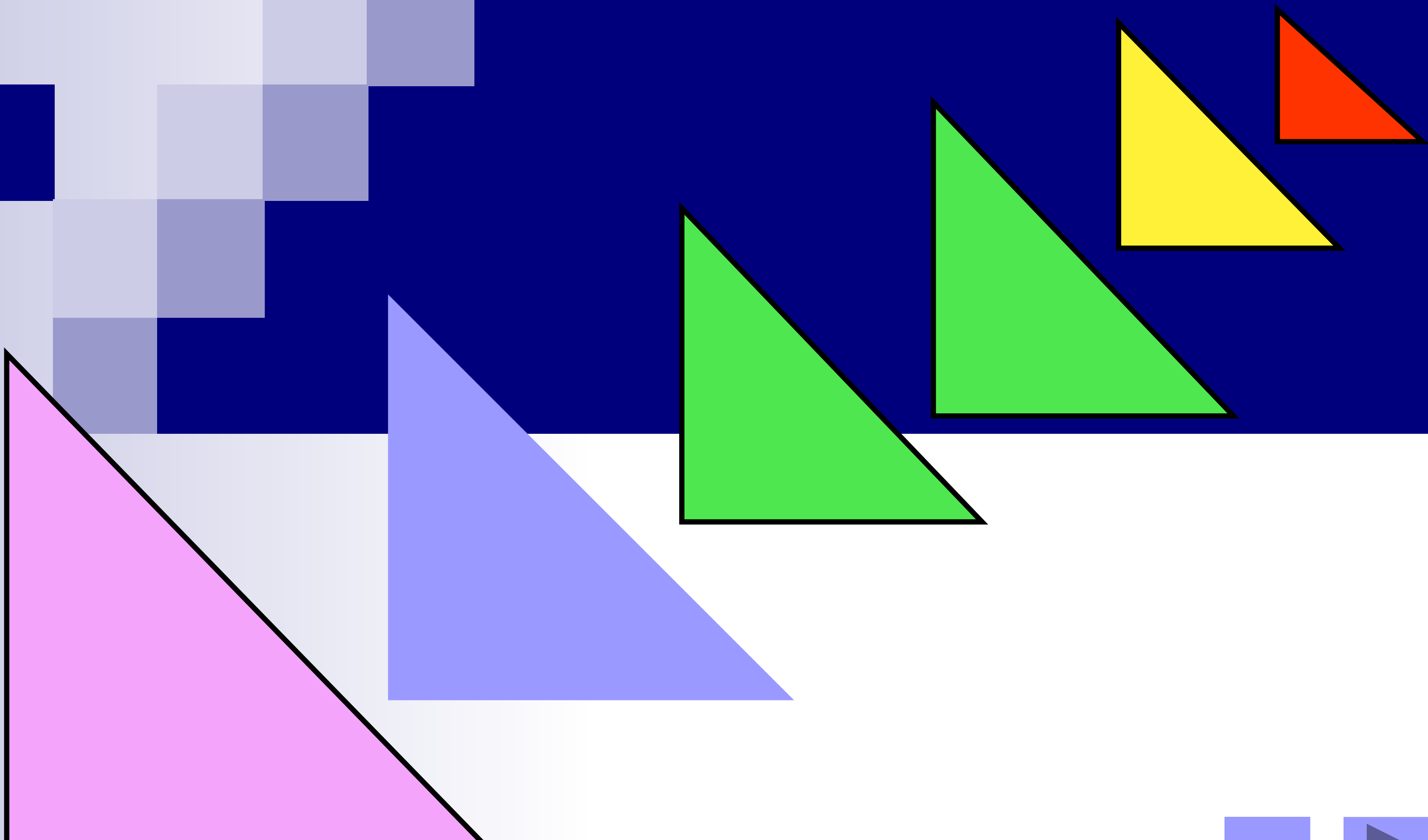
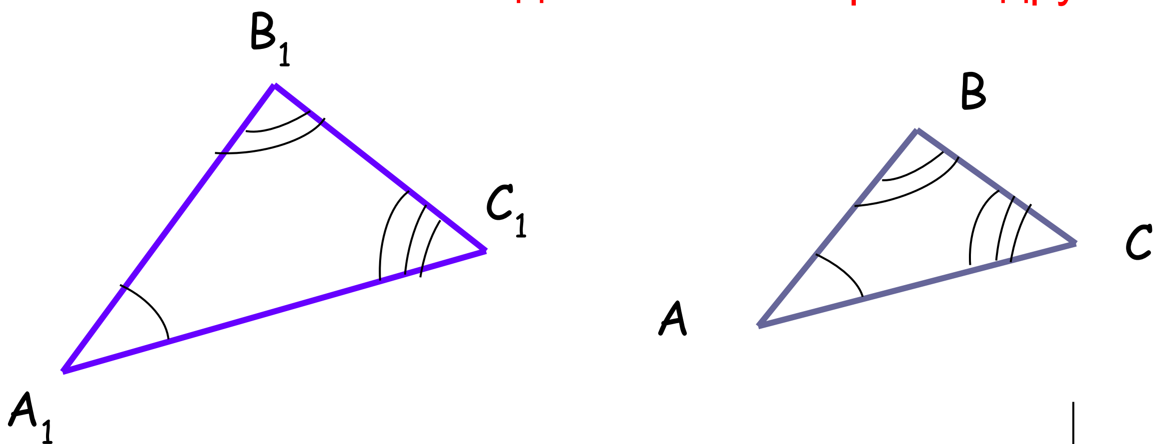
Второй признак подобия треугольников



Вспомним подобные треугольники:

Определение: треугольники называются подобными, если углы одного треугольника равны углам другого треугольника и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$\angle A_1 = \angle A, \ \angle B_1 = \angle B, \ \angle C_1 = \angle C$

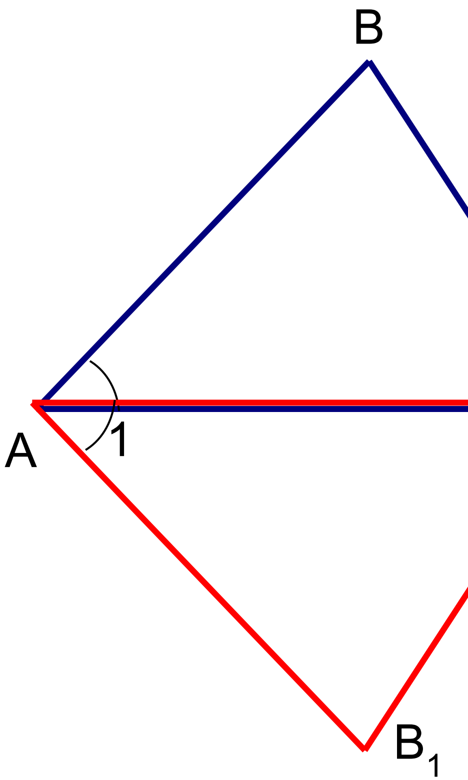
$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$

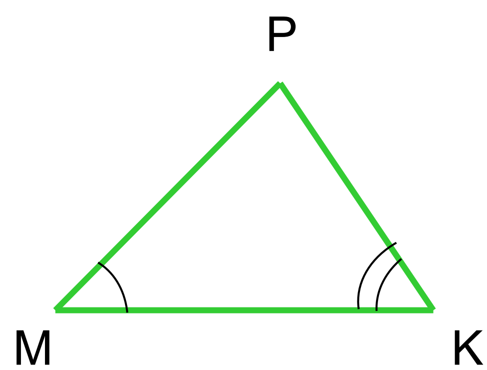
$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$

K – коэффициент подобия

Сходственными сторонами в подобных треугольниках называются стороны, лежащие против равных углов.

Теорема. **Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.**





Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle MPK$,

$\angle A = \angle M$,

$$\frac{AB}{MP} = \frac{AC}{MK}$$

Доказать:

$\triangle ABC \sim \triangle MPK$.

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle AB_1C$, у которого $\angle 1 = \angle M$, $\angle 2 = \angle K$,

тогда $\triangle AB_1C$ и $\triangle MPK$ по двум углам подобны.

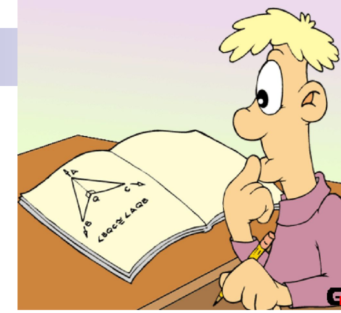
Значит, $\frac{AB_1}{MP} = \frac{AC}{MK}$, а по условию $\frac{AB}{MP} = \frac{AC}{MK}$

Следовательно, $AB_1 = AB$. $\triangle ABC = \triangle AB_1C$ по двум сторонам и углу между ними.

Значит, $\angle ACB = \angle 2$, а т. к. $\angle 2 = \angle K$, то и $\angle ACB = \angle K$.

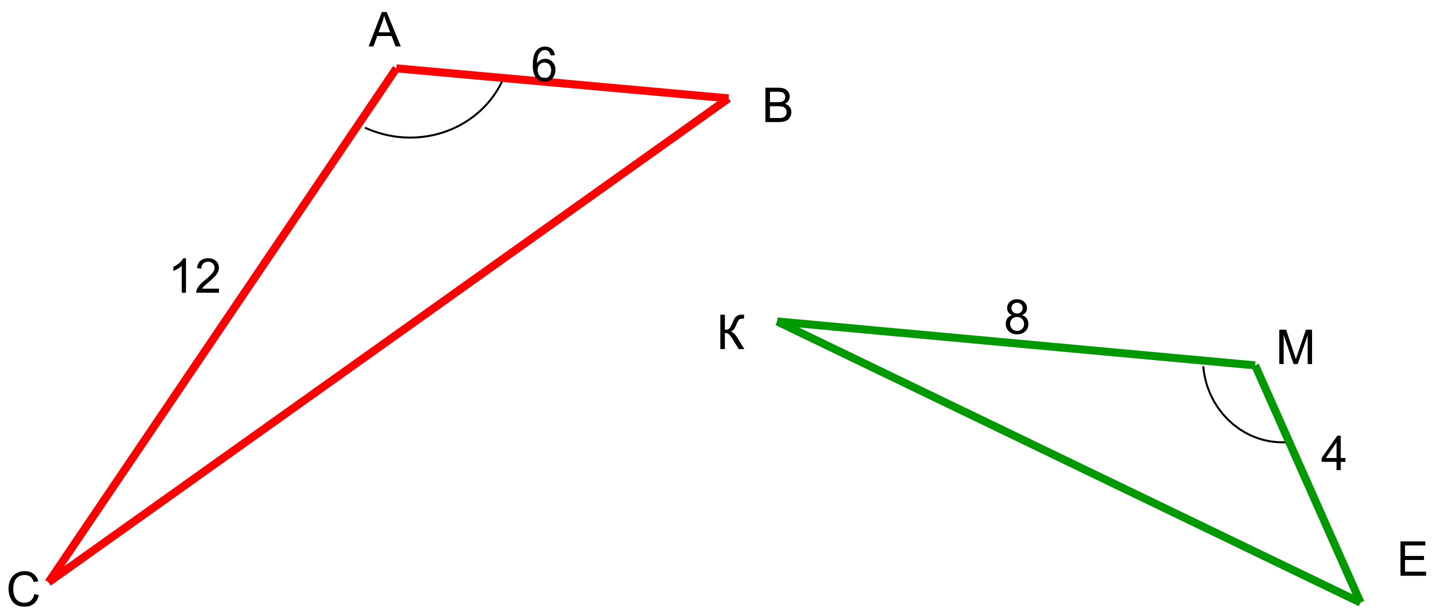
А по условию и $\angle A = \angle M$, значит, по двум углам $\triangle ABC$ и $\triangle MPK$ подобны.

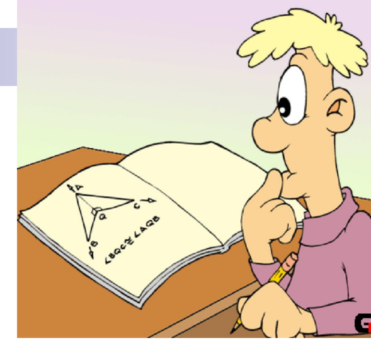
Реши задачу



1.

Являются ли треугольники подобными ?

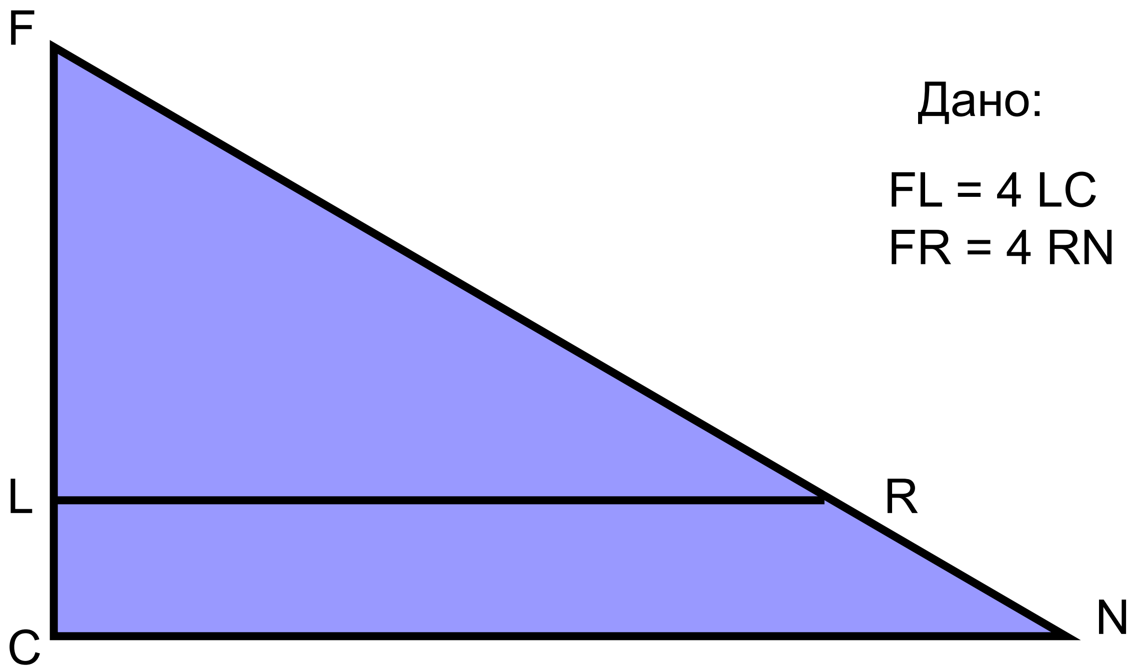




Реши задачу

2.

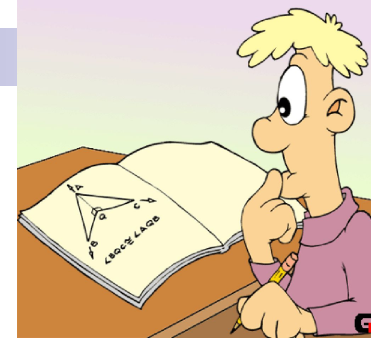
Являются ли треугольники подобными ?



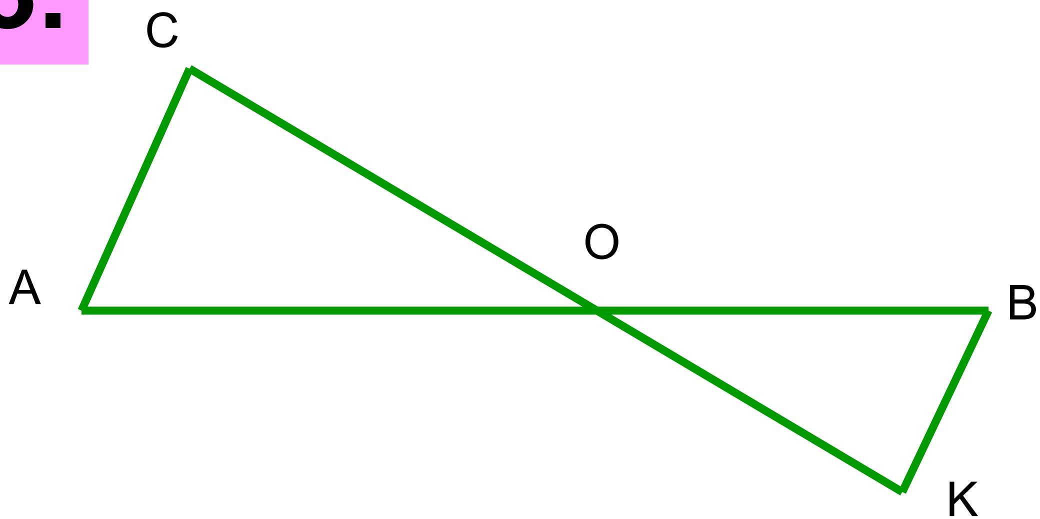
Дано:

FL = 4 LC
FR = 4 RN

Реши задачу



3.

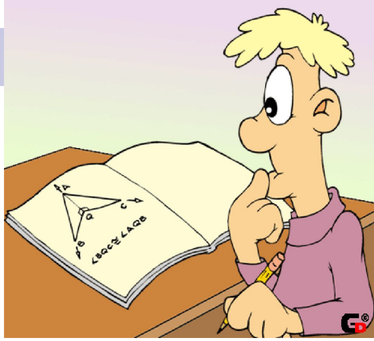


Дано: $\dfrac{AO}{BO} = \dfrac{OC}{OK}$

Доказать: $\angle C = \angle K$.

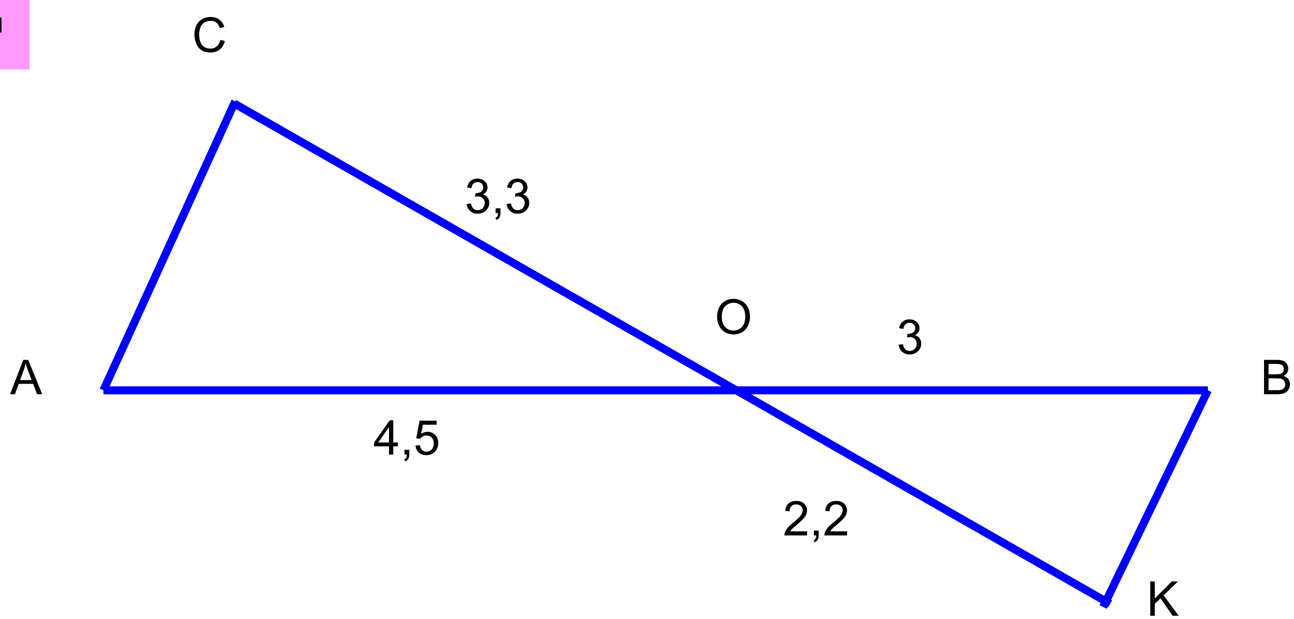
Приложение: равенство в условии можно записать ещё тремя равенствами:

$$\frac{BO}{AO} = \frac{OK}{OC} \qquad \frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OK} \qquad \frac{OC}{AO} = \frac{OK}{BO}$$



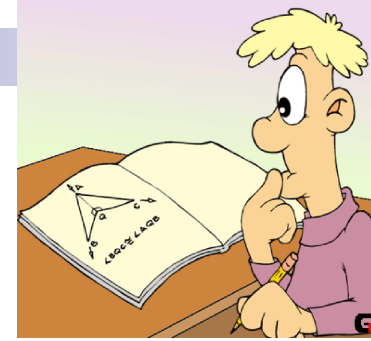
Реши задачу

4.

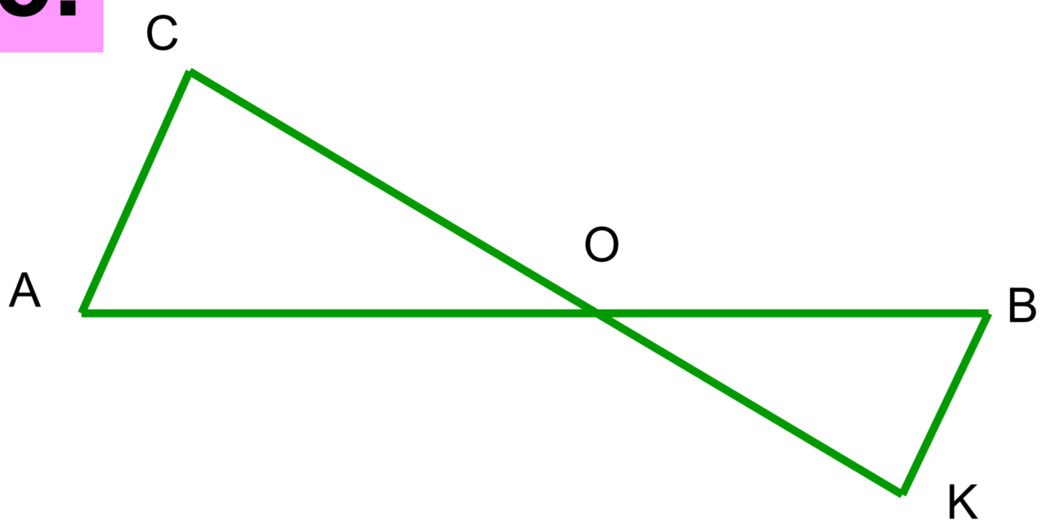


Доказать: AC || BK.

Реши задачу



5.

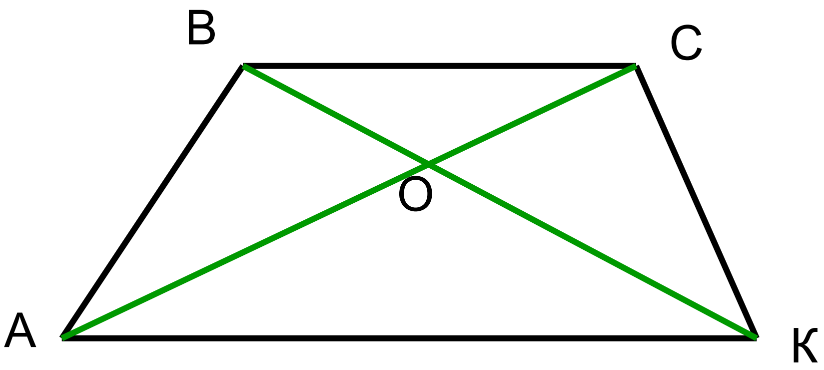


Дано: $\frac{AO}{BO} = \frac{OC}{OK} = 1,5,$

$BK = 8$ см.

Найти: AC.

Решение задачи



Дано: OC = 5см, OB = 6 см,
OA = 15 см, OK = 18 см.

Доказать: ABCK – трапеция.
Найти: $S_{AOK} : S_{COB}$.

Решение:

Рассмотрим $\triangle AOK$ и $\triangle COB$, $\angle AOK = \angle BOC$ по свойству вертикальных углов.

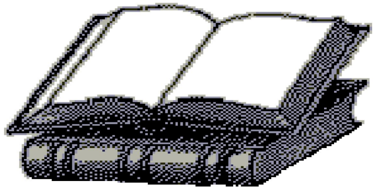
$\frac{15}{5} = \frac{18}{6} = 3$, значит, $\frac{OA}{OC} = \frac{OK}{OB} = 3$. Значит, $\triangle AOK$ и $\triangle COB$ подобны по второму признаку подобия, коэффициент подобия $k = 3$.

По теореме об отношении площадей подобных треугольников $S_{AOK} : S_{COB} = k^2$

Следовательно, $S_{AOK} : S_{COB} = 3^2 = 9$.

Из подобия треугольников следует, что $\angle OAK = \angle OCB$, а они – накрест лежащие при прямых AK и BC (секущая AC), значит, $AK \parallel BC$, следовательно, ABCK – трапеция.

Ответ: 9



Желаю успехов в учёбе!

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.