

«Когда ребята поймут связь математики с другими отраслями знаний, математика оживет, будет увлекать, из трудного предмета превратится в отрасль знания»



Н.К.Крупская

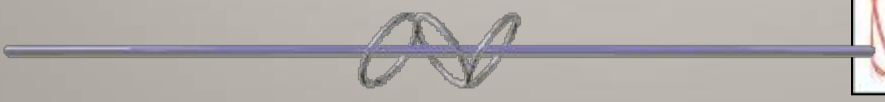
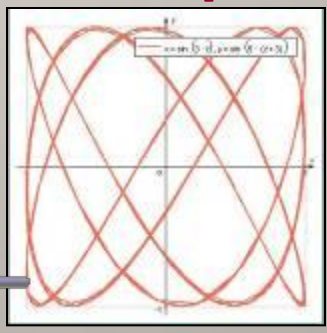
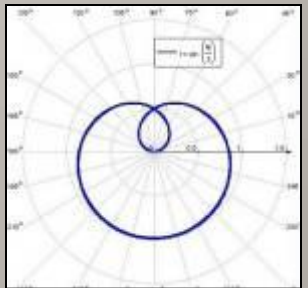
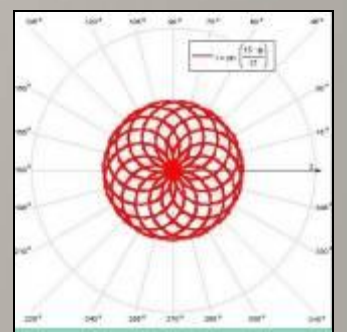
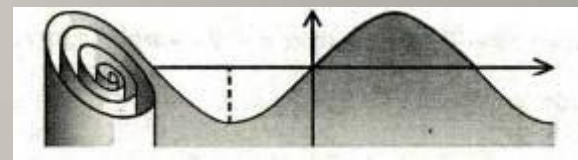
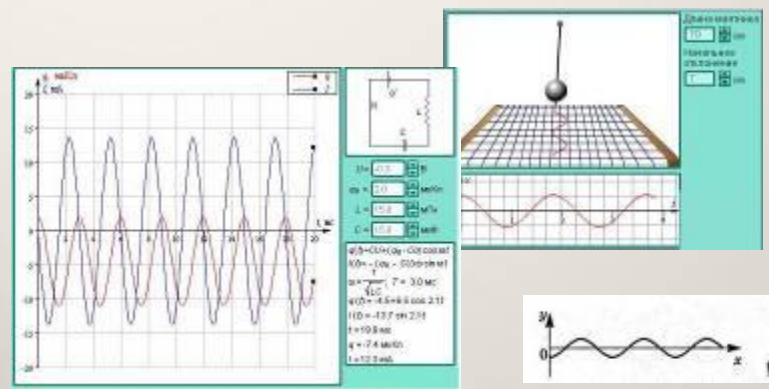




Тема урока: «Вычисление

площади

криволинейной трапеции»





Цели урока.

1. Найти способы решения задач различного уровня сложности
2. С помощью знаний по информатике проверить истинность производимых вычислений
3. Уметь самостоятельно анализировать, выбирать оптимальный решения



СПОС



Вычисление площади криволинейной трапеции

П л а н р а б о т ы:

Тест «Криволинейная трапеция и всё о ней»

Решение нестандартных задач при вычислении площади криволинейной трапеции.

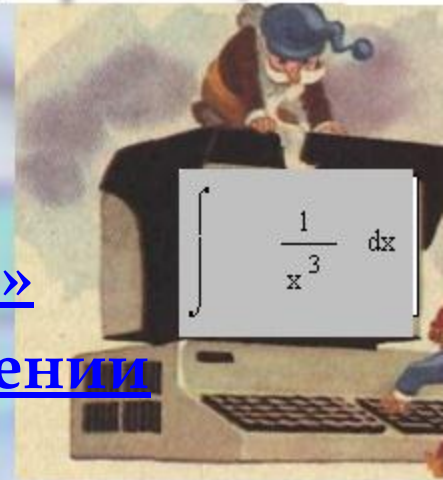
Вычисление площади криволинейной трапеции методом прямоугольников

Теоретико-компьютерный эксперимент

Выводы

«Легче найти доказательство, приобретя сначала некоторое понятие о том, что мы ищем, чем искать такое доказательство без всякого предварительного знания»

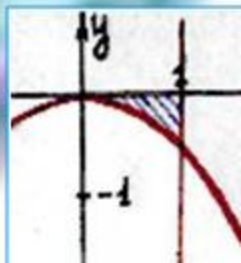
Архимед



$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$\int_4^{\pi} \cos x dx = \frac{1}{-1} * \sqrt{2} - 1$$

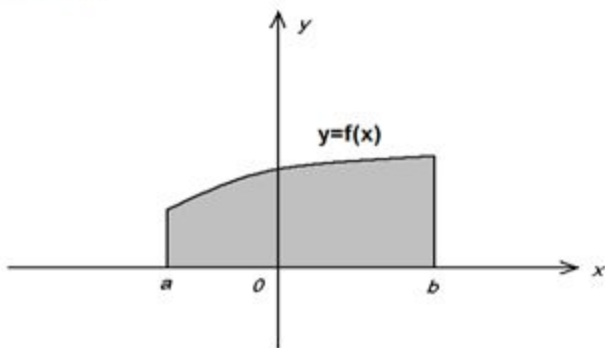


Используя определенный интеграл, запишите формулы для вычисления площадей фигур, заштрихованных на рисунке

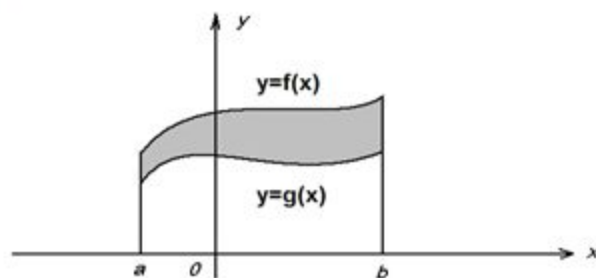
Приложен

Часть 1

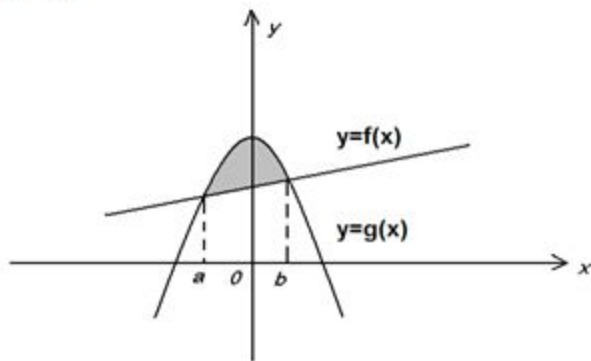
Вариант 1
Задание 1



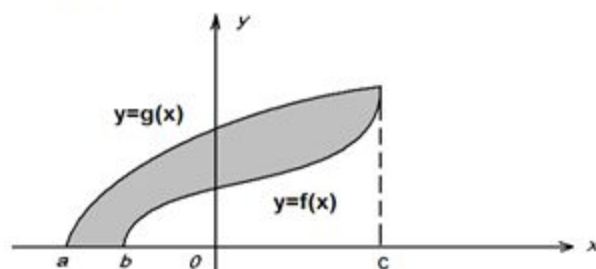
Вариант 2
Задание 1



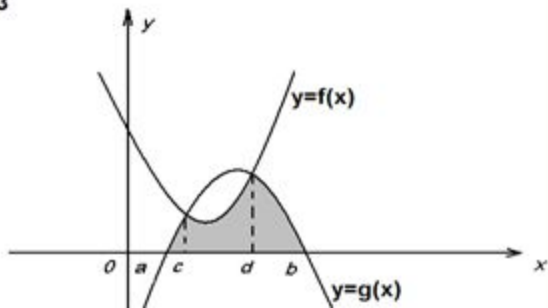
Вариант 1
Задание 2



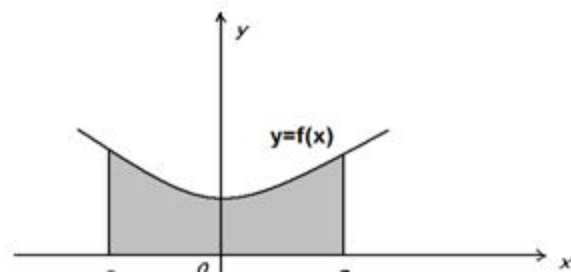
Вариант 2
Задание 2



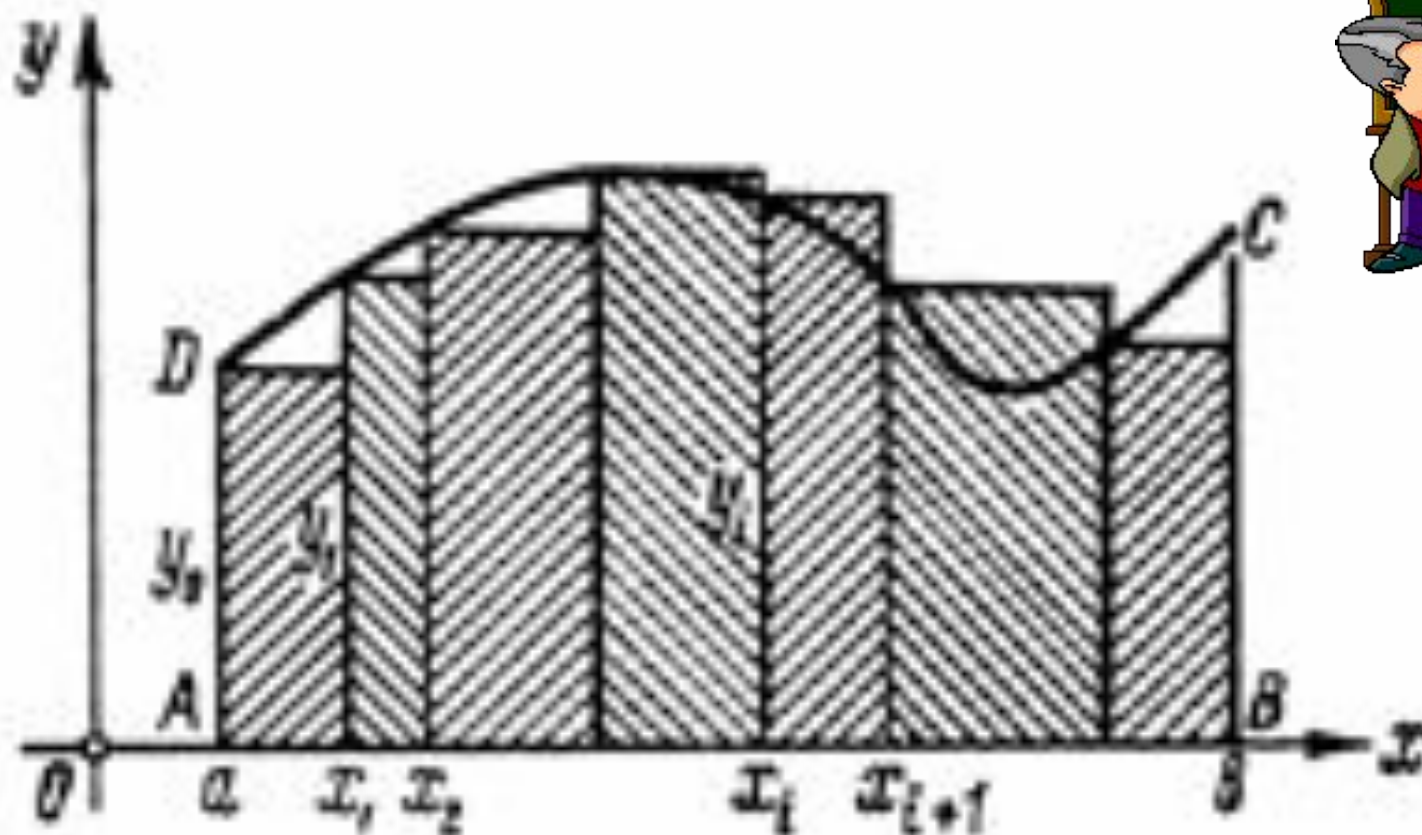
Вариант 1
Задание 3



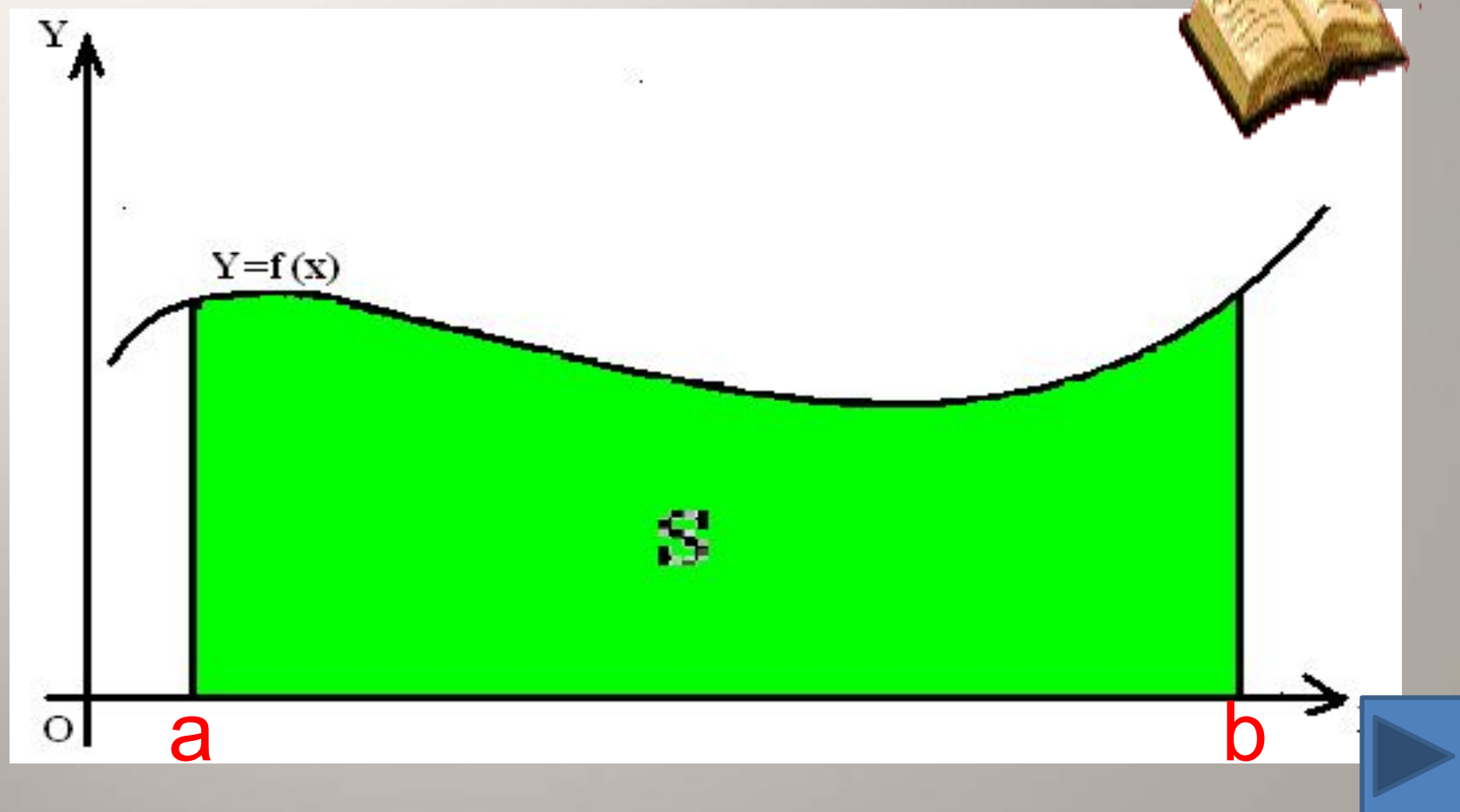
Вариант 2
Задание 3



Численные методы решения задач



ЗАДАЧА. Пусть требуется приближённо вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x)$ и прямыми $x = a$, $x = b$, $y = 0$.

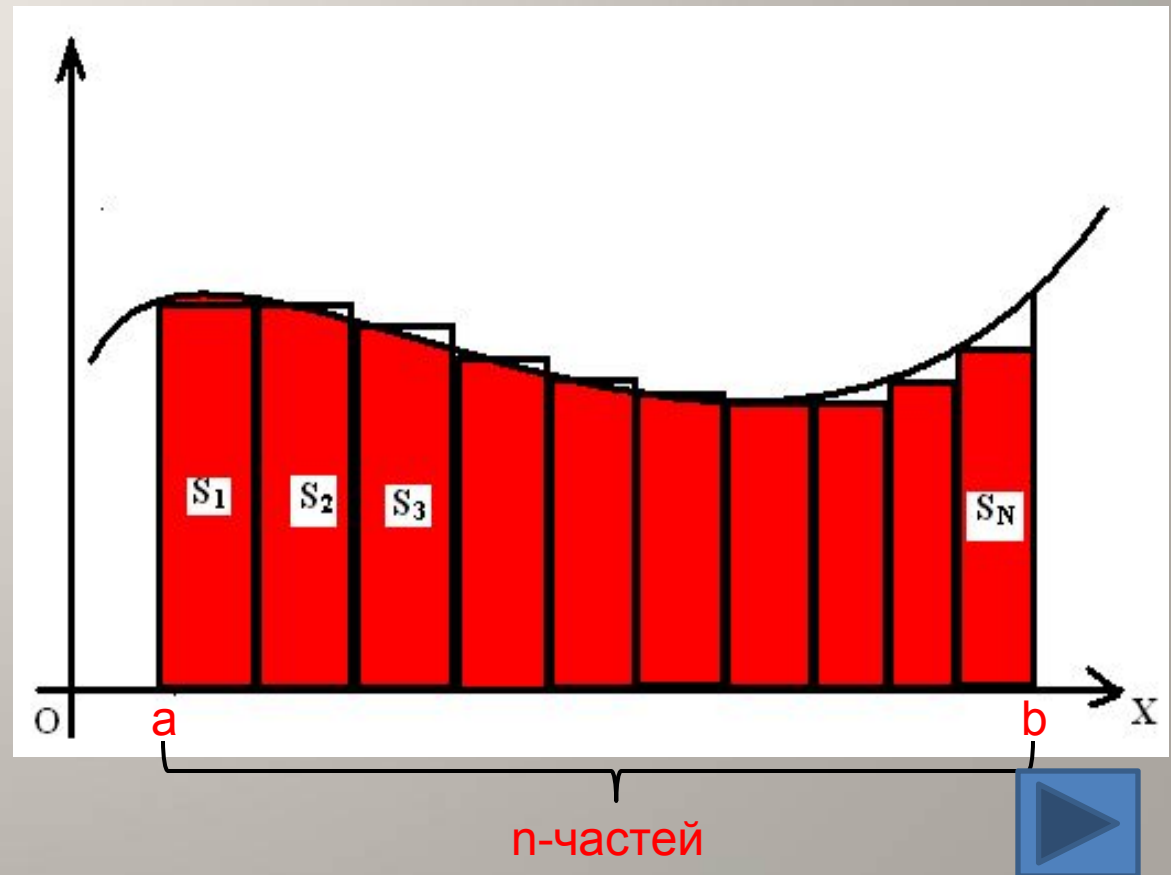
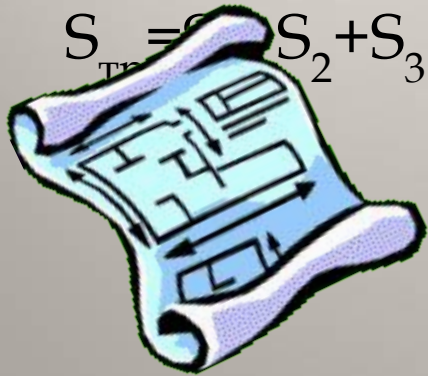


Вычисление площади криволинейной трапеции методом прямоугольников

Разобьем отрезок $[a, b]$ на n равных отрезков точками $a = X_0 < X_1 < X_2 < \dots < X_n = b$ и на каждом из полученных отрезков построим прямоугольник. Площадь криволинейной трапеции можно

приблизительно считать равной сумме площадей заштрихованных прямоугольников

$$S_{\text{тр}} \approx S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n.$$





Построение алгоритма.

- Запишем алгоритм приближенного вычисления площади криволинейной трапеции для случая прямоугольников.
- $h := (b-a)/n$; $s := 0$; $x := a$;
for $i := 1$ to n do
begin
 $s := s + f(x)$;
 $x := x + h$;
end;
 $s := s * h$;





Вариант №1

Задание 1,1

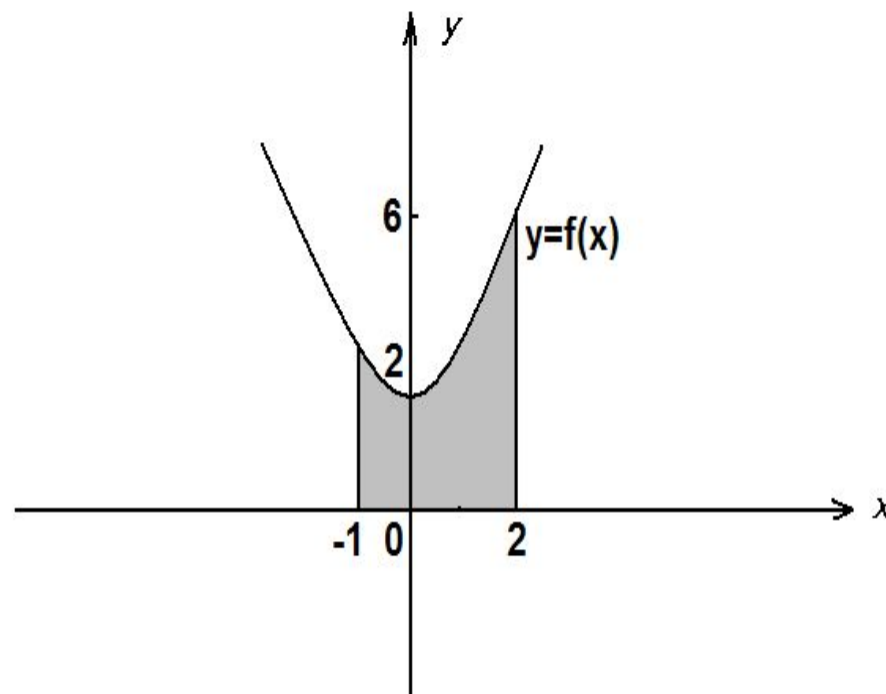
Задание 1.1

По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 1.2

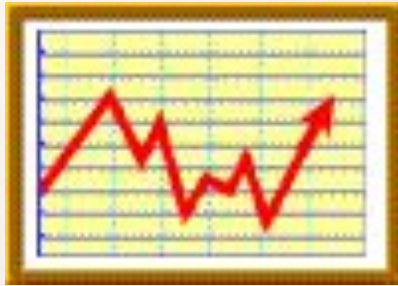
Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = 1, x = 4$$



Ответ





Вариант №2

Задание 2.1

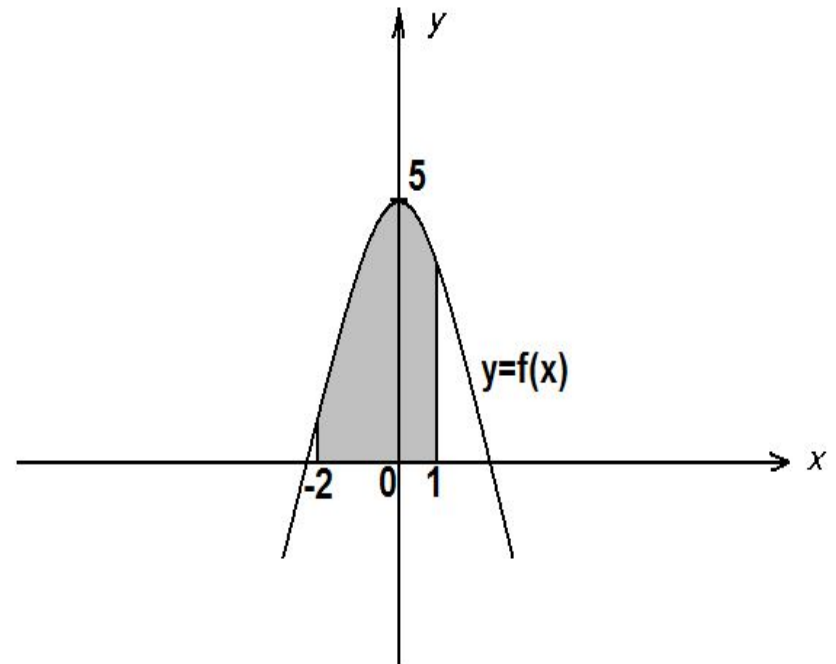
По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 2.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

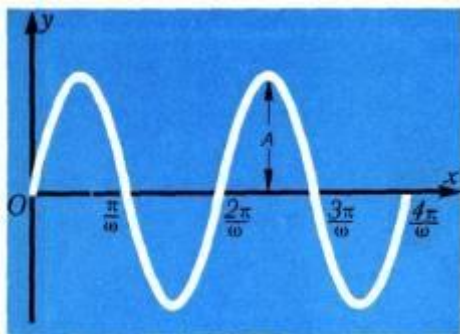
$$y = 0, x = 1, y = 8 - x^3$$

Задание 2,1



Ответ





Вариант №3

Задание 2.1

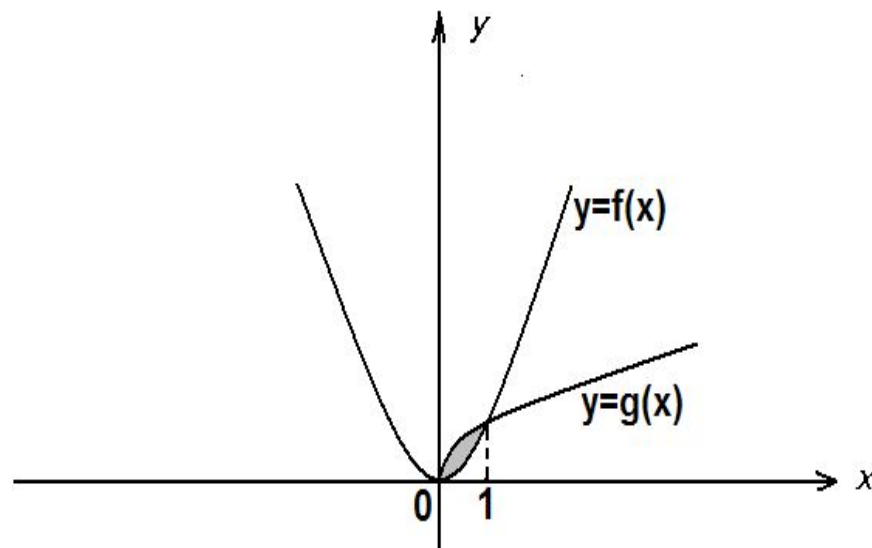
По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 2.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 \cos x$, $y=0$,

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Задание 3,1





Вариант №4

Задание 4.1

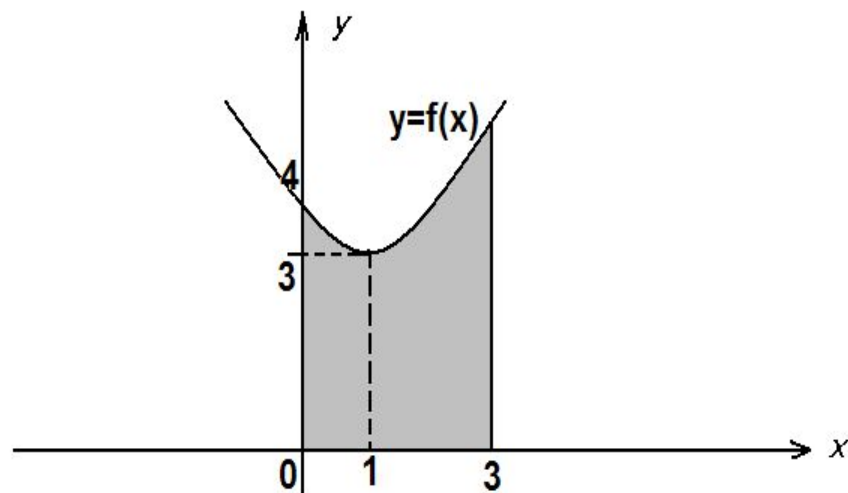
По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 4.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, y = -|x| + 2$$

Задание 4,1



Ответ



Криволинейная трапеция

и все о ней...

Вы знаете о криволинейной трапеции на ? баллов



1. Криволинейная трапеция это....

- а) фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$ и отрезком $[a;b]$
- б) фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$
- в) фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, отрезком $[a;b]$

2. Какие из фигур являются криволинейными трапециями? Перечислите

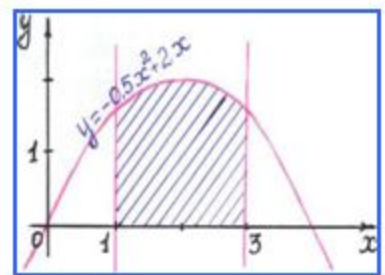


Рис.1

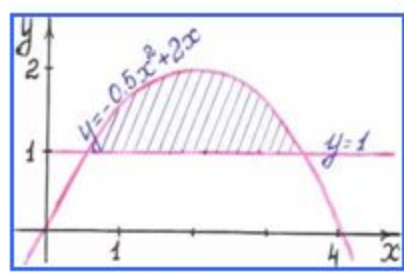


Рис.2

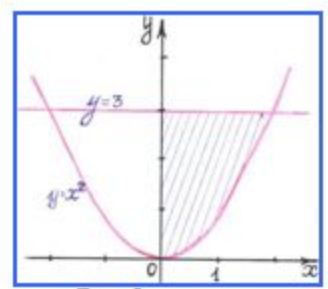


Рис.3

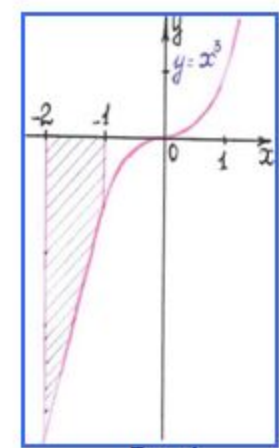


Рис.4

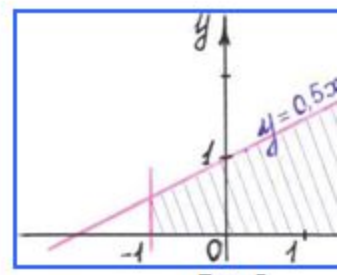


Рис.5

3. Как вычисляется площадь криволинейной трапеции (формула)?

4. Приращение первообразных функций $F(b)-F(a)$ при изменении аргумента x от $x=a$ до $x=b$ называется:

5. Неопределенный интеграл это...

- а) нахождение производной от заданных функций
- б) совокупность всех первообразных $F(x)$ функции $f(x)$
- в) совокупность всех первообразных $F(x)+C$ функции $f(x)$

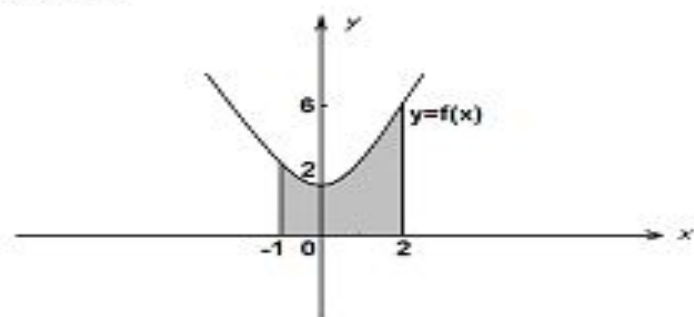


Вариант 1.

Задание 1.1

По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 1.1

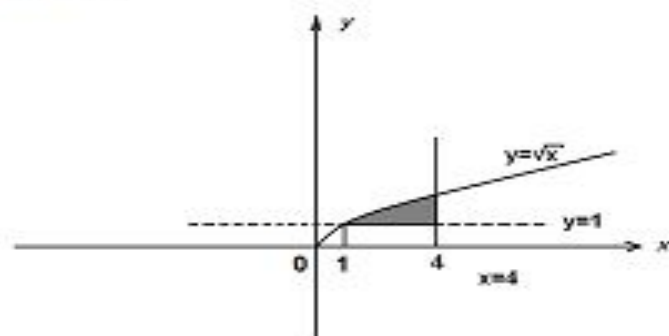


Ответ: $y = x^2 + 2$; $S=9$.

Задание 1.2

Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 1$, $y = 4$

Задание 1.2



$$S = \int_1^4 (\sqrt{x} - 1) dx = \frac{2}{3} * x^{\frac{3}{2}} - x \Big|_1^4 = \frac{2}{3} (2^2)^{\frac{3}{2}} - 4 - \left(\frac{2}{3} * 1 - 1 \right) = \frac{2}{3} * 8 - 4 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3} - 3\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Ответ: $S = 1\frac{2}{3}$

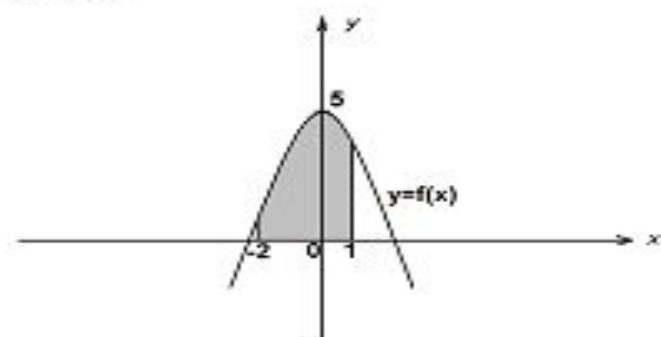


Вариант 2

Задание 2.1

По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 2.1



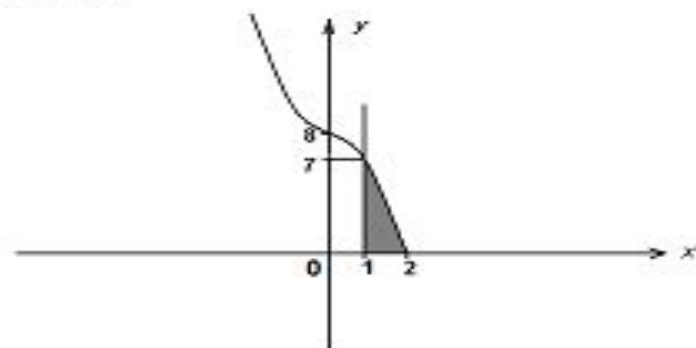
Ответ: $y = 5 - x^2$; $S = 12$



Задание 2.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0$, $x = 1$, $y = 8 - x^3$

Задание 2.2



$$S = \int_1^2 (8 - x^3) dx = 8x - \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = 8 * 2 - \frac{16}{4} - 8 + \frac{1}{4} = 16 - 4 - 8 + \frac{1}{4} = 4 \frac{1}{4}$$

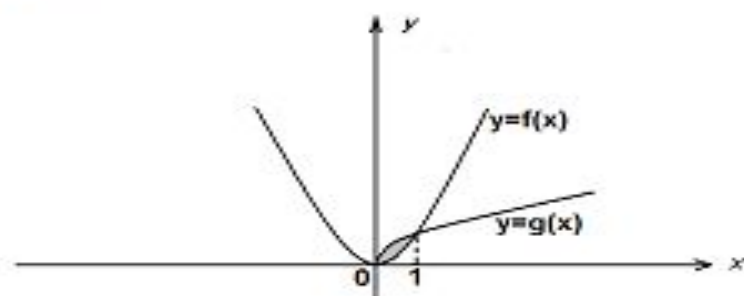
Ответ: $S = 4 \frac{1}{4}$



Вариант 3

Задача 3.1

Задача 3,1



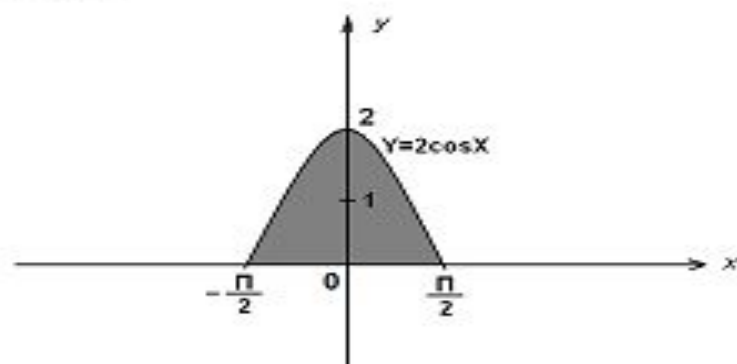
Ответ: $y = x^2, y = \sqrt{x}; S = \frac{1}{3}$.



Задача 3.2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 \cos x, y < 0, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Задача 3,2



$$S = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos x dx = 2 * 2 \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 * 2 * 1 = 4$$

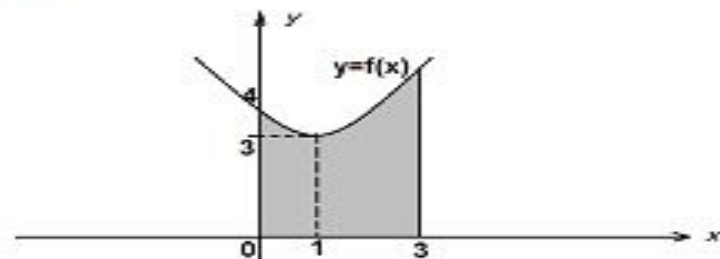
Ответ: $S = 4$



Вариант 4

Задание 4.1

Задание 4,1

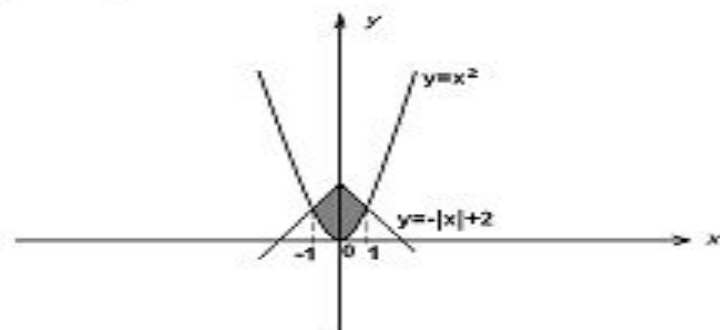


Ответ: $y = (x - 1)^2 + 3$; $S=12$.



Задание 4.2

Задание 4,2



$$y = x^2$$

$$\text{т.к. } y = -|x| + 2 \begin{cases} -x + 2, x \geq 0 \\ x + 2 < 0, \text{то} \end{cases}$$

$$y = -|x| + 2$$

$$S = \int_{-1}^1 (-|x| + 2 - x^2) dx = 2 \int_0^1 (-|x| + 2 - x^2) dx = 2 \left(-\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 2 \left(-\frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3} \right) = 2 * 1 \frac{1}{6} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

Ответ: $S = 2 \frac{1}{3}$



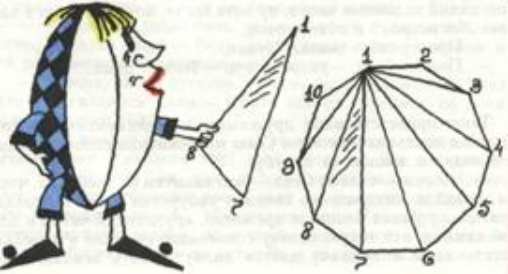
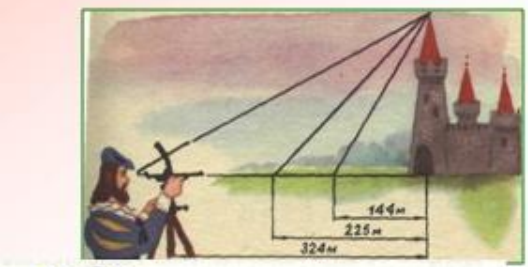
Применение знаний при решении задач

для вычисления

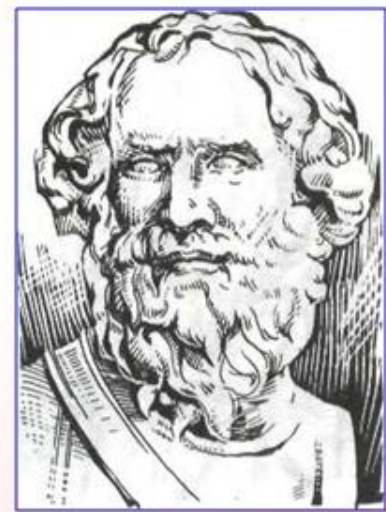
объемов тел



площадей



Архимед превосхитил многие идеи интегрального исчисления. Но потребовалось более полутора тысяч лет, прежде чем эти идеи нашли четкое выражение и были доведены до уровня исчисления.

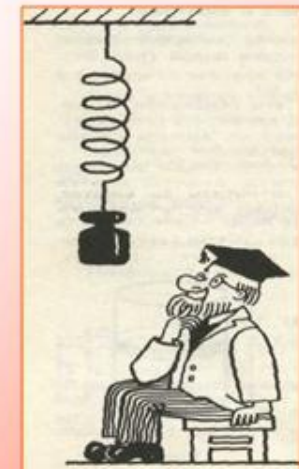


для вычисления

количества теплоты

электрического заряда

Работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины



массы, перемещения,



пути, пройденного телом, имеющим переменную

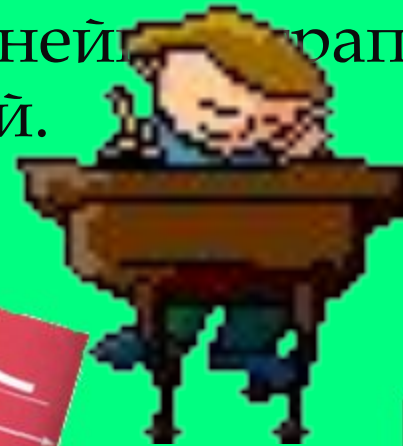
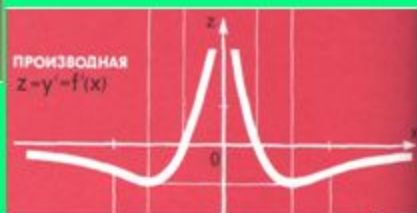
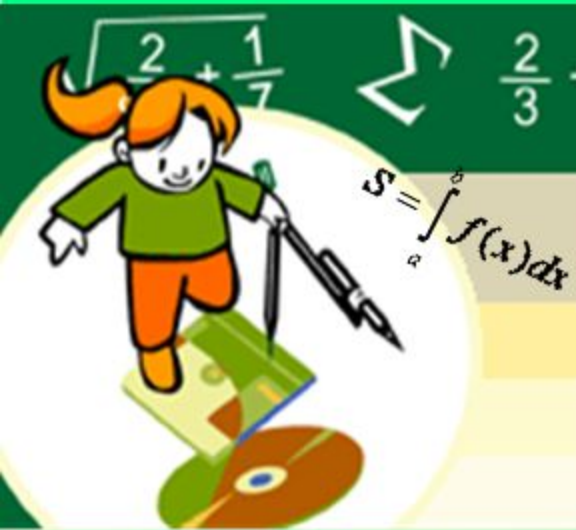


Домашнее задание.

1. Повторить методы, применяемые при вычислении площади криволинейной трапеции
2. Применяя знания выполни задания

1 уровень - №1036 (в, г), №1047(а), №1048 (б,в)

2 уровень - продумать варианты изменения программы при вычислении площади криволинейной трапеции методом трапеций.





Ну, кто говорил, что всё сложно и постичь это всё невозможно?



Всё оказалось доступным, полезным, а также достаточно интересным