, бейсболе. Удивительный удар «сухой лист» в футболе характеризуется особой траекторией полёта вращающегося мяча из-за возникновения подъёмной силы в набегающем потоке воздуха (эффект Магнуса).





Вопросы для обсуждения

Космический телескоп Хаббл свободно плавает в пространстве. Как можно изменить его ориентацию так, чтобы нацелить на важные для астрономов объекты?

Вопросы для обсуждения

1. Почему кошка при падении всегда приземляется на лапы?
2. Почему трудно удерживать равновесие на неподвижном двухколёсном велосипеде и совсем нетрудно, когда велосипед движется?
3. Как поведёт себя кабина вертолёта, находящегося в полёте, если по каким-либо причинам хвостовой винт перестанет работать?

КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

Кинетическая энергия вращающегося тела

- Кинетическая энергия вращающегося тела равна сумме кинетических энергий отдельных его частей:

$$E_k = \frac{m_1 \upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2 \upsilon_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_n \upsilon_n^2}{2}.$$

- Поскольку угловые скорости всех точек вращающегося тела одинаковы, то, используя связь линейной и угловой скоростей, получим:

$$E_k = \frac{m_1 \omega^2 r_1^2}{2} + \frac{m_2 \omega^2 r_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_n \omega^2 r_n^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2).$$

- Величина, стоящая в скобках, представляет собой момент инерции тела относительно оси вращения:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2.$$

- Формула кинетической энергии вращающегося тела:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

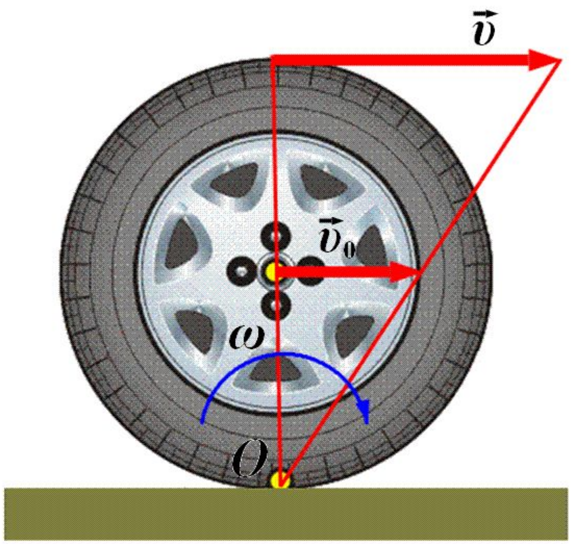
Кинетическая энергия в плоскопараллельном движении

- При плоском движении кинетическая энергия твёрдого тела равна сумме кинетической энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр масс, и кинетической энергии поступательного движения центра масс:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

- Это же тело может иметь еще и потенциальную энергию E_P, если оно взаимодействует с другими телами. Тогда полная энергия равна:

$$E = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} + E_p.$$



Доказательство

Доказательство

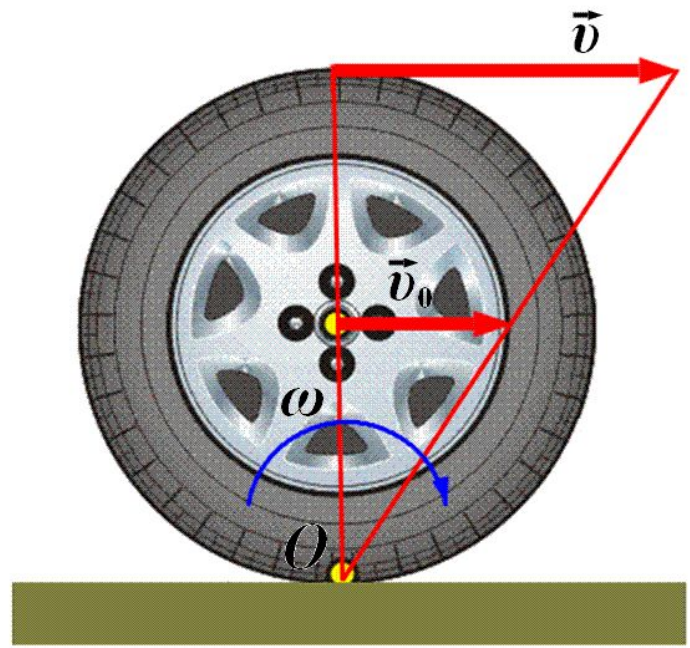
- Кинетическая энергия относительно точки О равна:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2},$$

где I – момент инерции цилиндра относительно точки О. По теореме Штейнера $I = I_0 + mR^2$, следовательно,

$$E_k = \frac{I_0\omega^2}{2} + \frac{m}{2}\omega^2 R^2 = \frac{I_0\omega^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2},$$

так как $\upsilon_0 = \omega R$.



Теорема Кёнига

Кинетическая энергия любой системы материальных точек равна сумме кинетической энергии всей массы системы, мысленно сосредоточенной в ее центре масс и движущейся вместе с ним, и кинетической энергии всех материальных точек той же системы в их относительном движении по отношению к поступательно движущейся системе координат с началом в центре масс.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Закон сохранения энергии

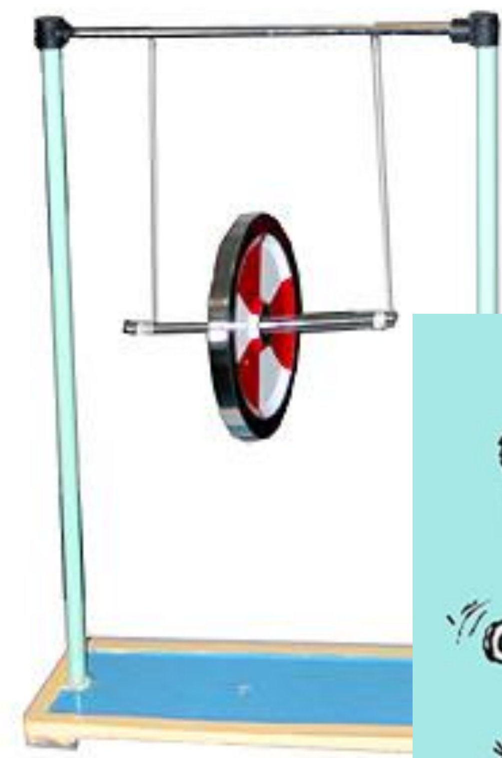
- Превращение одного вида механической энергии в другой на примере маятника Максвелла:

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

- Движение маятника периодическое. Подобным образом движется игрушка «йо-йо».
- Вследствие трения маятник через некоторое время остановится:

$$E_1 = E_2 + Q$$

Пример 1. Маятник Максвелла



Использование кинетической энергии вращения

- Толкание ядра, метание молота, диска и других спортивных снарядов требуют предварительного разгона для увеличения дальности полёта.
- Увеличение скорости снаряда при отрыве от рук метателя (вылете), достигается за счёт дополнительного вращения перед броском.

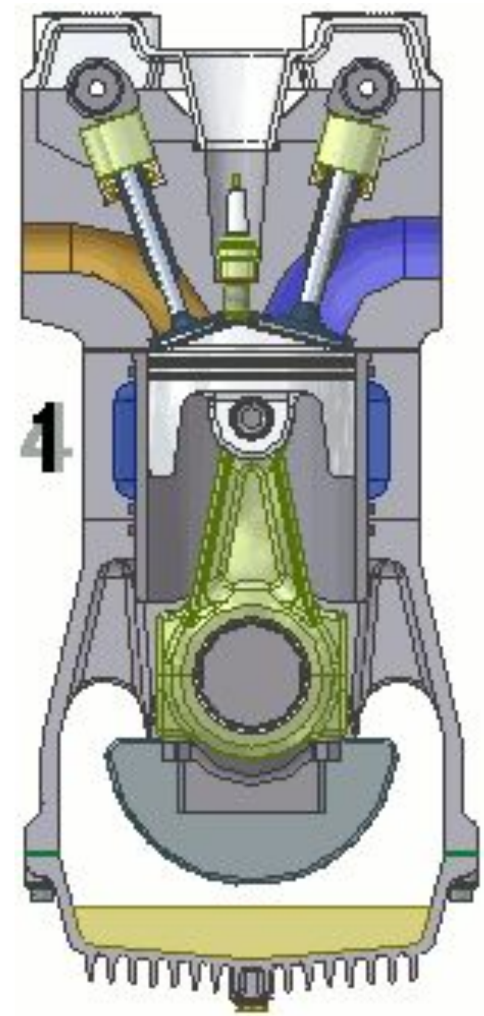
Бросок лассо   метание копья   лапта   метание диска   гольф

Инерционные накопители энергии

- Зависимость кинетической энергии вращения от момента инерции тел используют в инерционных аккумуляторах.
- Работа, совершаемая за счёт кинетической энергии вращения, равна:

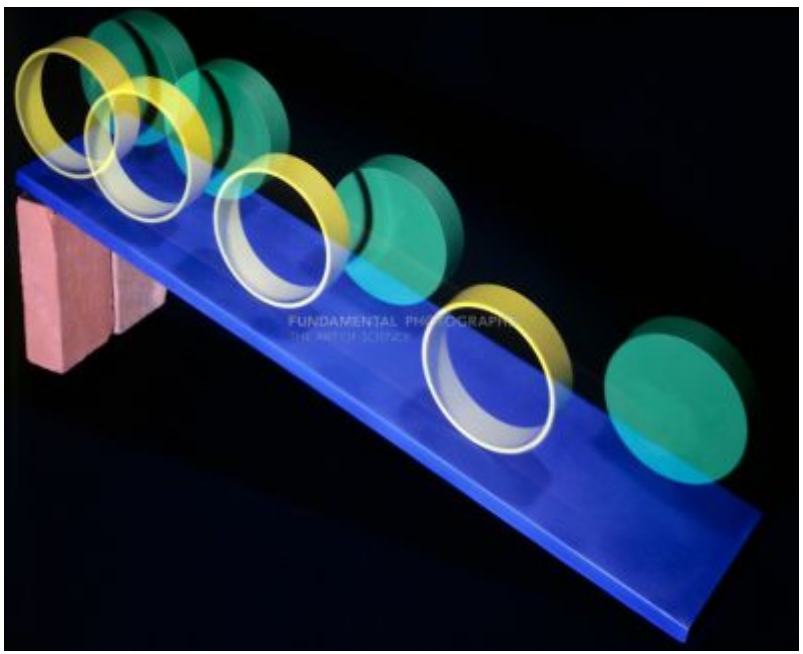
$$A = \frac{I\omega^2}{2} - \frac{I\omega_0^2}{2}.$$

- Примеры: гончарные круги, массивные колёса водяных мельниц, маховики в двигателях внутреннего сгорания. Маховики, применяемые в прокатных станах, имеют диаметр свыше трёх метров и массу более сорока тонн.



Ещё раз о скатывании

- По наклонной плоскости катятся без проскальзывания кольцо и диск, имеющие одинаковую массу и диаметр. Почему кольцо и диск достигают конца плоскости не одновременно? Ответ обоснуйте.



Задачи для самостоятельного решения

- Шар скатывается с наклонной плоскости высотой h = 90 см. Какую линейную скорость будет иметь центр шара в тот момент, когда шар скатится с наклонной плоскости? Решите задачу динамическим и энергетическим способами.
- Однородный шар массы m и радиуса R скатывается без скольжения по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найдите:
  а) значения коэффициента трения, при которых скольжения не будет;
  б) кинетическую энергию шара через t секунд после начала движения.

«В физике часто случалось, что существенный успех был достигнут проведением последовательной аналогии между не связанными по виду явлениями».

Альберт Эйнштейн

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

«Ищите и обрящете»

- «Так уж повелось издавна, что в конденсаторе, этом хранителе зарядов, существует электрическое поле, а в катушке с током - магнитное. Но повесить конденсатор в магнитном поле - такое могло прийти в голову только очень Любопытному ребенку. И не зря - он узнал нечто новое… Оказывается, - сказал себе Любопытный ребенок, - *электромагнитное поле обладает атрибутами механики: плотностью импульса и момента импульса*!» (**Стасенко А.Л. Зачем быть конденсатору в магнитном поле? Квант, 1998, № 5).**
- «А что между ними — реками, тайфунами, молекулами — общего?...» (**Стасенко А.Л. Вращение: реки, тайфуны, молекулы. Квант, 1997, № 5).**

Для того, чтобы что-то найти, необходимо искать;
для того, чтобы чего то достичь, необходимо действовать!

Читайте дополнительно

Читайте книги: Орир Д. Популярная физика. М.: Мир, 1964, или Купер Л. Физика для всех. М.: Мир, 1973. Т. 1. Из них вы узнаете много интересного о движении планет, колёс, волчков, вращении гимнаста на перекладине и... почему кошка всегда падает на лапы.

Читайте в «Кванте»:

- Воробьев И. Необычное путешествие. (№2, 1974)
- Давыдов В. Как индейцы бросают томагавк? (№ 11, 1989)
- Джоунс Д., Почему устойчив велосипед (№12, 1970)
- Кикоин А. Вращательное движение тел (№1, 1971)
- Кривошлыков С. Механика вращающегося волчка. (№ 10, 1971 год)
- Ланге В. Почему кувыркается книга (N3,2000)
- Томсон Дж. Дж. О динамике мяча для игры в гольф. (№8, 1990)

Используйте образовательные ресурсы сети Интернет:

- http://physics.nad.ru/Physics/Cyrillic/mech.htm
- http://howitworks.iknowit.ru/paper1113.html
- http://class-fizika.narod.ru/9_posmotri.htm

и др.

Проведите опыты, наблюдения, моделирование

- Изучите закономерности вращательного движения с помощью моделирующей программы (Java-апплета)
  - **СВОБОДНОЕ ВРАЩЕНИЕ СИММЕТРИЧНОГО ВОЛЧКА**
  - **СВОБОДНОЕ ВРАЩЕНИЕ ОДНОРОДНОГО ЦИЛИНДРА (СИММЕТРИЧНОГО ВОЛЧКА)**
  - **ВЫНУЖДЕННАЯ ПРЕЦЕССИЯ ГИРОСКОПА**
- Определите собственный момент инерции методом физического маятника, используя образовательные ресурсы сети Интернет.
- Выполните экспериментальное исследование «Определение положения центра масс и моментов инерции тела человека относительно анатомических осей».

Будьте наблюдательны!

Рефлексивный экран

- сегодня я узнал(а)…
- я выполнял(а) задания…
- было интересно…
- было трудно…
- у меня возникли учебные проблемы…
- я продолжу работу…

Спасибо за работу!

Использованные информационные материалы

- Учебник для 10 класса с углублённым изучением физики под редакцией А. А. Пинского, О. Ф. Кабардина. М. : «Просвещение», 2005.
- Факультативный курс физики. О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов, А. В. Пономарева. М. : «Просвещение», 1977 г.
- Ремизов А. Н. Курс физики: Учеб. для вузов / А. Н. Ремизов, А. Я. Потапенко. М.: Дрофа, 2004.
- Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1990.
- http://ru.wikipedia.org/wiki/
- http://elementy.ru/trefil/21152
- http://www.physics.ru/courses/op25part1/content/chapter1/section/paragraph23/theory.html
- Physclips . Мультимедийное введение в физику. http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/rotation.htm и др.
- В оформлении в учебных целях использованы иллюстративные матери
  сети Интернет.