

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ МОРДОВИЯ  
МОУ «ИНСАРСКАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №1»

*Конкурс научно – исследовательских работ  
«Интеллектуальное будущее Мордовии»*

*Секция: математика*

# ВВЕДЕНИЕ В МИР ФРАКТАЛОВ

Автор работы: ЯМАШКИН ПАВЕЛ,

Научный руководитель: Чудаева Е. В.,

учитель математики

# ЦЕЛЬ РАБОТЫ

исследование и изучение основ фрактальной теории, знакомство с математическим обоснованием графической интерпретации фрактальных образов

# МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ

- Анализ литературы по теме исследования,
- Изучение фракталов различного вида,
- Разработать классификацию фракталов,
- Собрать коллекцию фрактальных образов.

# ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ

История появления

Определение фрактала

Примеры фракталов

Классификация фракталов

Применение фракталов

Фракталы в природе

Заключение



# ПОНЯТИЕ ФРАКТАЛА

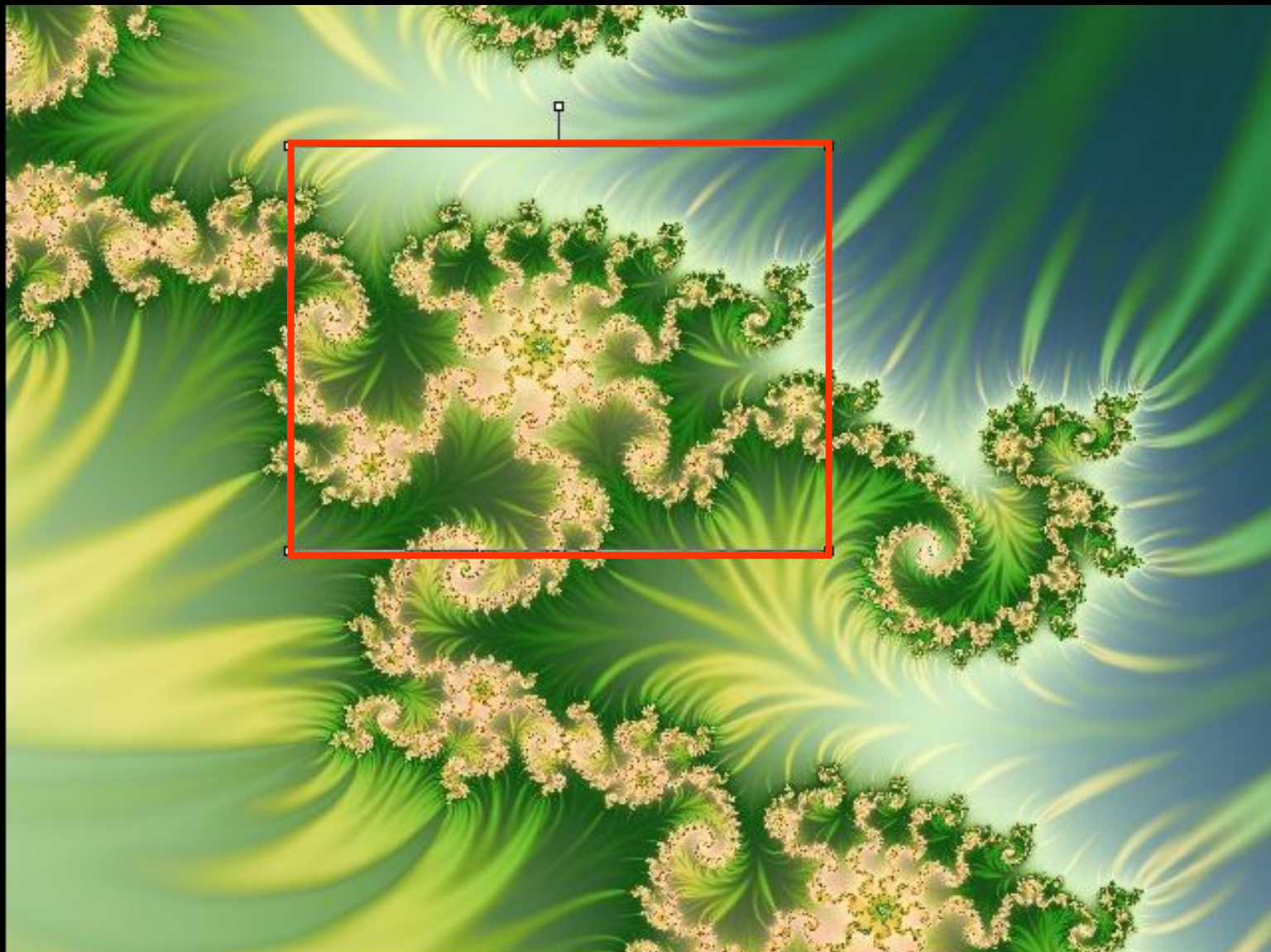
□ Фрактал - геометрическая фигура, состоящая из частей, которые могут быть поделены на части, каждая из которых будет представлять уменьшенную копию целого.

□ *Fractal* от латинского слова *fractus*, означает разбитый (поделенный на части).

□ Основное свойство фракталов: **самоподобие**, в самом простом случае небольшая часть фрактала содержит информацию о всем фрактале.

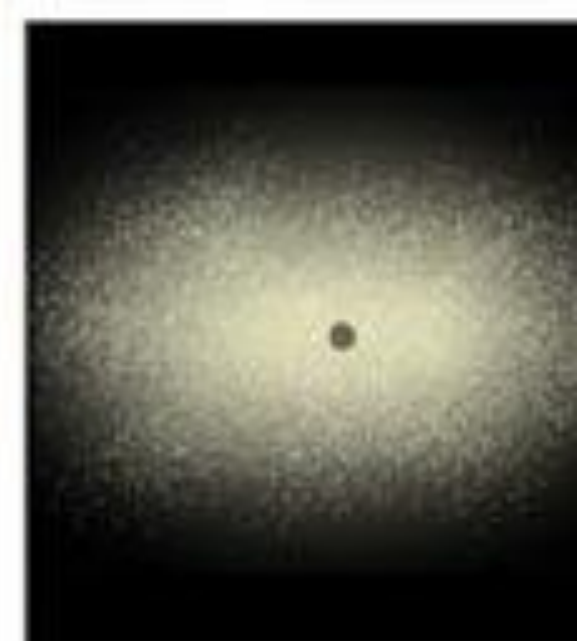








# ФРАКТАЛЫ В ПРИРОДЕ





# КЛАССИФИКАЦИЯ ФРАКТАЛОВ



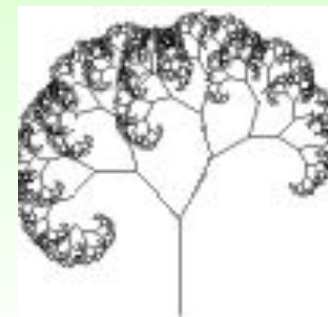
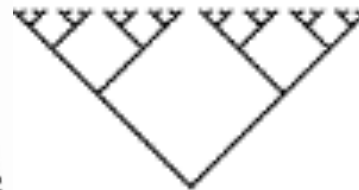
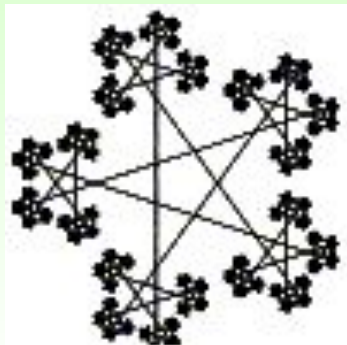
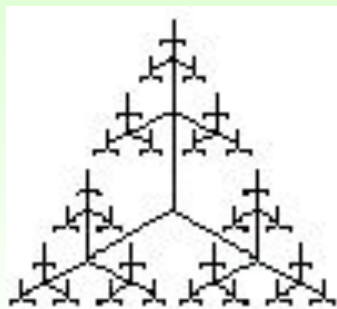
ФРАКТАЛЫ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ

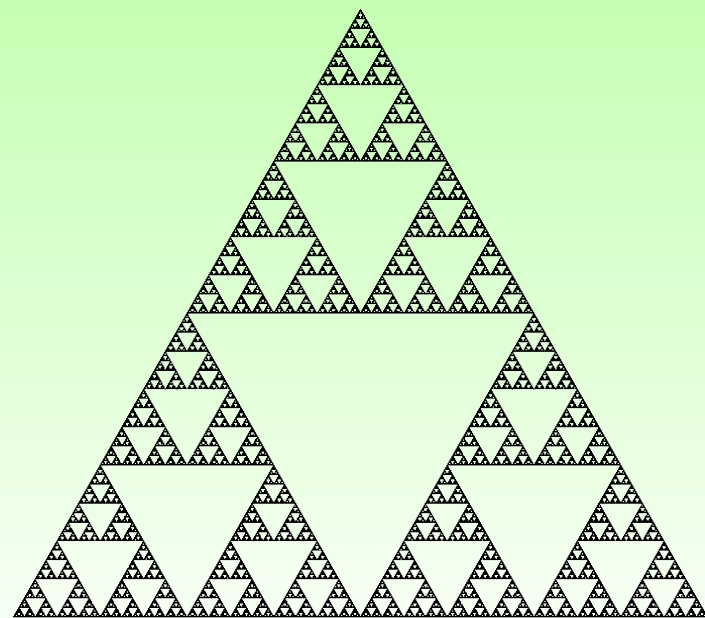
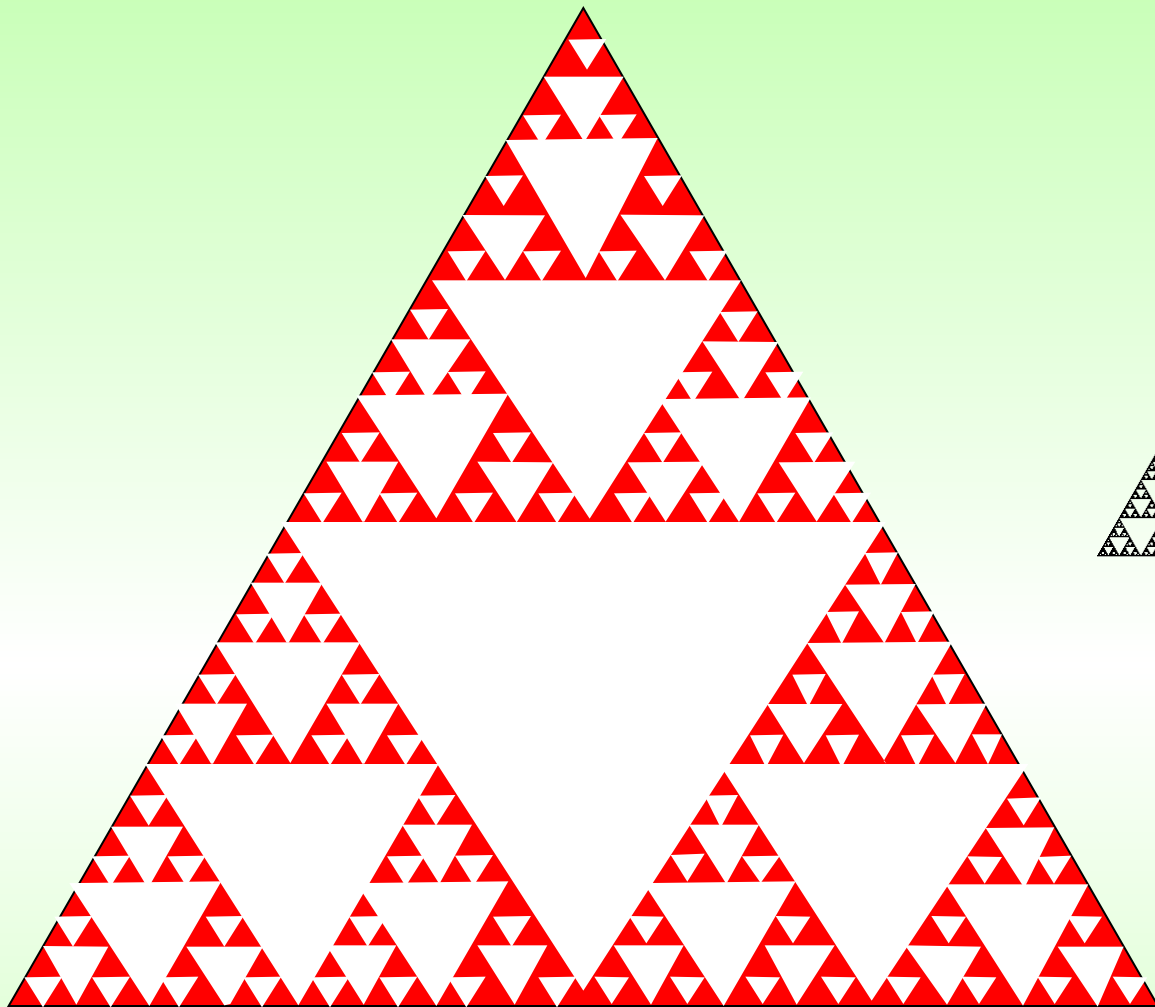
АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ

СТОХАСТИЧЕСКИЕ

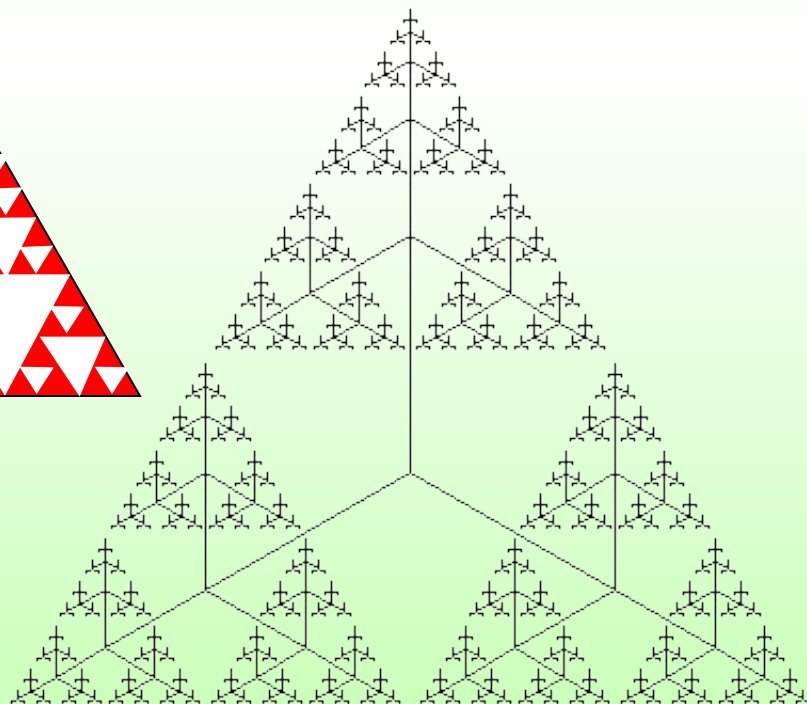
# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

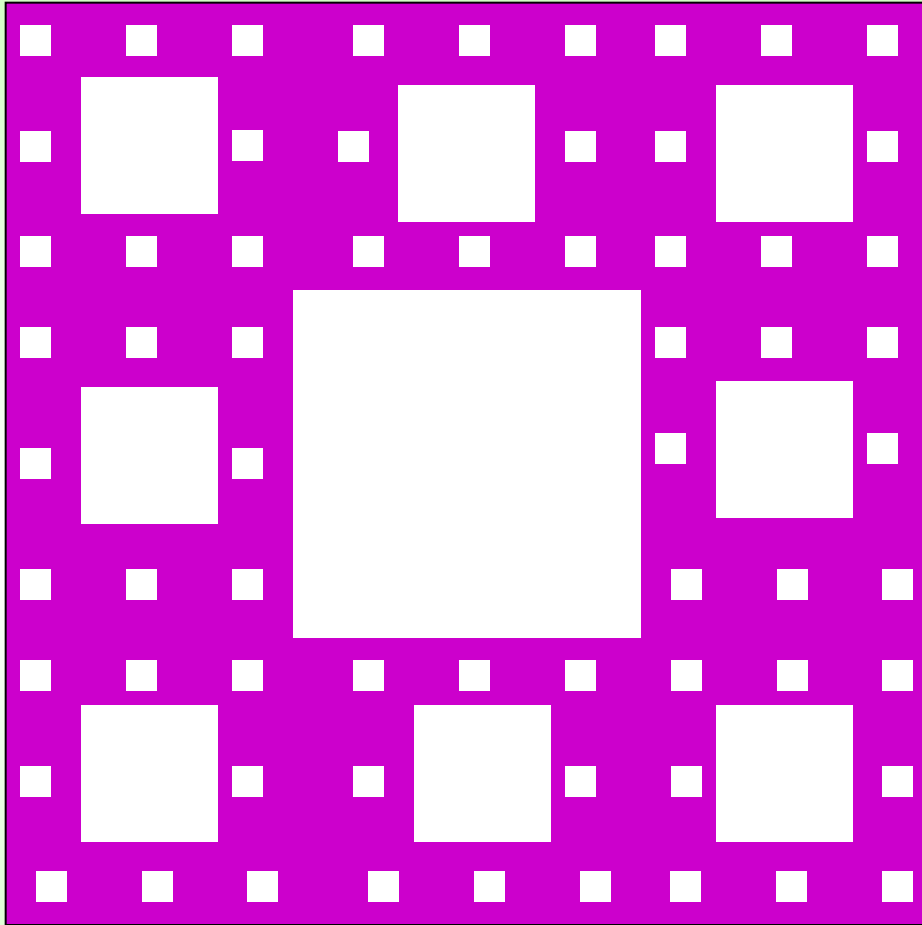


- Это «функции - монстры», которых так называли за недифференцируемость в каждой точке.
- Геометрические фракталы являются также самыми наглядными, т.к. сразу видна самоподобность.
- Для построения геометрических фракталов характерно задание «основы» и «фрагмента», повторяющегося при каждом уменьшении масштаба.

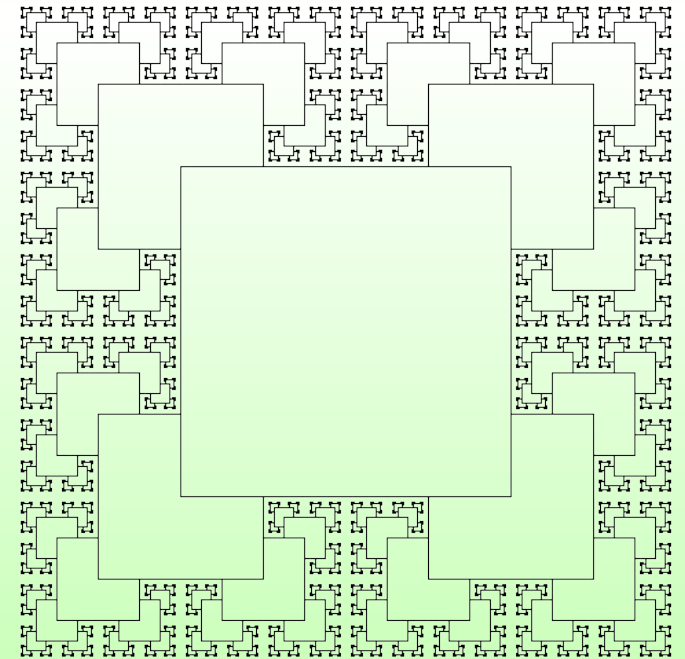
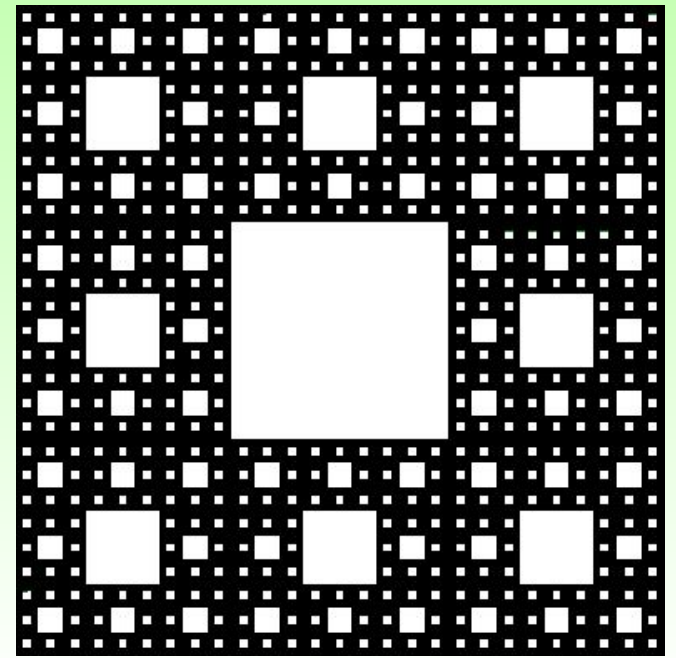


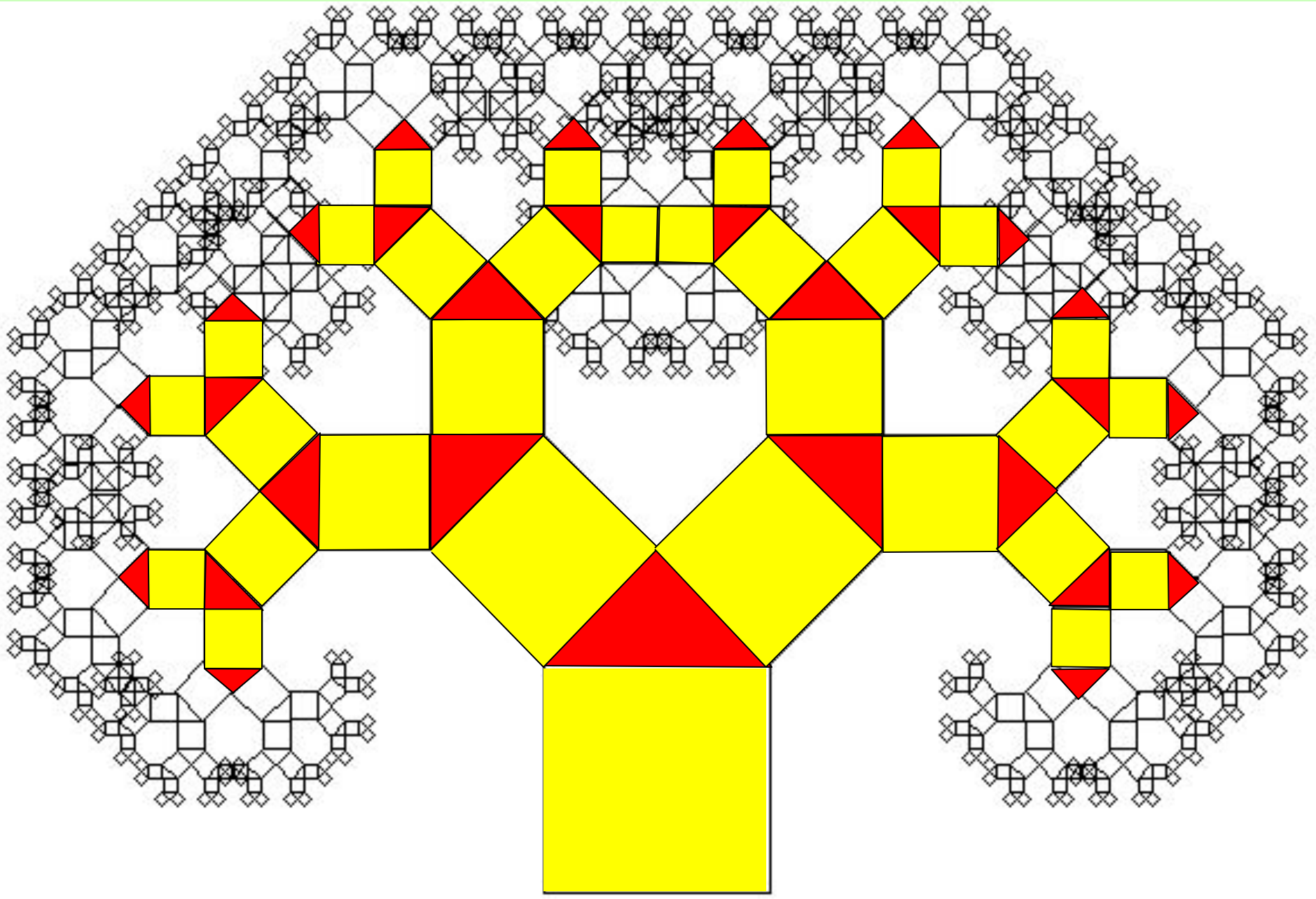
**Треугольник  
Серпинского**

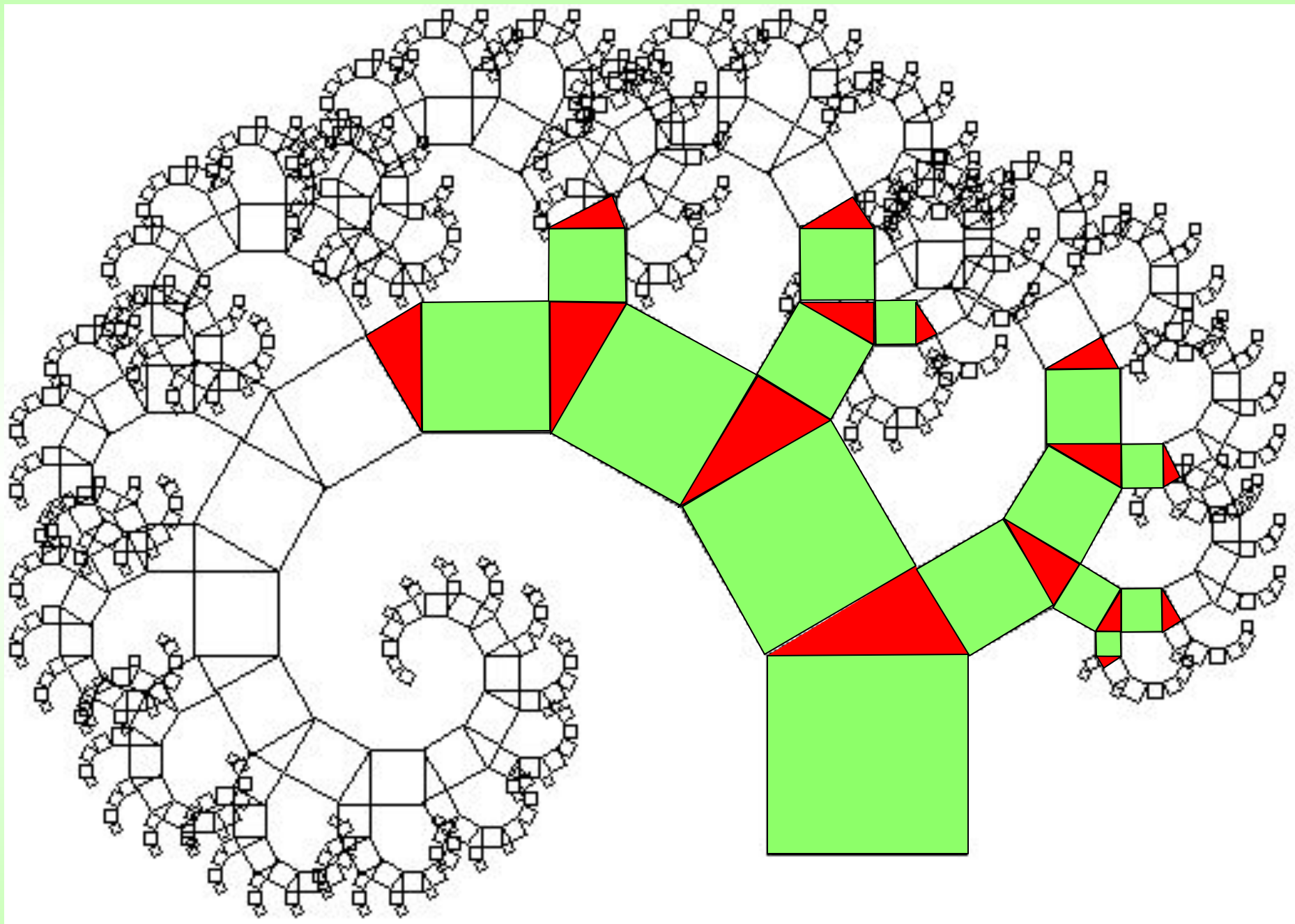




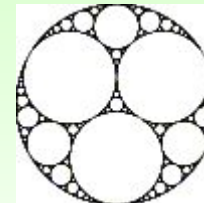
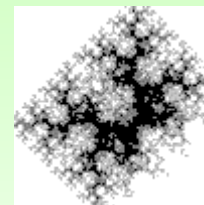
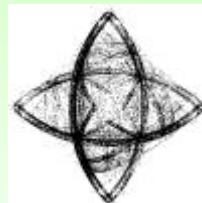
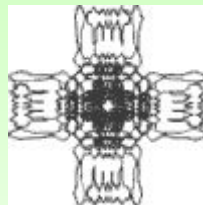
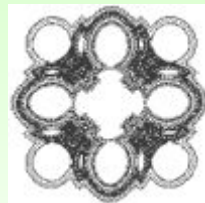
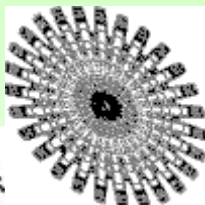
ковер  
Серпинского







# АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ



- Это фракталы, которые можно построить, используя простые алгебраические формулы.
- Получают их с помощью нелинейных процессов в  $n$ -мерных пространствах.
- Самыми известными из них являются множества Мандельброта и Жюлиа, Бассейны Ньютона

# Множество Жюлиа

Цвет каждой точки зависит от того, сколько итераций комплексной функции

$$f(z) = a(z^2 + b)$$

может быть сделано, пока точка  $z$  не выйдет за пределы круга радиуса  $r$

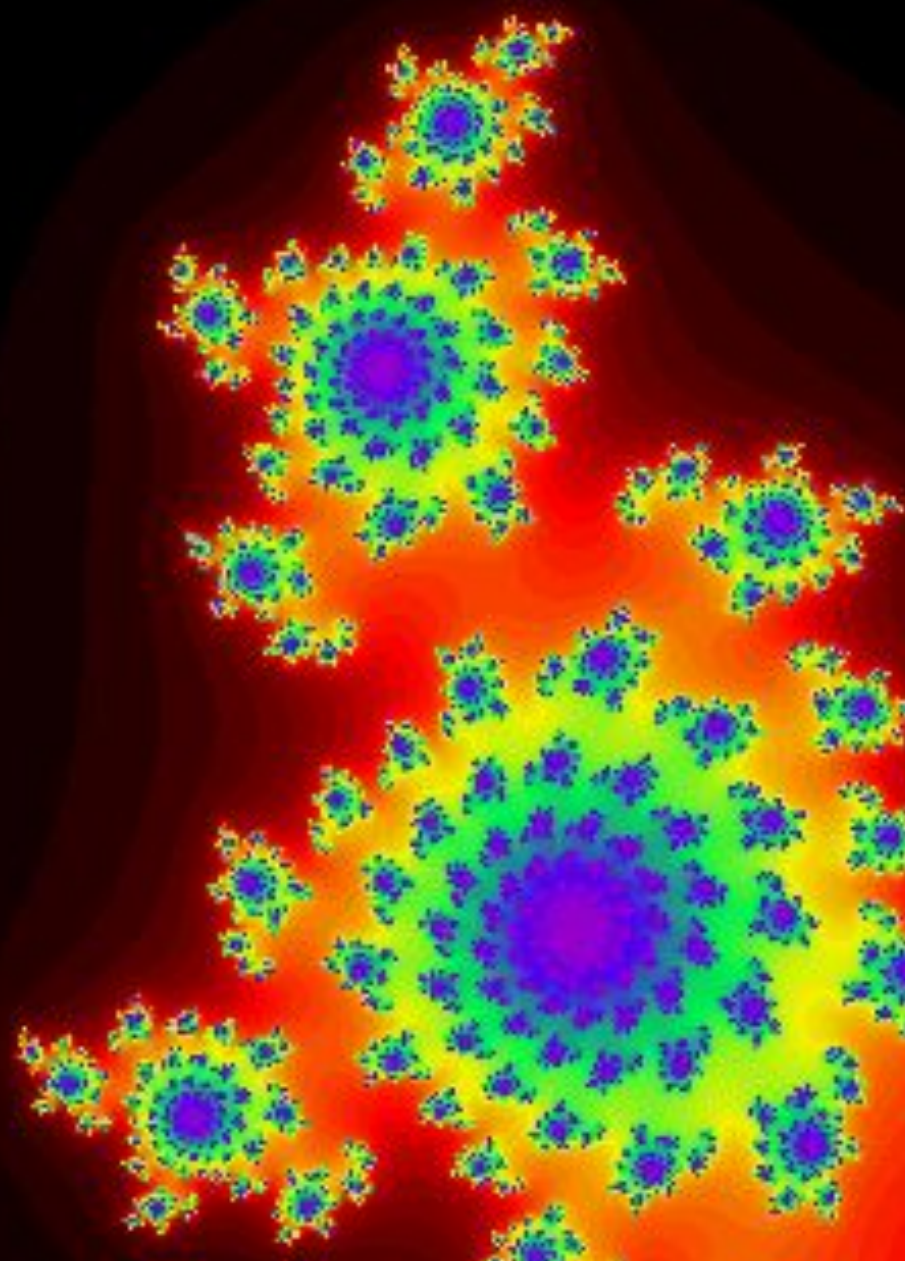
$$|z| > r \text{ где } z = x + iy$$

Здесь  $z$  — комплексное число, соответствующее точке .

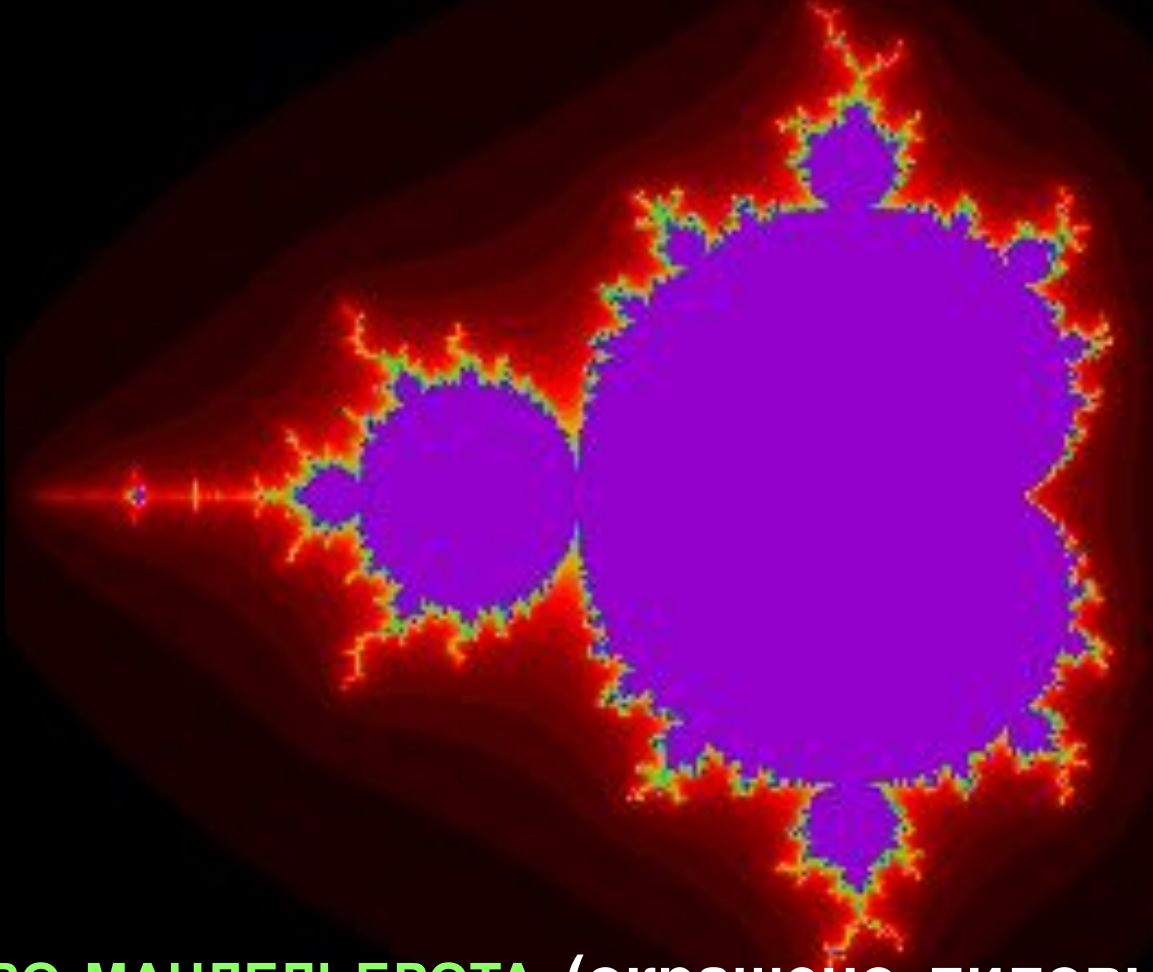
Множество Жюлиа — это множество таких точек, что отображения вида

$$f(f(\dots f(z)))$$

не отображают их в окрестность бесконечности. На рисунке эти точки окрашены лиловым цветом. Картинка получена выбором параметров  $a = 1.8$ , и  $b = 0.2i$  и поворотом на  $90^\circ$



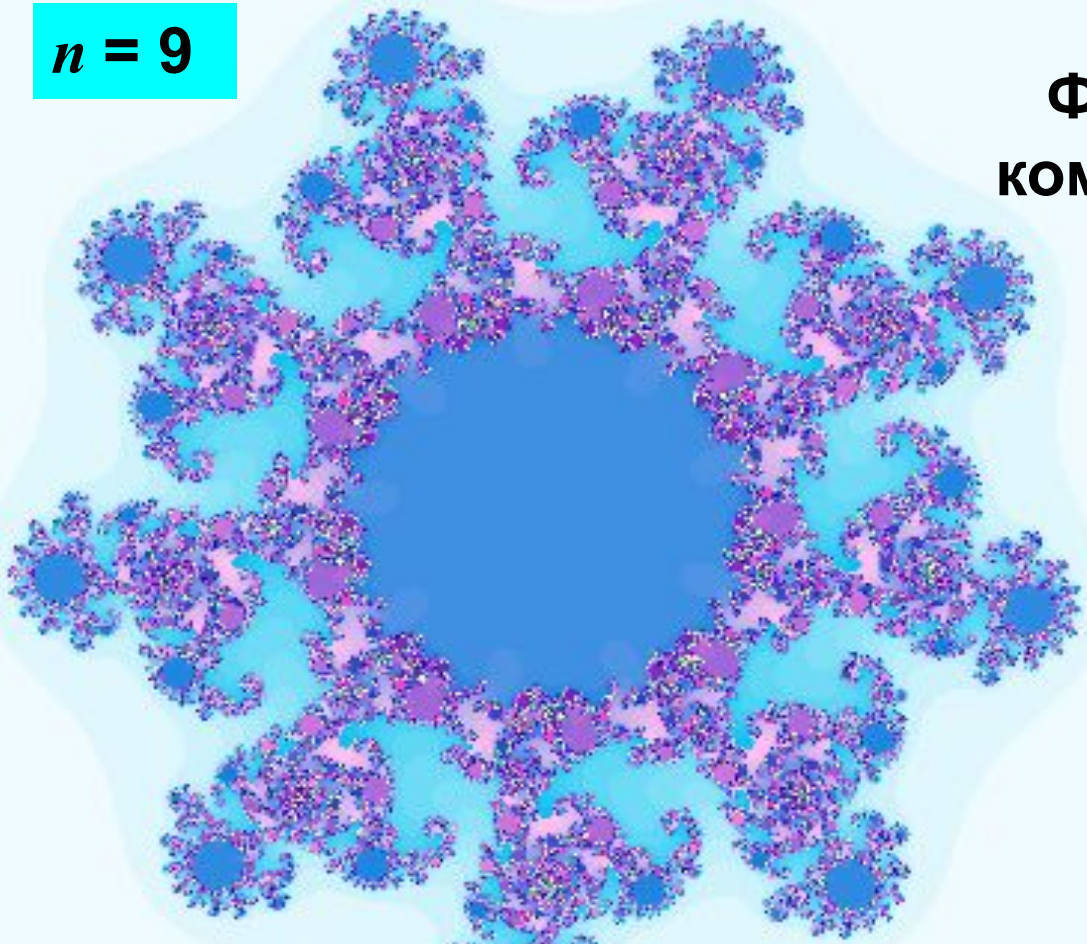




**МНОЖЕСТВО МАНДЕЛЬБРОТА** (окрашено лиловым цветом).  
Картинка получается с помощью той же процедуры, что и выше. Различие состоит в том, что начальное значение для точки  $z$  берётся всегда равным нулю, а точке с координатами  $(x; y)$  на картинке соответствует комплексный параметр  $b = x + y i$ .

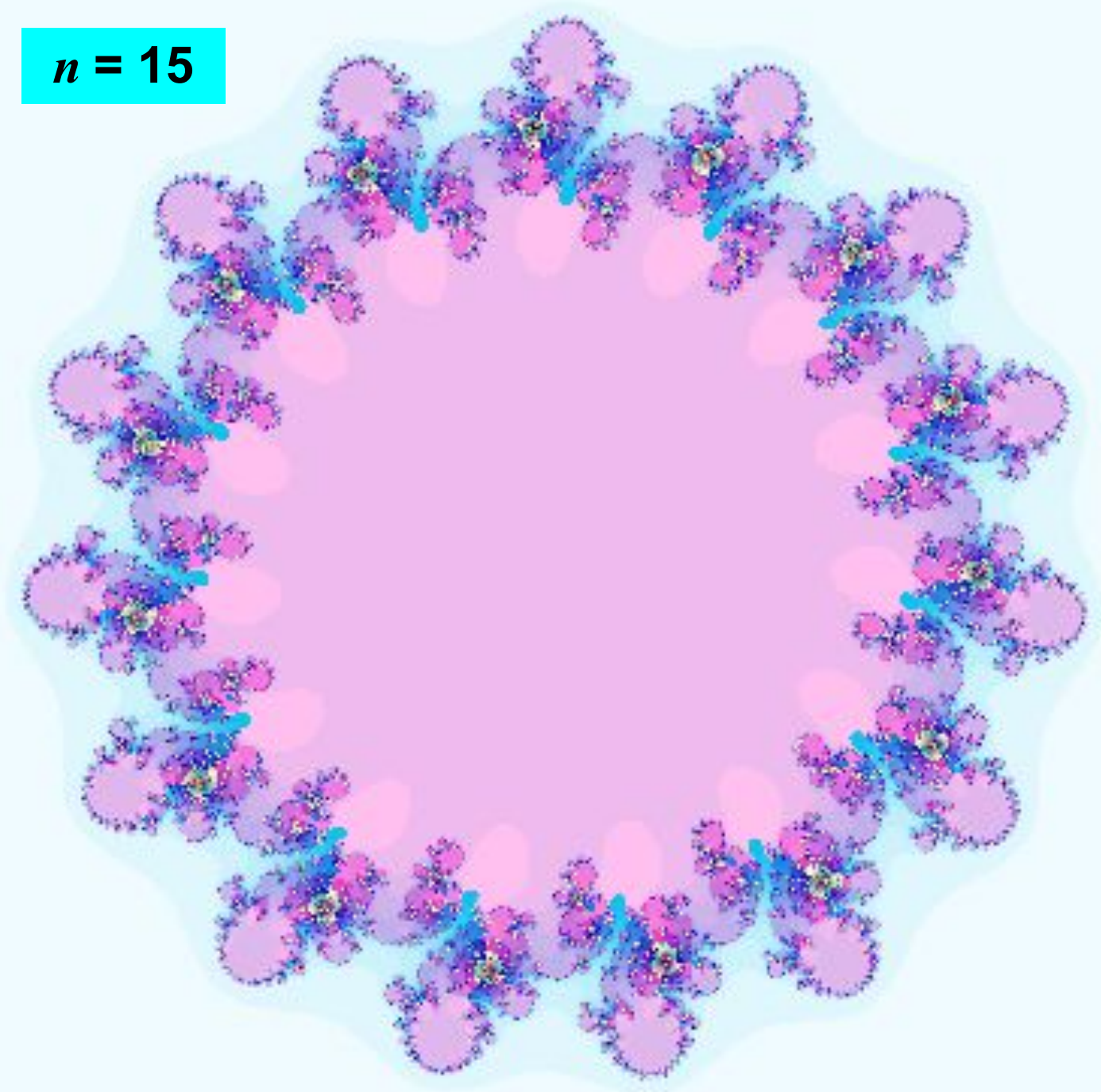
$n = 9$

## Фракталы множеств комплексных степеней.



Если выбрать показатель степени комплексного числа в виде любого натурального числа  $n$ , то получим многочисленный класс фрактальных множеств высокой симметрии, порядок которой определяется натуральной степенью. Для составления программы Fractal5, которая вычисляет каждую итерацию по формуле  $f(z)=z^n+c$ , где  $c=a+ib$ , пришлось использовать тригонометрическую форму задания комплексного числа

$n = 15$



# СТОХАСТИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ



□ Это фракталы, при построении которых в итеративной системе случайным образом изменяются какие-либо параметры.

□ Эти фракталы используются при моделировании рельефов местности и поверхности морей, процесса электролиза.

□ Стохастические фракталы очень похожи на природные объекты — несимметричные деревья, изрезанные береговые линии.

Фрактальная наука еще очень молода, и ей предстоит большое будущее. Красота фракталов далеко не исчерпана и еще подарит нам немало шедевров- тех, которые услаждают глаз, и тех, которые доставляют истинное наслаждение разуму.

Компьютерная  
графика

Дизайн

**ПРИМЕНЕНИЕ  
ФРАКТАЛОВ**

Математика

Физика

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проанализирована и проработана литература по теме исследования.
2. Рассмотрены и изучены различные виды фракталов.
3. Представлена классификация фракталов.
4. Собрана коллекция фрактальных образов для первичного ознакомления с миром фракталов.
5. Составлены программы для построения графического образа фракталов.