

# Вступ. Основні поняття теорії ймовірностей.



1. Математика і математико-статистичні методи в біології та медицині: їх роль та історія застосування;
  2. Предмет біологічної статистики;
  3. Ймовірність. Значення теорії ймовірностей в біології;
1. Основні поняття теорії ймовірностей:
    - поняття ймовірності, випробування і події як ключові в ТЙ
    - види випадкових подій
    - класичне визначення ймовірності; властивості ймовірності
    - комбінаторика і її основні формули та правила

# 1. Математика і математико-статистичні методи в біології та медицині: їх роль та історія застосування

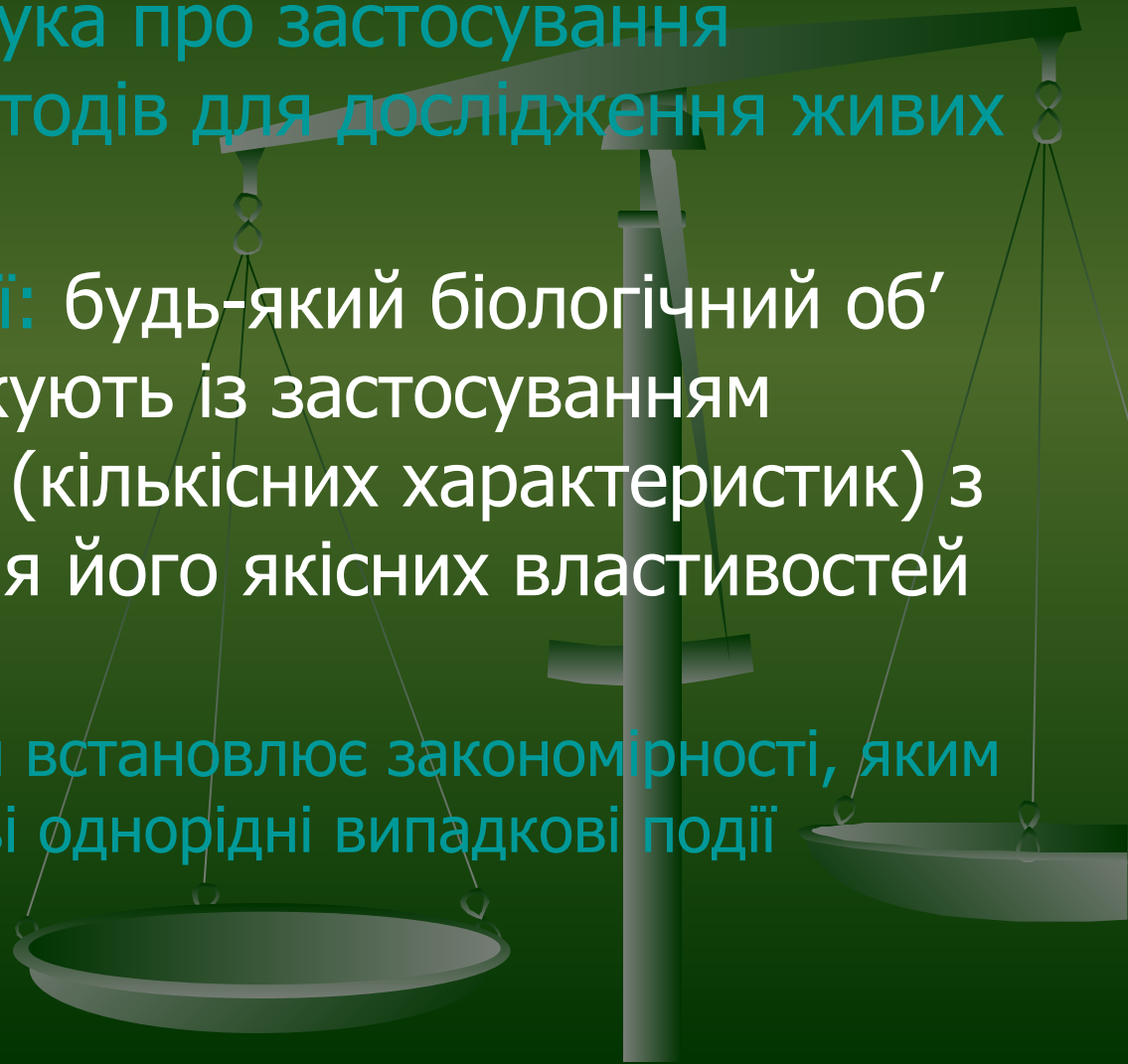
17 сторіччя	Бореллі	Розрахунок руху тварин
18 сторіччя	Реомюр	Визначення математичних законів побудови пчелиних сот
19-20 сторіччя (1899 р)	Гальтон	Введено поняття "біометрії" і розроблені її основи



## 2. Предмет біологічної статистики

### 3. Ймовірність. Значення теорії ймовірностей в біології

- Біометрія – це наука про застосування математичних методів для дослідження живих істот
- Предмет біометрії: будь-який біологічний об'єкт, який досліджують із застосуванням рахунку або міри (кількісних характеристик) з метою визначення його якісних властивостей
- Теорія ймовірностей встановлює закономірності, яким підкорюються масові однорідні випадкові події

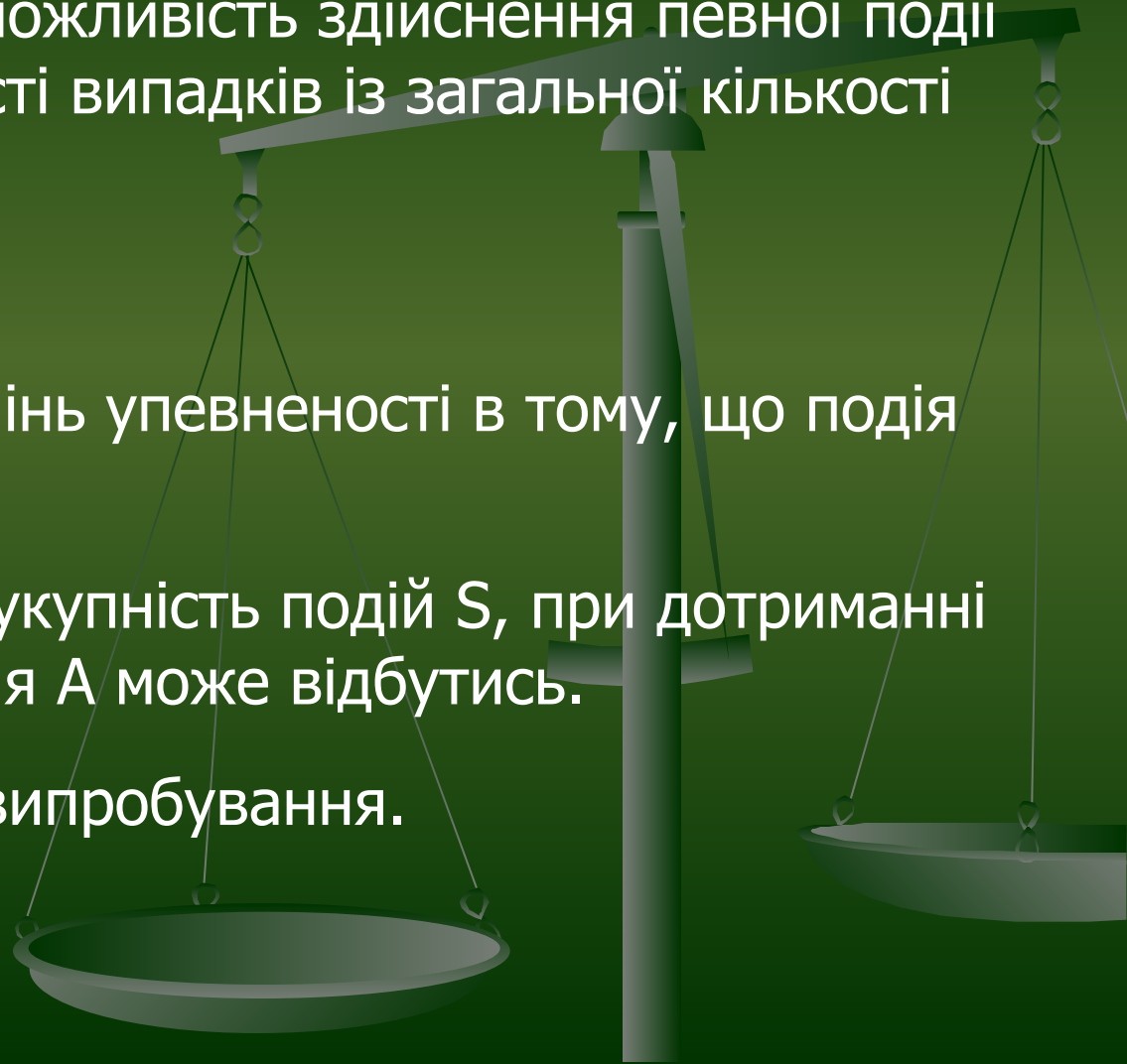


## 4. Основні поняття теорії ймовірностей

- **Ймовірність** – це можливість здійснення певної події у визначеній кількості випадків із загальної кількості можливих;

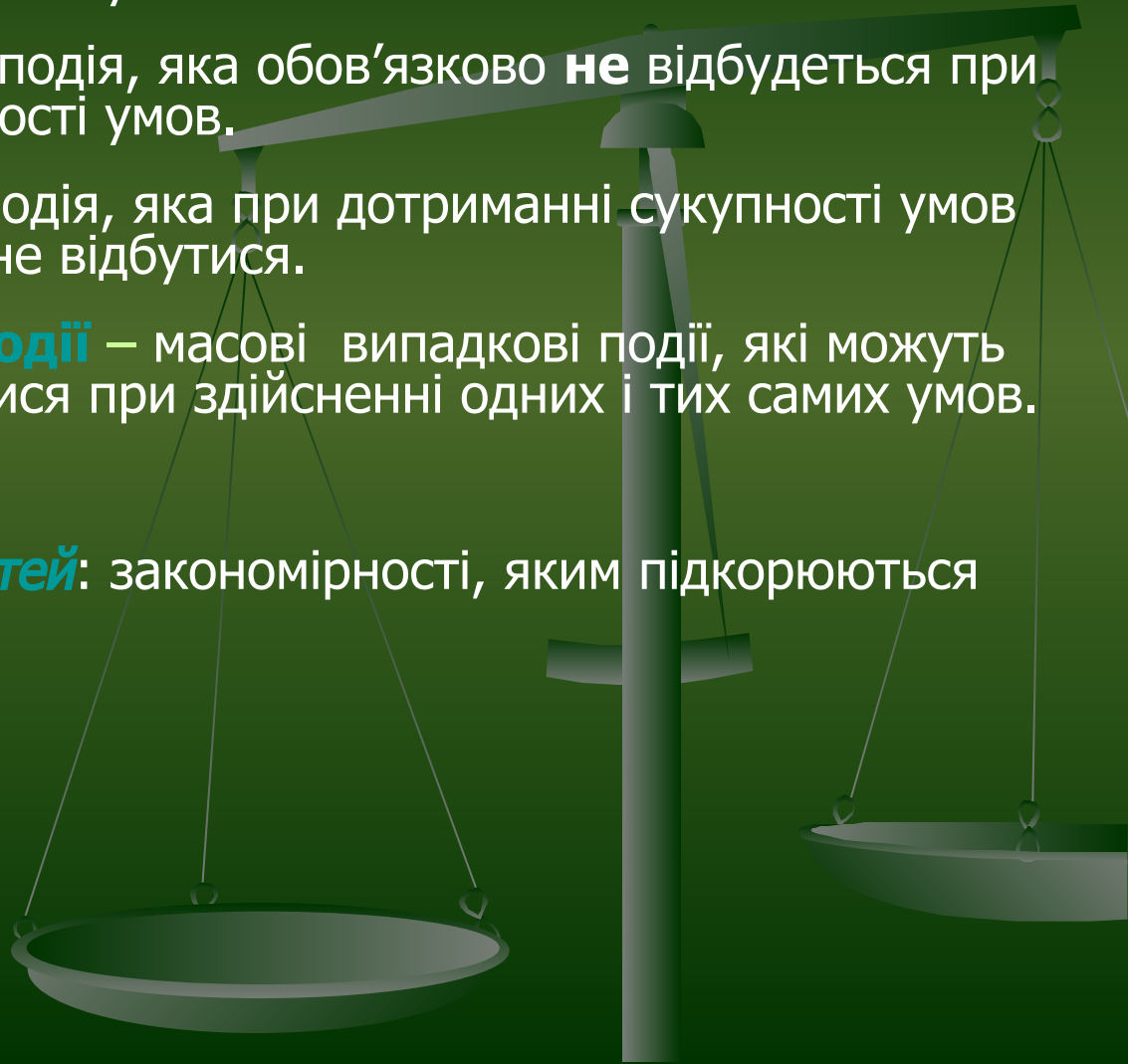
*або:*

- **Ймовірність** – ступінь упевненості в тому, що подія відбудеться
- **Випробування** – сукупність подій  $S$ , при дотриманні яких випадкова подія  $A$  може відбутись.
- **Подія** – результат випробування.



# Класифікація подій

- **Достовірна подія** – це подія, яка обов'язково відбудеться при дотриманні певної сукупності умов.
- **Неможлива подія** – це подія, яка обов'язково **не** відбудеться при дотриманні певної сукупності умов.
- **Випадкова подія** – це подія, яка при дотриманні сукупності умов може або відбутися, або не відбутися.
- **Однорідні випадкові події** – масові випадкові події, які можуть багаторазово спостерігатися при здійсненні одних і тих самих умов.
- **Предмет теорії ймовірностей**: закономірності, яким підкорюються масові випадкові події



# Види випадкових подій:

- **Несумісні події** – це події, коли поява одної з них виключає появу інших подій у одному і тому ж випробуванні
- **Сумісні події** - це події, коли поява одної з них не виключає появу інших подій у одному і тому ж випробуванні
- **Рівноможливі події** – це події, які при дотриманні сукупності умов мають однакові ймовірності відбутися
- **Повна група подій** – сукупність події, коли в результаті випробування з'явилась хоча б одна з групи подій

## Наслідки:

- \* поява хоча б однієї події з повної групи подій є вірогідна подія,
- \* коли події, які утворюють повну групу є попарно несумісні, то у результаті випробування з'явиться одна і тільки одна з цих подій

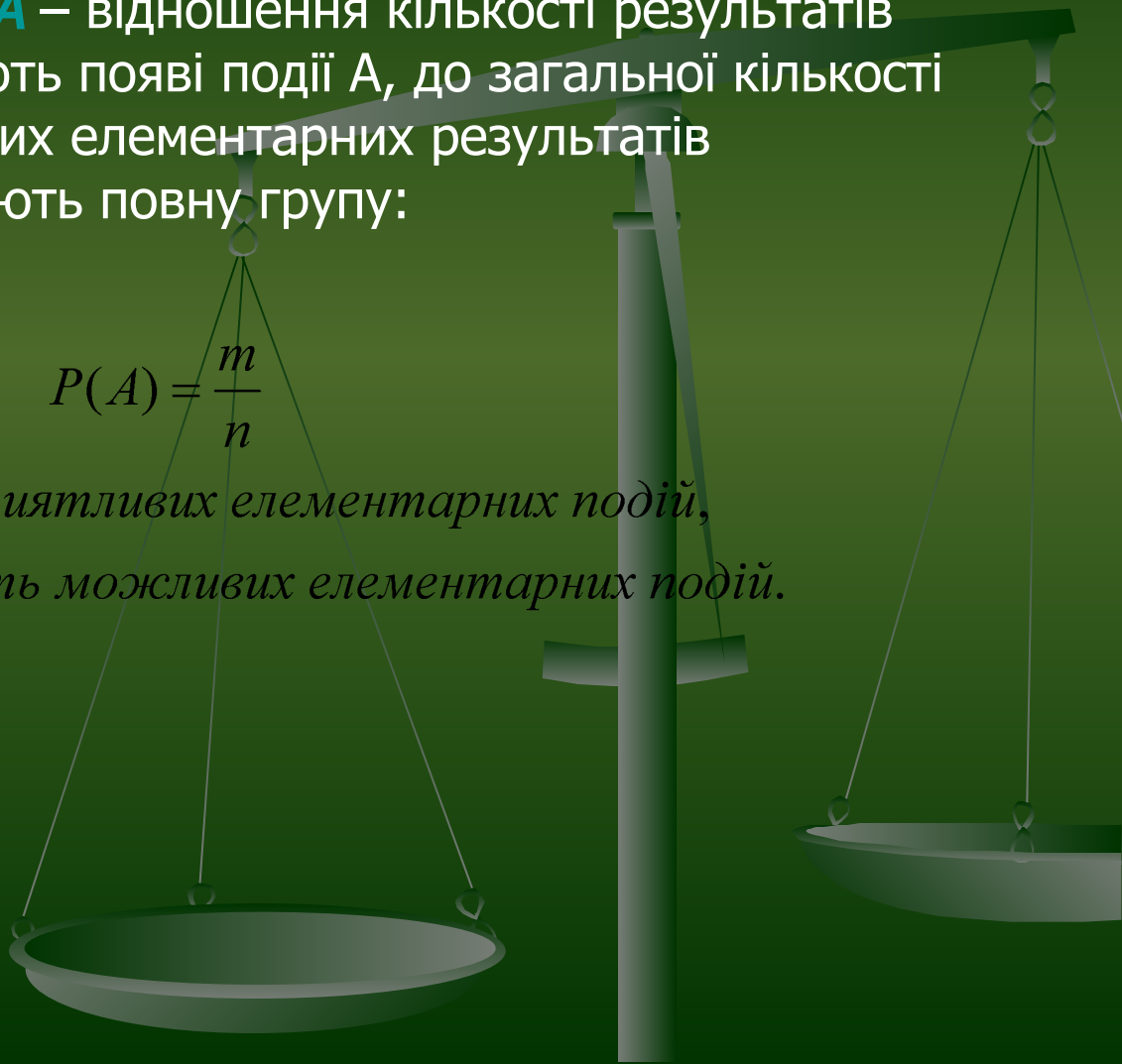
# Класичне визначення ймовірності

- **Ймовірність появи події  $A$**  – відношення кількості результатів випробувань, які сприяють появі події  $A$ , до загальної кількості рівноможливих несумісних елементарних результатів випробувань, що формують повну групу:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

*$m$  – кількість сприятливих елементарних подій,*

*$n$  – загальна кількість можливих елементарних подій.*



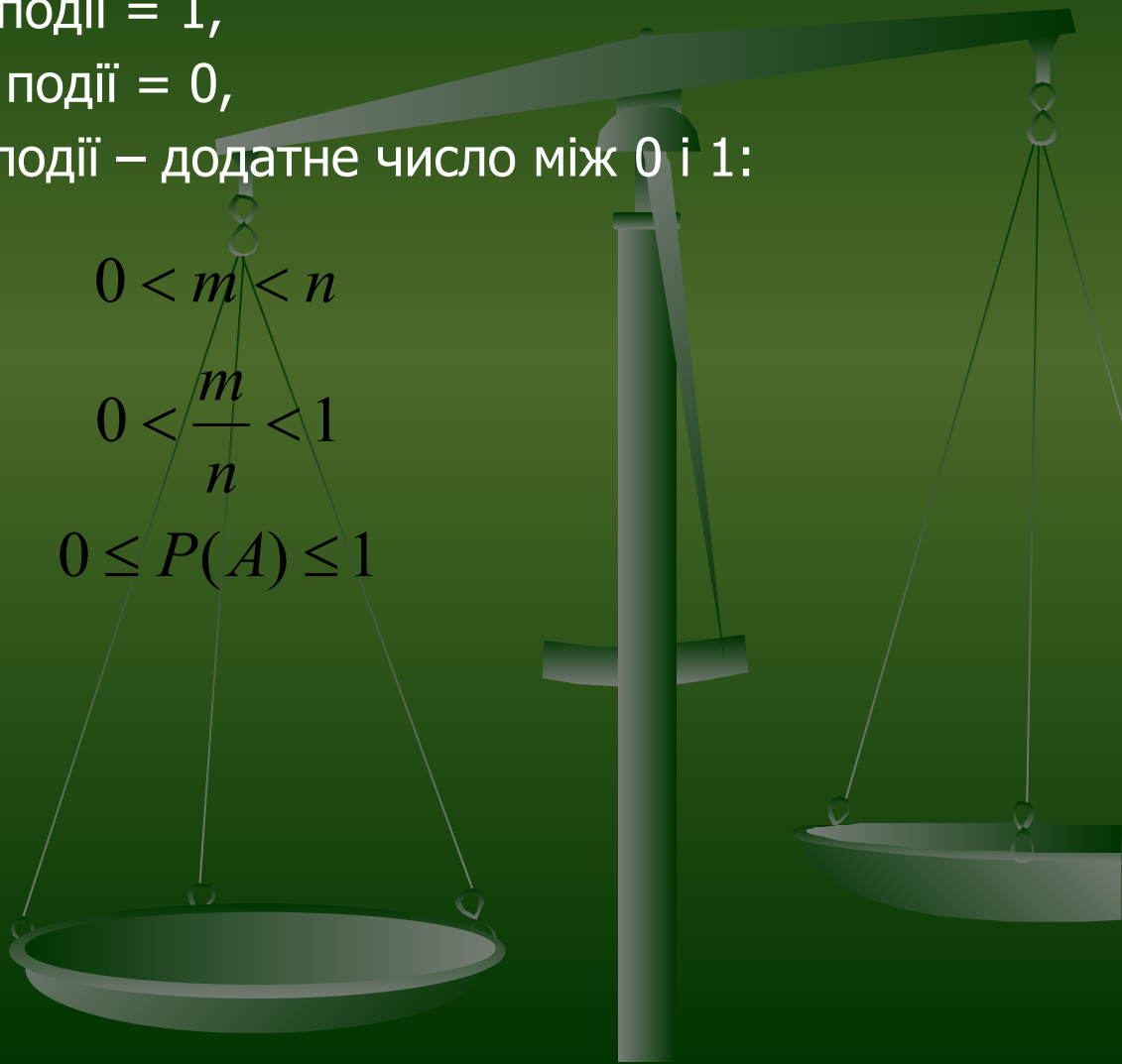
# Властивості ймовірності:

- Ймовірність достовірної події = 1,
- Ймовірність неможливої події = 0,
- Ймовірність випадкової події – додатне число між 0 і 1:

$$0 < m < n$$

$$0 < \frac{m}{n} < 1$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$





# Формули комбінаторики

- **Комбінаторика** – розділ теорії ймовірностей, який досліджує кількості комбінацій, які при виконанні певних умов можна скласти з елементів (будь-якої природи) заданої множини

- **Переставлення** – комбінації, які можна сформуванати з одних і тих же  $n$  елементів, що відрізняються порядком розташування елементів:

$$P_n = n!$$

- **Розміщення** – комбінації, складені з  $n$  різних елементів по  $m$ , які відрізняються або порядком, або складом елементів:

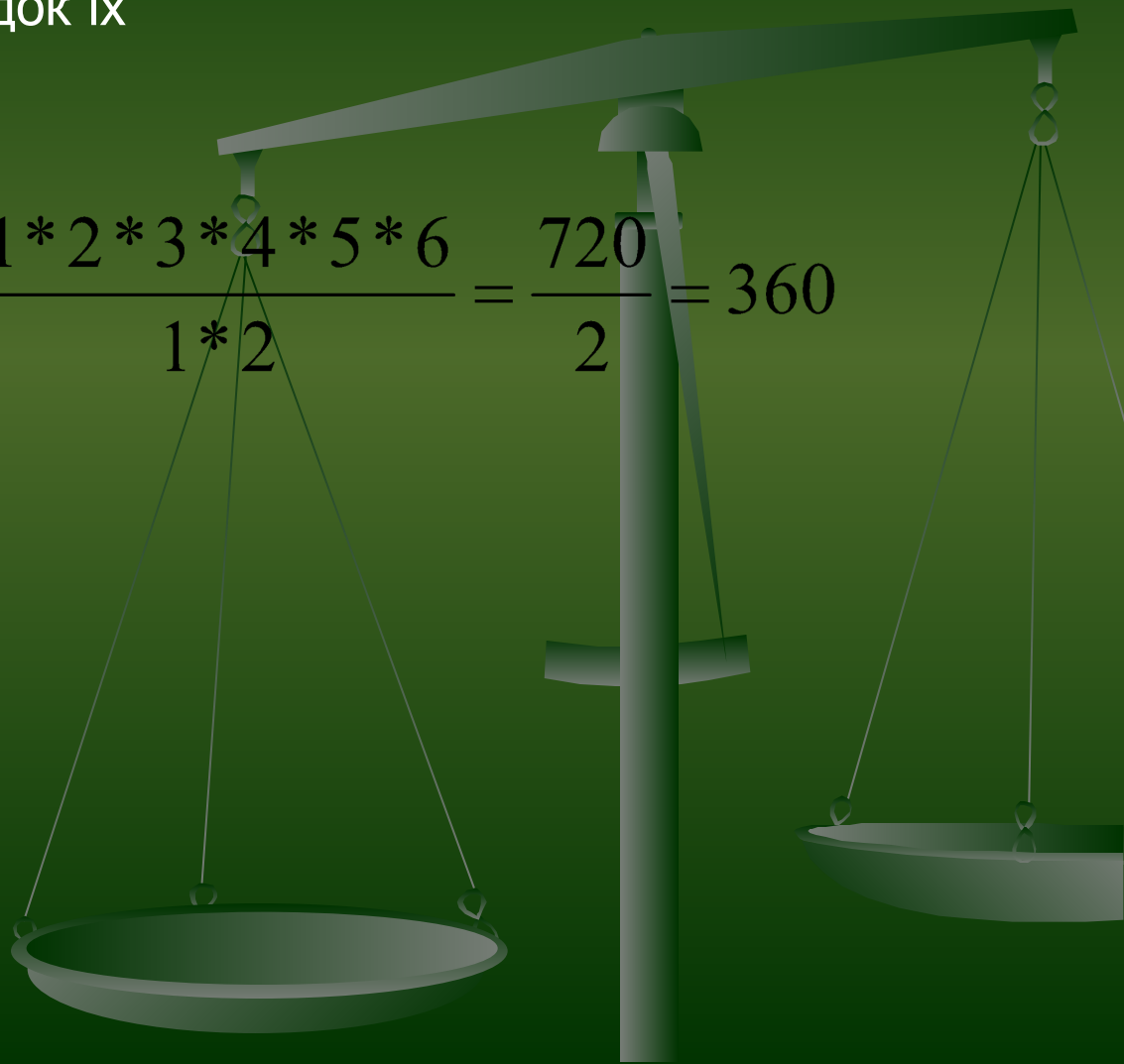
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

- **NB!:** формула розміщень, коли ( $m = n$ ), перетворюється в формулу переставлень:

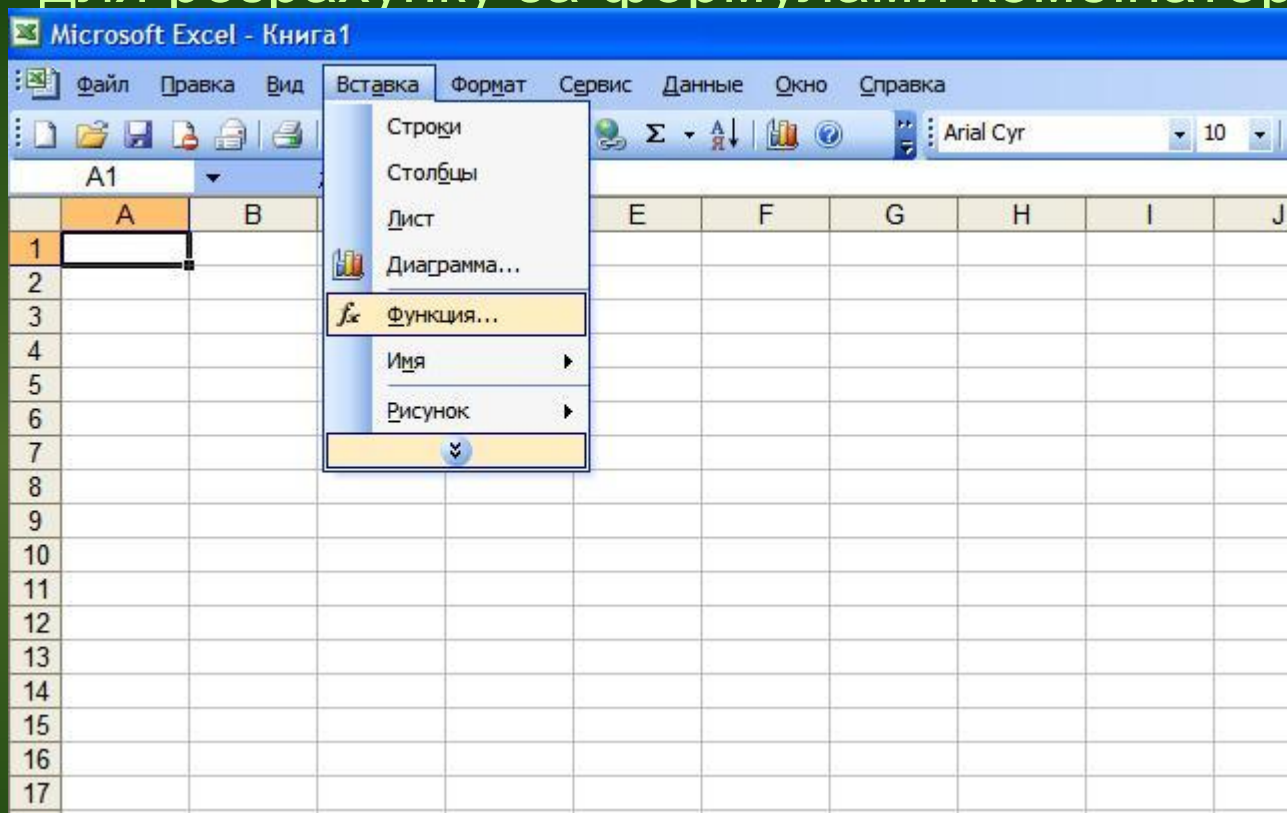
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

- **Приклад:**
- Скільки тетрамерів можна скласти з 6 амінокислот, коли важливий не тільки склад, але і порядок їх розташування?

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{1*2*3*4*5*6}{1*2} = \frac{720}{2} = 360$$



# Застосування електронних таблиць Microsoft Excel для розрахунку за формулами комбінаторики:



Використовуємо  
Майстер функцій



(категорії функцій  
або Статистичні,  
або Математичні)

# Вибір категорії функцій:

Microsoft Excel - Книга 1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

A1 X ✓ fx =

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

A B C D E F G H I J K

1 =

Мастер функций - шаг 1 из 2

Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: 10 недавно использовавшихся

Выберите функцию:

- 10 недавно использовавшихся
- Полный алфавитный перечень
- Финансовые
- Дата и время
- Математические**
- Статистические
- Ссылки и массивы
- Работа с базой данных
- Текстовые
- Логические
- Проверка свойств и значений
- Инженерные

**СРЗНАЧ**

EXP

СТАНДОТК

ДИСП

ABS

ЭКСС

СУММ

**СРЗНАЧ(числ; [числа1]; [числа2]; ...)**

Возвращает среднее арифметическое значение чисел, которые могут быть числами или именами, массивами или ссылками на ячейки с числами.

Справка по этой функции

OK Отмена

# Переставлення і розміщення (категорія Статистичні функція ПЕРЕСТ,):

Необхідно вказати

Число  $n$

Вибране\_число  $m$

Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

ПЕРЕСТ   = =ПЕРЕСТ(6;2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	ПЕРЕСТ(6;2)											
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												

ПЕРЕСТ

Число  = 6

Выбранное\_число  = 2

= 30

Возвращает количество перестановок для заданного числа объектов.

Выбранное\_число целое число, задающее количество объектов в каждой перестановке.

Значение: 30

OK Отмена

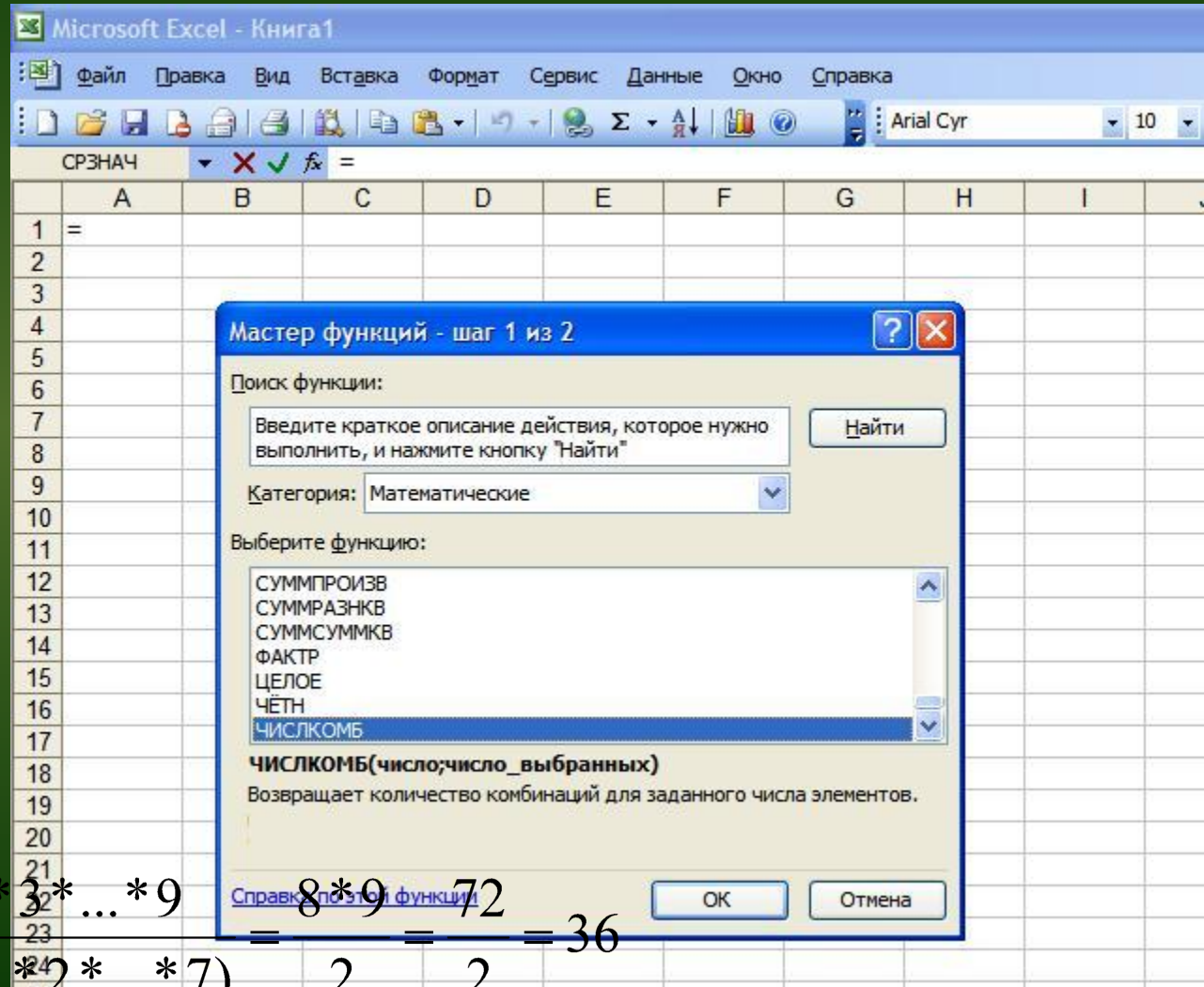
- **Сполучення** – комбінації з  $n$  різних елементів по  $m$ , які відрізняються складом елементів:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

**Приклад:**

Скількома способами можна витягти 2 мишей з клітки, де сидять 9 мишей?

$$C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 7)} = \frac{8 \cdot 9}{2 \cdot 2} = 36$$



# Сполучення: ЧИСЛКОМБ(число; число\_вибраних)

Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

ЧИСЛКОМБ  $\times$   $\checkmark$   $f_x$  =ЧИСЛКОМБ(9;2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	МБ(9;2)										
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											

**Аргументы функции**

ЧИСЛКОМБ

Число 9 = 9

Число\_выбранных 2 = 2

= 36

Возвращает количество комбинаций для заданного числа элементов.

Число\_выбранных число элементов в каждой комбинации.

[Справка по этой функции](#)      Значение: 36



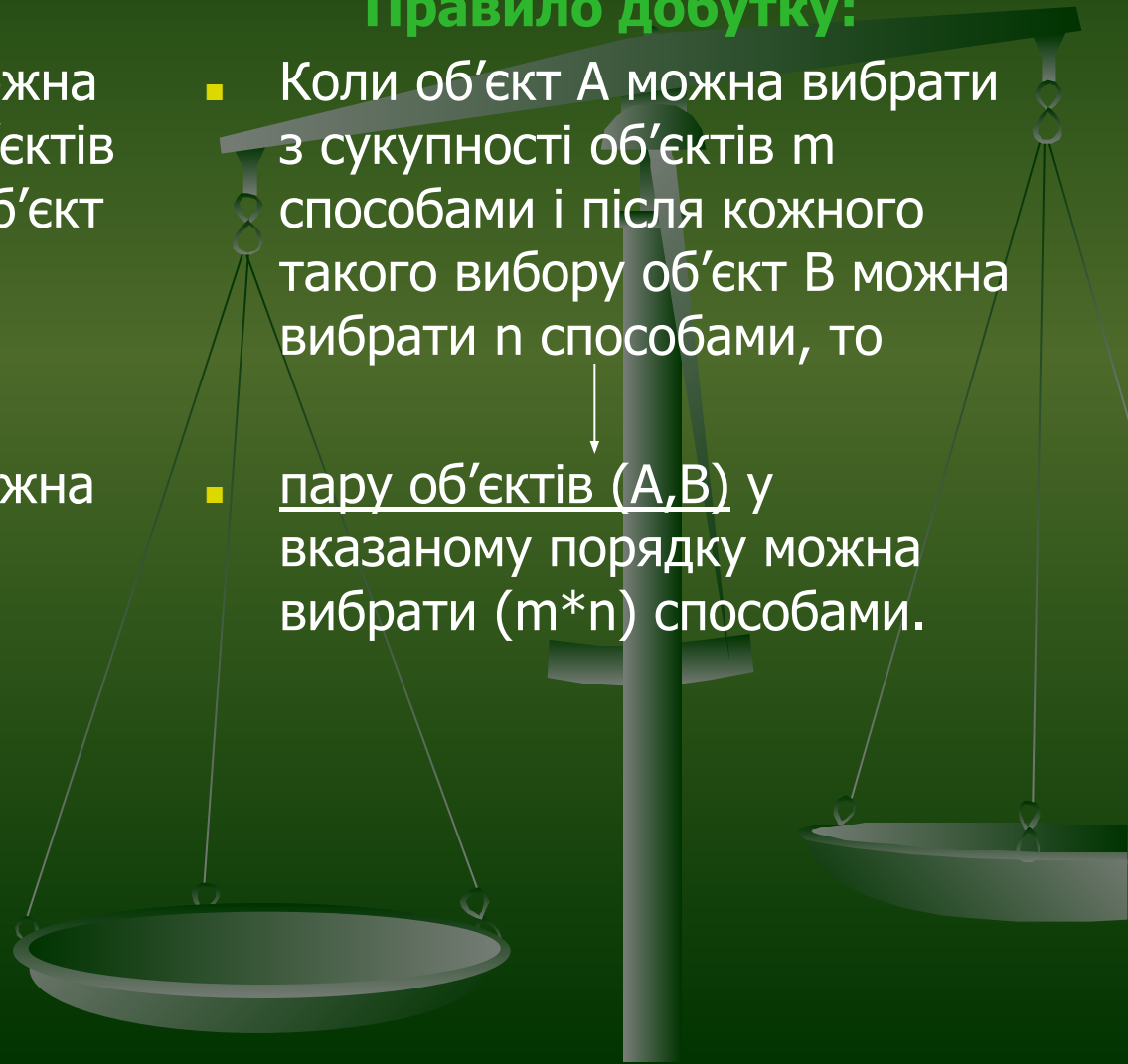
## до формул комбінаторики:

### Правило суми:

- Коли деякий об'єкт А можна вибрати з сукупності об'єктів  $m$  способами, а інший об'єкт В можна вибрати з неї  $n$  способами, то
- вибрати або А, або В можна  $(m+n)$  способами.

### Правило добутку:

- Коли об'єкт А можна вибрати з сукупності об'єктів  $m$  способами і після кожного такого вибору об'єкт В можна вибрати  $n$  способами, то
- пару об'єктів (А,В) у вказаному порядку можна вибрати  $(m*n)$  способами.





## Приклад:

- У клітці сидять 5 мишей: 3 чорні та 2 білі. Дослідник наудачу бере 2 миші. Яка ймовірність, що серед них будуть такі миші:  
а) одна чорна і одна біла,  
б) дві чорні



**Розв'язок:** загальна формула, яку ми використаємо – формула класичного визначення ймовірності:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

*Попередні міркування:*  $n$  нам немає різниці, у якому порядку будуть діставати мишей (тобто як би на мишах були номери, то номер витягнутої миші та порядок появи цього номера не мав би значення – головне це колір), тоді у всіх варіантах використовуємо як базову – формулу сполучень:

а)

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_3^1 \cdot C_2^1}{C_5^2}$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

$$C_3^1 = \frac{3!}{1! \cdot (3-1)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 3$$

$$C_2^1 = \frac{2!}{1! \cdot (2-1)!} = \frac{1 \cdot 2}{1} = 2$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{120}{12} = 10$$

$$P(A) = \frac{3 \cdot 2}{10} = 0,6$$

- Аналогічно для завдання б) :

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_3^2 \cdot C_2^0}{C_5^2}$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot (3-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 3$$

$$C_2^0 = \frac{2!}{0! \cdot (2-0)!} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 1$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{120}{12} = 10$$

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$

