


Площади фигур

Авторы: Фёдорова Н.В.

Чердынцева М.Е.

Содержание

- ◆ Навигация по презентации
 - ◆ Исторический материал
 - ◆ Простые фигуры
 - ◆ Понятие площади
 - ◆ Треугольники
 - ◆ Квадрат и прямоугольник
 - ◆ Параллелограмм и ромб
 - ◆ Трапеция
 - ◆ Круг и эллипс
 - ◆ Задачи
 - ◆ Высказывания древних
- 

Навигация по презентации



- Эта фигура поможет Вам в том, чтобы в нужное время оказаться в содержании.

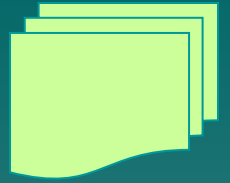


- Стрелки будут направлять Вас в продвижении по презентации



- Книга поможет обратиться к историческому материалу по данной теме.

Вычисление площадей в



¹ древности

Зачатки геометрических знаний, связанных с измерением площадей, теряются в глубине тысячелетий.

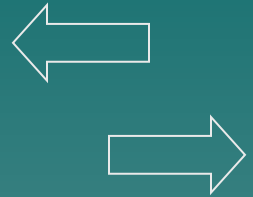
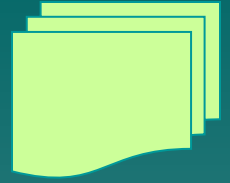
Еще 4-5 тысяч лет назад вавилоняне умели определять площадь прямоугольника и трапеции в квадратных единицах. Квадрат издавна служил эталоном при измерении площадей благодаря многим своим замечательным свойствам:

- равные стороны
- равные и прямые углы
- симметричность и общее совершенство формы
- квадраты легко строить.

Ими можно заполнить плоскость без пробелов, хотя в Древнем Китае мерой площади был прямоугольник.

Древние египтяне 4000 лет назад пользовались почти теми же приемами, что и мы, для измерения площади прямоугольника, треугольника и трапеции.

Простые фигуры

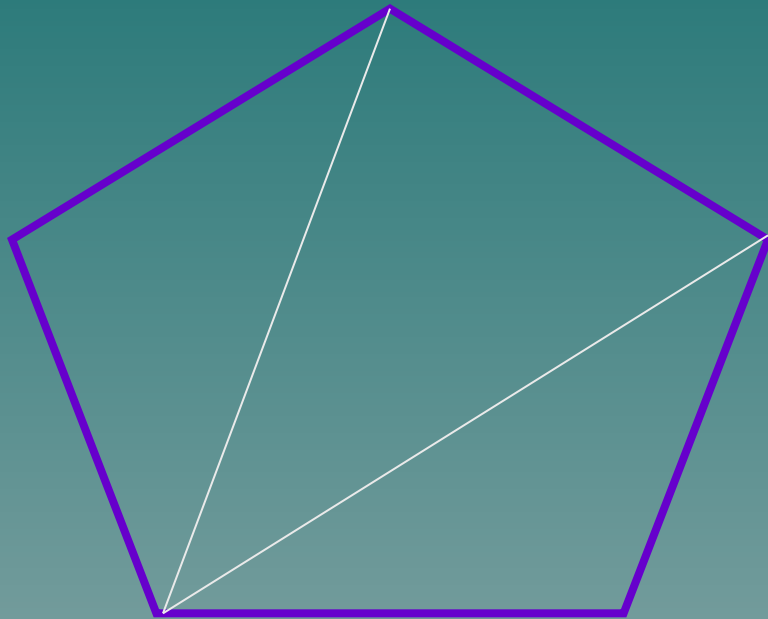
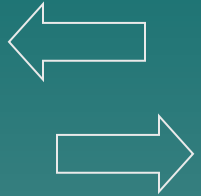
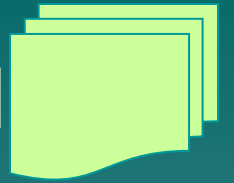


Геометрическая фигура называется *простой*, если ее можно разбить на конечное число плоских треугольников. *Плоским треугольником* называется конечная часть плоскости, ограниченную треугольником.

Примером простой фигуры является выпуклый плоский многоугольник. Он разбивается на плоские треугольники диагоналями, проведенными из какой-нибудь его вершины.

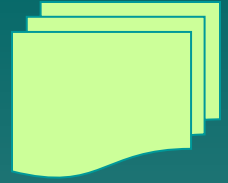
На понятие площади

Пример простой фигуры



- Эта фигура является простой.
- Её можно разбить на конечное число плоских треугольников, при помощи диагоналей.

Понятие площади

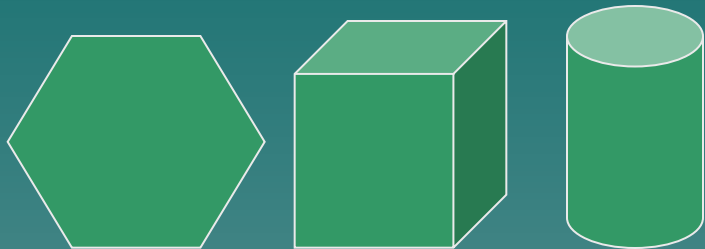
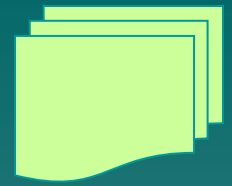


Для простых фигур площадь – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:

- Равные фигуры имеют равные площади.
- Если фигура разбивается на части, являющиеся простыми фигурами, то площадь этой фигуры равна сумме площадей ее частей.
- Площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.



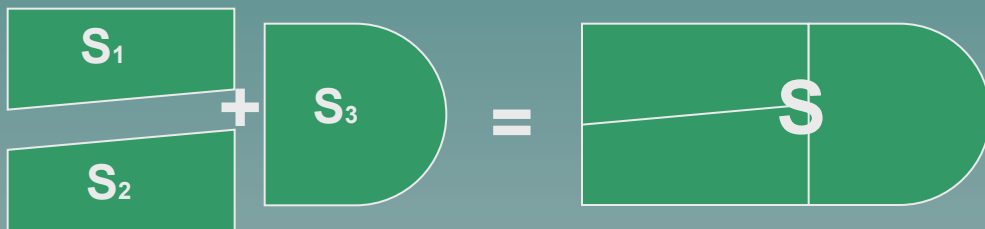
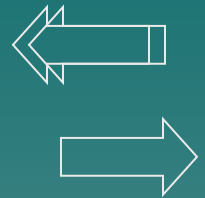
Понятие площади



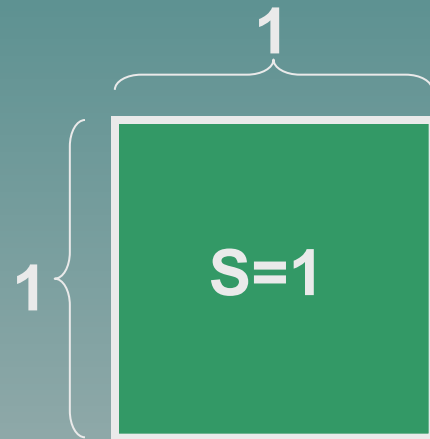
$S > 0$



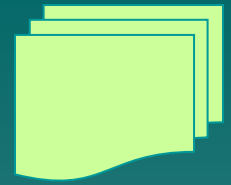
Равные фигуры имеют
равные площади



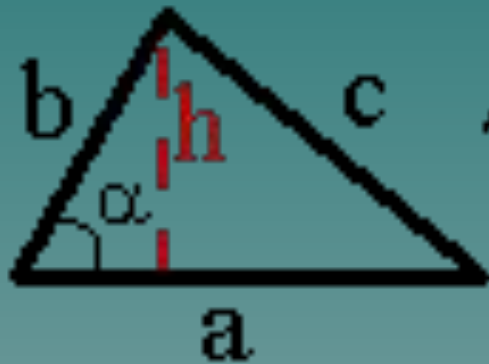
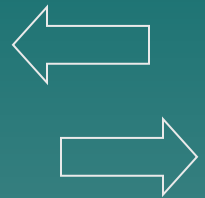
$$S = S_1 + S_2 + S_3$$



Треугольник



Треугольник – многоугольник с тремя сторонами.



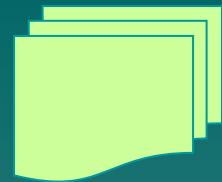
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

; где $p = (a+b+c)/2$

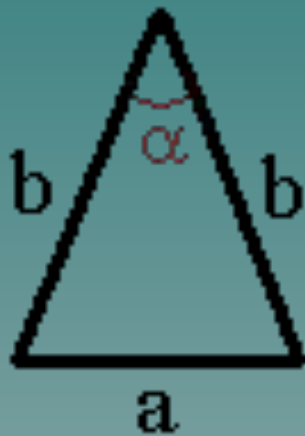
$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

Равнобедренный и равносторонний треугольники



- ◆ Равнобедренный треугольник – треугольник, у которого две его стороны равны.



$$S = \frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$$

$$S = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha$$

- ◆ Равносторонний треугольник – треугольник, в котором все стороны равны. В таком треугольнике все углы по 60 градусов.



$$S = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$

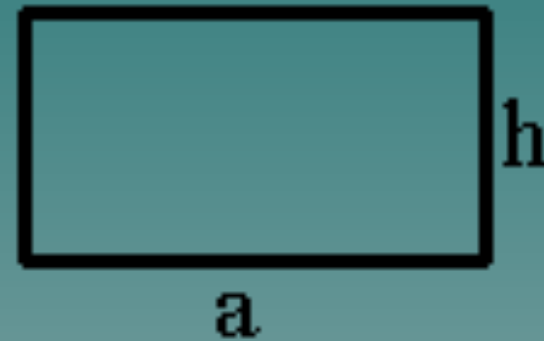


Квадрат и прямоугольник

- ◆ Квадрат – равносторонний прямоугольник; Квадрат является правильным многоугольником.



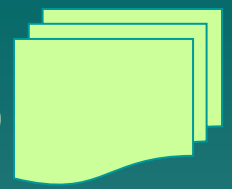
- ◆ Прямоугольник – четырехугольник, у которого все углы прямые.



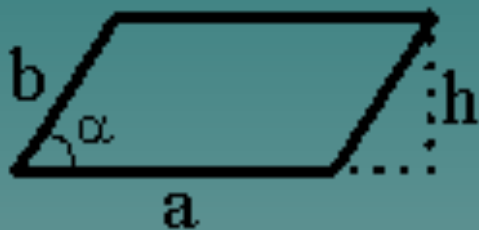
$$S = a^2$$
$$S = \frac{1}{2} a^2$$

$$S = ah$$

Параллелограмм и ромб

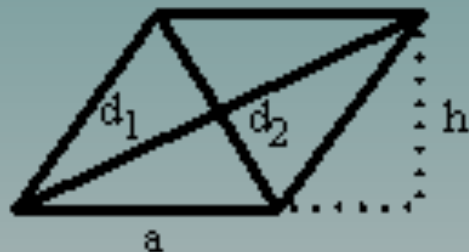


- ◆ Параллелограмм – четырехугольник, у которого стороны попарно параллельны.



$$S = ah$$

$$S = ab \sin \alpha$$



- ◆ Ромб – параллелограмм, у которого выполняется одно из условий:

1) все стороны равны

2) диагонали взаимоперпендикулярны

3) диагонали делят углы параллелограмма пополам

- ◆ Наличие одного из этих свойств вызывает как следствие два других.

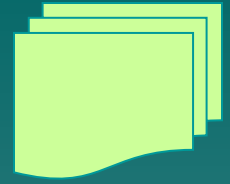
$$S = ah$$

$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

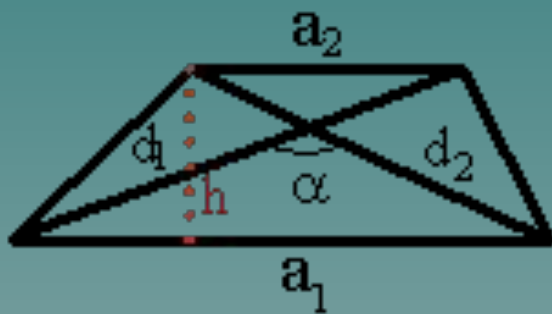
$$S = a^2 \sin \alpha$$



Трапеция



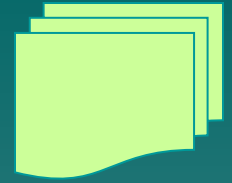
- Трапеция – выпуклый четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие непараллельные.



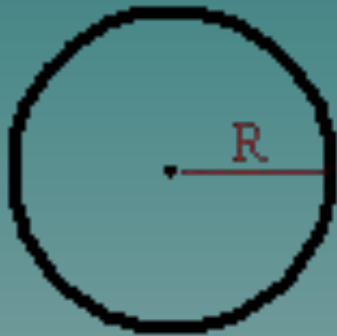
$$S = \frac{(a_1 + a_2)h}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

Круг и эллипс

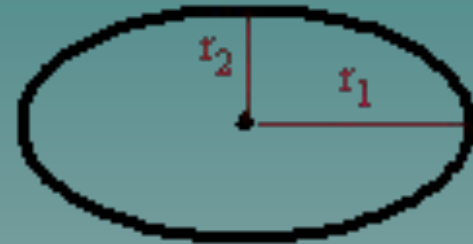


- ◆ Круг – часть плоскости, лежащая внутри окружности.



$$S = \pi R^2$$

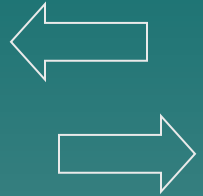
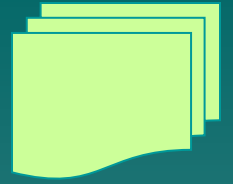
- ◆ Эллипс – коническое сечение, когда секущая плоскость пересекает лишь одну полость кругового конуса и не параллельна ни одной из его образующих.



$$S = \pi \cdot r_1 r_2$$



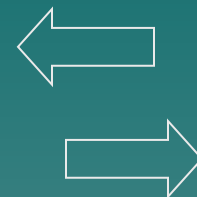
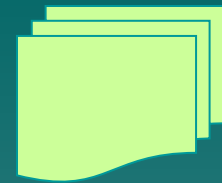
Задачи



Задачи на повторение

Попробуйте решить сами!

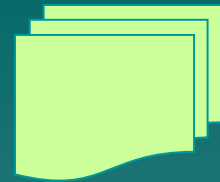
Задачи на повторение



- Площадь квадрата и прямоугольника
- Площадь параллелограмма
- Площадь треугольника
- Площадь трапеции

Задачи

Площадь квадрата и прямоугольника



Задача № 1.

Найти площадь квадрата, сторона которого равна:

1) 13 см; 2) 5,5 м; 3) n дм.

Задача №2.

Найти сторону квадрата, если его площадь равна:

1) 169 мм^2 ; 2) $n^2 \text{ см}^2$

Задача № 3.

Найти площадь прямоугольника стороны которого равны:

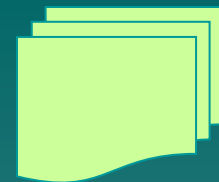
1) 14 см и 5 см; 2) 9,9 мм и 15 мм

Задача № 4.

Одна из сторон прямоугольника равна 16 см, а его площадь – 272 см^2 . Найти другую сторону прямоугольника.

Задачи на повторение

Задача № 1



Мы знаем формулу площади квадрата:

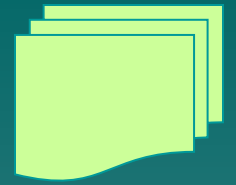
$$S=a^2,$$

где сторона a равна стороне квадрата,
тогда:

- 1) $13 \cdot 13 = 169 \text{ см}^2;$
- 2) $5,5 \cdot 5,5 = 30,25 \text{ м}^2;$
- 3) $n \cdot n = n^2 \text{ дм}^2.$

← Ответ: $169 \text{ см}^2; 30,25 \text{ м}^2; n \text{ дм}^2.$

Задача № 2



Так как площадь квадрата равна:

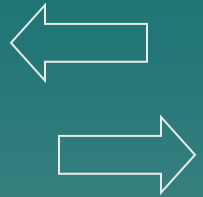
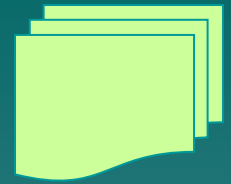
$$S = a^2,$$

То сторону можно выразить как $a = \sqrt{S}$
 $a = |a| = a$, то:

- 1) $\sqrt{169} = 13$ мм;
- 2) $\sqrt{n^2} = n$ см.

← Ответ: 13 мм; n см.

Задача № 3



Мы знаем формулу площади
прямоугольника:

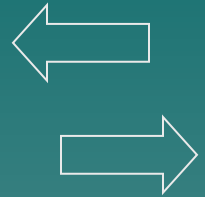
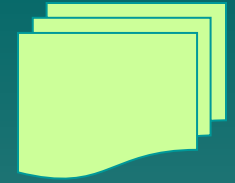
$$S = ab,$$

тогда:

- 1) $14 \cdot 15 = 210 \text{ см}^2;$
- 2) $9,9 \cdot 15 = 148,5 \text{ мм}^2.$

← Ответ: $210 \text{ см}^2;$ $148,5 \text{ мм}^2.$

Задача № 4



Мы знаем формулу площади
прямоугольника:

$$S = ab,$$

Тогда мы может выразить a:

$$a = S/b.$$

1) $272 : 16 = 17$ см.

 Ответ: 17 см.

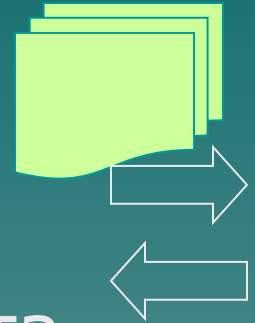
Площадь параллелограмма

Задача № 1.

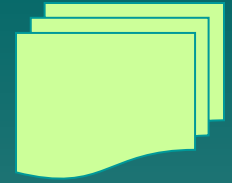
Найти площадь параллелограмма, сторона которого равна 14 см, а высота, проведенная к ней, - 8 см.

Задача № 2.

Найти площадь параллелограмма, стороны которого равны 10 и 14 см, а угол между ними - 45° .



Задача № 1



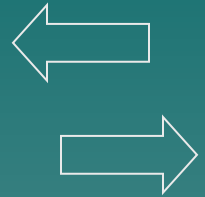
Площадь параллелограмма по формуле равна

$$S = a \cdot h_a,$$

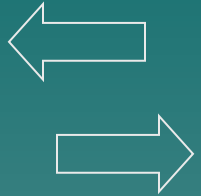
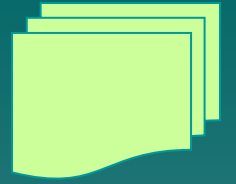
тогда:

1) $14 \cdot 8 = 112 \text{ см}^2$

← Ответ: площадь параллелограмма равна 112 см^2



Задача № 2



Мы знаем формулу площади параллелограмма:

$$S = ab \cdot \sin \alpha,$$

тогда:

$$1) \quad 10 \cdot 14 \cdot \sqrt{2}/2 = 70 \sqrt{2}.$$

← Ответ: площадь параллелограмма равна $70 \sqrt{2}$.

Площадь треугольника



Задача № 1.

Сторона треугольника равна 11 см, а высота, проведенная к ней, - 3,5 см. Найти площадь треугольника.

Задача № 2.

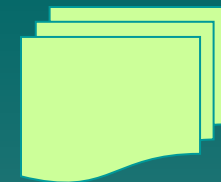
Найти площадь треугольника, две стороны которого равны 6 и 10 см, а угол между ними равен 30° .

Задача № 3.

Найти площадь треугольника, стороны которого равны 26 см, 28 см и 30 см.

Задачи на повторение

Задача № 1



Мы знаем формулу площади треугольника через сторону и высоту проведенную к ней:

$$S = \frac{1}{2} ah_a,$$

тогда:

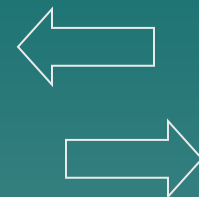
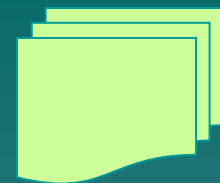
$$1) \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 3,5 = 19,25 \text{ см}^2$$



Ответ: площадь треугольника равна 19,25 см².



Задача № 2



Мы знаем формулу площади
треугольника через синус угла:

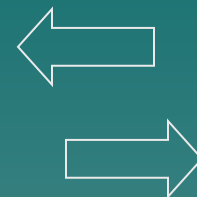
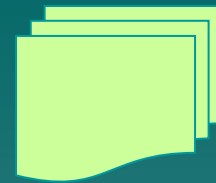
$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha,$$

тогда:

$$1) \quad 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ см}^2$$

← Ответ: площадь треугольника равна
30 см².

Задача № 3



Сначала нужно найти полупериметр:

$$p = \frac{28 + 26 + 30}{2} = 42$$

А теперь, по формуле Герона, мы можем найти площадь треугольника:

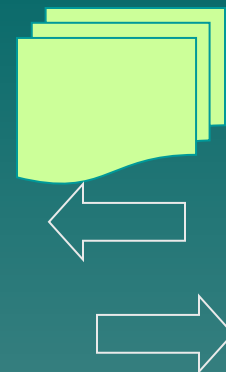
$$\begin{aligned} S &= \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = \sqrt{42 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12} = \\ &= \sqrt{6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 4} = 14 \cdot 24 = 336 \end{aligned}$$

336 см² - площадь данного треугольника

Ответ: площадь треугольника равна 336 см².



Площадь трапеции



Задача № 1.

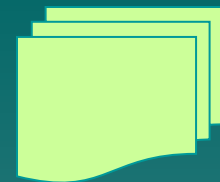
Найти площадь трапеции, основания которой равны 14 и 17 см, а высота – 6 см.

Задача № 2.

Площадь трапеции равна 168 см^2 , одно из ее оснований – 15 см, а высота 9 см. Найти второе основание трапеции.

Задачи на повторение

Задача № 1



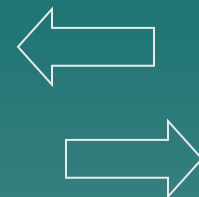
Мы знаем формулу площади трапеции:

$$S = \frac{1}{2} (a+b) \cdot h,$$

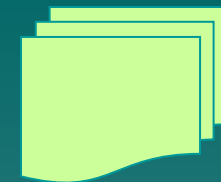
тогда:

- 1) $14 + 17 = 31$ см
- 2) $31 : 2 = 15,5$ см
- 3) $15,5 \cdot 6 = 93$ см²

← Ответ: площадь трапеции равна 93 см².



Задача № 2



Из формулы площади трапеции можно вывести формулу для одного из оснований:



$$h \cdot (a+b) = 2S$$

$$a = 2S : h - b$$

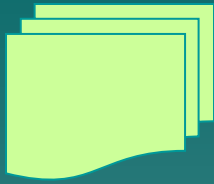
тогда:

$$1) \quad 2 \cdot 168 : 9 - 15 = 336 : 9 - 15 = 37 \frac{1}{3} - 15 = 22 \frac{1}{3}$$

22 $\frac{1}{3}$ см – длина другого основания трапеции

← Ответ: длина стороны равна 22 $\frac{1}{3}$ см.

Попробуйте решить сами!



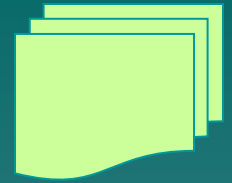
Возможно, после изучения такого количества материала у Вас появилось желание решить несколько задач древних математиков.



Итак:

- [Задача Архимеда](#)
- [Задача ал-Караджи](#)

Задача Архимеда¹



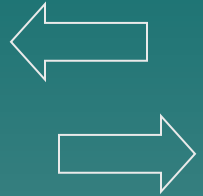
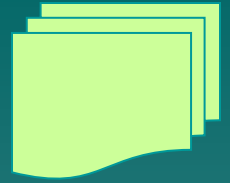
«Площадь круга, описанного около квадрата, вдвое больше площади вписанного в квадрат круга. Доказать!»

Проверь себя!

Историческая справка

¹ Г.И. Глейзер «История математики в школе VII-VIII классы»
Москва «Просвещение» 1982 год стр. 226

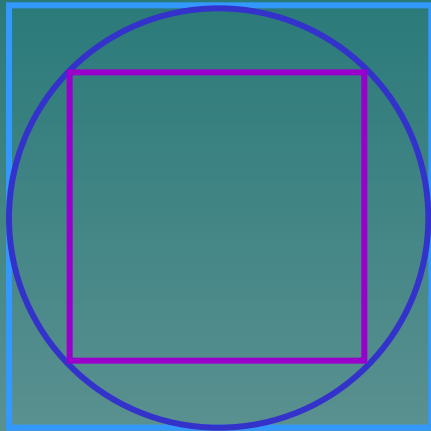
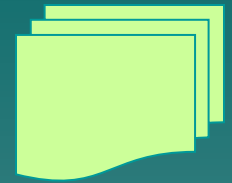
Архимед



- Величайшим математиком древнего мира был Архимед (287 – 212 до н. э.), живший в Сиракузах на о. Сицилия. Теорией в математике он начал заниматься довольно поздно – в возрасте свыше 40 лет.

- Все его математические работы поражают сочетанием оригинальной мысли, мастерской техникой вычисления и строгостью доказательств. Обилие вычислений отличает его труды от творческих работ других греческих математиков, что сближает его с математиками Востока.
- Древний писатель Плутарх так высказывался о математических открытиях Архимеда: «Во всей геометрии нет теорем более трудных и более глубоких, нежели теоремы Архимеда».

Проверь себя! Задача Архимеда



Докажем, что
 $S_2 = 2S_1$

Мы знаем, что

$$r_4 = \frac{a}{2} \quad \text{и} \quad R_4 = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Тогда

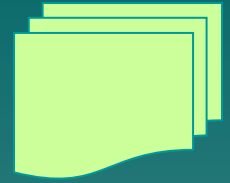
$$S_1 = \frac{a^2}{4}, \quad \text{а} \quad S_2 = \frac{a^2}{2}.$$

Значит $S_2 = 2S_1$,
что и требовалось доказать.

Все гениальное просто!



Задача ал-Караджи¹

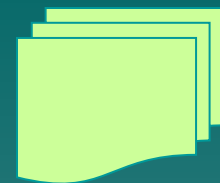


«Найти площадь прямоугольника, основание которого вдвое больше высоты, а площадь численно равна периметру».

Проверь себя!

¹ Г.И. Глейзер «История математики в школе VII-VIII классы»
Москва «Просвещение» 1982 год стр. 226

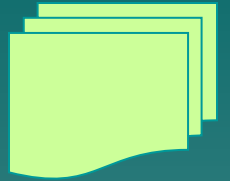
Ал - Караджи



- Ал- Караджи (? – 1016)
- Абу Бакр Мухаммед ибн Хасан
- Иранский математик
- Его заслуга в том, что он ввел бесконечно много положительных и отрицательных степеней неизвестных и арифметических операций над многочленами
- Автор «Достаточной книги о науке арифметике»
- Автор книги по алгебре «Аль-Фахри»

Задача

Проверь себя! Задача ал-Караджи



x

Тогда $S = 2x^2$

$$P = 6x$$



$2x$

По условию задачи:

$$2x^2 = 6x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array} \right.$$

$x=0$ – не подходит

по смыслу задачи, значит:

1. $2 \cdot 3 = 6$ (см) –

длина прямоугольника

Ответ: площадь прямоугольника
равна 18 см^2 .

Все гениальное
просто!



Высказывания древних...

В огромном саду геометрии каждый найдет себе букет по вкусу.

Давид Гильберт

Геометрия есть познание всего сущего.

Платон

Всякая книга природы написана языком математики.

Галилей

