

Предел

Бесконечно маленькая

величина

- Бесконечно маленькой величиной называется
- **переменная**,
- которая при всех своих изменениях
- с некоторого места
- становится и остается **по модулю**
- **меньше**
- любого, сколь угодно **малого, положительного** числа

$$\frac{1}{n} \quad \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{7} \dots$$

$$\frac{1}{10^n} \quad \frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1000}; \frac{1}{10000}; \frac{1}{100000}; \frac{1}{1000000} \dots$$

Бесконечно маленькая

величина

- Бесконечно маленькой величиной называется
- **переменная**,
- которая при всех своих изменениях
- с некоторого места
- становится и остается **по модулю**
- **меньше**
- любого, сколь угодно **малого, положительного** числа

α

β

γ

Бесконечно большая величина

- Бесконечно большой величиной называется
- **переменная**,
- которая при всех своих изменениях
- с некоторого места
- становится и остается **по модулю**
- **больше**
- любого, сколь угодно **большого**,
положительного числа

n

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12.....

10^n

10; 100; 1000; 10000; 100000; 1000000....

Бесконечно большая величина

- Бесконечно большой величиной называется
- **переменная**,
- которая при всех своих изменениях
- с некоторого места
- становится и остается **по модулю**
- **больше**
- любого, сколь угодно **большого**,
положительного числа

A

B

C

Свойства бесконечно малых

$$\alpha + \beta = \gamma \quad \frac{c}{\alpha} = A$$

$$\alpha - \beta = \gamma \quad \alpha$$

$$\alpha \cdot c = \gamma \quad \frac{\alpha}{\beta} = ?$$

$$\alpha : c = \gamma$$

Свойства бесконечно больших

$$A + B = C \quad \frac{c}{A} = \alpha$$
$$A - B = C$$

$$A \cdot c = C \quad \frac{A}{B} = ?$$
$$A : c = C$$

Свойства бесконечно больших и бесконечно малых

$$\alpha \pm \beta = \gamma$$

$$\alpha \cdot \beta = \gamma$$

$$\frac{\alpha}{c} = \gamma$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = ?$$

$$A \pm B = C$$

$$A \cdot B = C$$

$$\frac{c}{\alpha} = A$$

$$\frac{c}{A} = \alpha$$

$$\frac{A}{c} = C$$

$$\frac{A}{B} = ?$$

Предел

$$\lim \alpha = 0$$

$$\lim A = \infty$$

$$\lim c = c$$

$$\lim_{x \rightarrow 37} 5 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-17) = -17$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} 56 = 56$$

Предел

$$\lim \alpha = 0$$

$$\lim A = \infty$$

$$\lim c = \textcolor{blue}{c}$$

$$\lim_{x \rightarrow \textcolor{blue}{c}} x = \textcolor{blue}{c}$$

$$\lim_{x \rightarrow 14} x = 14$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} x = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 148} x = 148$$

Теоремы о пределах

$$\lim c x = c \cdot \lim x$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} 5x = 5 \lim_{x \rightarrow 8} x =$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x \quad \lim_{x \rightarrow c} x = c$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} 5x = 5 \lim_{x \rightarrow 8} x = 5 \cdot 8 = 40$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} 12x = 12 \lim_{x \rightarrow -1} x =$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x \quad \lim_{x \rightarrow c} x = c$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} 5x = 5 \lim_{x \rightarrow 8} x = 5 \cdot 8 = 40$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} 12x = 12 \lim_{x \rightarrow -1} x = 12 \cdot (-1) = -12$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x$$

$$\lim(x + y) = \lim x + \lim y$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + \lim_{x \rightarrow \infty} 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} (5x + 17) = \lim_{x \rightarrow 8} 5x + \lim_{x \rightarrow 8} 17 =$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x$$

$$\lim(x + y) = \lim x + \lim y$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + \lim_{x \rightarrow \infty} 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} (5x + 17) = \lim_{x \rightarrow 8} 5x + \lim_{x \rightarrow 8} 17 =$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x$$

$$\lim(x + y) = \lim x + \lim y$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + \lim_{x \rightarrow \infty} 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} (5x + 17) = \lim_{x \rightarrow 8} 5x + \lim_{x \rightarrow 8} 17 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 8} x +$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x$$

$$\lim c = c$$

$$\lim(x + y) = \lim x + \lim y$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + \lim_{x \rightarrow \infty} 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} (5x + 17) = \lim_{x \rightarrow 8} 5x + \lim_{x \rightarrow 8} 17 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 8} x + 17 =$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x$$

$$\lim c = c$$

$$\lim(x + y) = \lim x + \lim y$$

$$\lim_{x \rightarrow c} x = c$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + \lim_{x \rightarrow \infty} 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} (5x + 17) = \lim_{x \rightarrow 8} 5x + \lim_{x \rightarrow 8} 17 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 8} x + 17 =$$

$$= 5 \cdot 8 + 17 = 57$$

Теоремы о пределах

$$\lim cx = c \cdot \lim x$$

$$\lim(x + y) = \lim x + \lim y$$

$$\lim(x - y) = \lim x - \lim y$$

$$\lim(x \cdot y) = \lim x \cdot \lim y$$

$$\lim(x^n) = (\lim x)^n$$

$$\lim \frac{x}{y} = \frac{\lim x}{\lim y}$$

если $\lim y \neq 0$
и

Формулы

$$1 \quad \lim \alpha = 0$$

$$2 \quad \lim A = \infty$$

$$3 \quad \lim c = c$$

$$4 \quad \lim_{x \rightarrow c} x = c$$

$$5 \quad \lim cx = c \cdot \lim x$$

$$6 \quad \lim(x \pm y) = \lim x \pm \lim y$$

$$7 \quad \lim(x \cdot y) = \lim x \cdot \lim y$$

$$8 \quad \lim(x^n) = (\lim x)^n$$

$$9 \quad \lim \frac{x}{y} = \frac{\lim x}{\lim y} \quad \text{есл} \quad \lim y \neq 0$$

и

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 2} (x^3) + 16 \lim_{x \rightarrow 2} x - 23 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 2} (x^3) + 16 \lim_{x \rightarrow 2} x - 23 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 2} (x^3) + 16 \lim_{x \rightarrow 2} x - 23 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 2} (x^3) + 16 \lim_{x \rightarrow 2} x - 23 =$$

$$= 5 \left(\lim_{x \rightarrow 2} x \right)^3 +$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 2} (x^3) + 16 \lim_{x \rightarrow 2} x - 23 =$$

$$= 5 \left(\lim_{x \rightarrow 2} x \right)^3 + 16 \cdot 2 - 23 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (5x^3 + 16x - 23) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (5x^3) + \lim_{x \rightarrow 2} (16x) - \lim_{x \rightarrow 2} 23 =$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 2} (x^3) + 16 \lim_{x \rightarrow 2} x - 23 =$$

$$= 5 \left(\lim_{x \rightarrow 2} x \right)^3 + 16 \cdot 2 - 23 =$$

$$= 5 \cdot (2)^3 + 32 - 23 =$$

$$= 5 \cdot 8 + 9 = 49$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x - 9}{6x - 3} =$$

Проверка

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3) &= 6 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 3 = \\ &= 6 \cdot (-1) - 3 = -9 \neq 0\end{aligned}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 5x - 9)}{\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x - 9}{6x - 3} =$$

Проверка

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3) &= 6 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 3 = \\ &= 6 \cdot (-1) - 3 = -9 \neq 0\end{aligned}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 5x - 9)}{\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3)} = \frac{3 \left(\lim_{x \rightarrow -1} x \right)^2 + 5 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 9}{-9} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x - 9}{6x - 3} =$$

Проверка

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3) &= 6 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 3 = \\ &= 6 \cdot (-1) - 3 = -9 \neq 0\end{aligned}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 5x - 9)}{\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3)} = \frac{3 \left(\lim_{x \rightarrow -1} x \right)^2 + 5 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 9}{-9} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x - 9}{6x - 3} =$$

Проверка

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3) &= 6 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 3 = \\ &= 6 \cdot (-1) - 3 = -9 \neq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 5x - 9)}{\lim_{x \rightarrow -1} (6x - 3)} = \frac{3 \left(\lim_{x \rightarrow -1} x \right)^2 + 5 \lim_{x \rightarrow -1} x - \lim_{x \rightarrow -1} 9}{-9} =\end{aligned}$$

$$= \frac{3(-1)^2 + 5(-1) - 9}{-9} = \frac{3 - 5 - 9}{-9} = \frac{-11}{-9} = 1\frac{2}{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + (3x + 4x^2)}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + (3x + 4x^2)}{6x - 3x^2 + 5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (6x - 3x^2 + 5x^3) =$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 + 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 =$$

$$= 6 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\alpha} = \lim_{x \rightarrow 0} A = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{\beta}}{\cancel{\alpha}} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} = ?$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} = ?$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (5 + 7x)}{x \cdot 5x^2} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} = ?$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} \cdot (5 + 7x)}{\cancel{x} \cdot 5x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 + 7x}{5x^2} =$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^2) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 = 5 \cdot 0^2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 7x^2}{5x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\beta}{\alpha} = ?$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} \cdot (5 + 7x)}{\cancel{x} \cdot 5x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 + 7x}{5x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 + \beta}{\alpha} =$$

Проверка

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{\alpha} = \lim_{x \rightarrow 0} A = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^3) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^3 = 5 \cdot 0^3 = 0$$

Проверка

$$\lim_{x \rightarrow 0} (5x^2) = 5 \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right)^2 = 5 \cdot 0^2 = 0$$