



4.8. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ


Пусть прямая задана уравнением:

$$\frac{x - x_1}{m} = \frac{y - y_1}{n} = \frac{z - z_1}{p}$$

И пусть задана плоскость

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Рассмотрим возможные случаи ориентации
прямой и плоскости:





Прямая принадлежит плоскости.

Тогда направляющий вектор прямой

$$\vec{s} \perp = (m, n, p)$$

ортогонален нормальному вектору плоскости

$$\vec{n} \perp = (A, B, C)$$

И пусть точка $M_0(x_0, y_0, z_0)$

принадлежит прямой.




Тогда выполняются следующие условия:

Поскольку вектора \vec{s} и \vec{n}

в этом случае перпендикулярны, и их скалярное произведение этих векторов равно нулю:

$$(\vec{n}, \vec{s}) = Am + Bn + Cp = 0 \quad \textcircled{1}$$

Поскольку точка M_0 будет принадлежать плоскости, то ее координаты удовлетворяют уравнению плоскости:

$$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \quad \textcircled{2}$$




**Прямая параллельна плоскости.
Тогда выполняется только условие (1).**

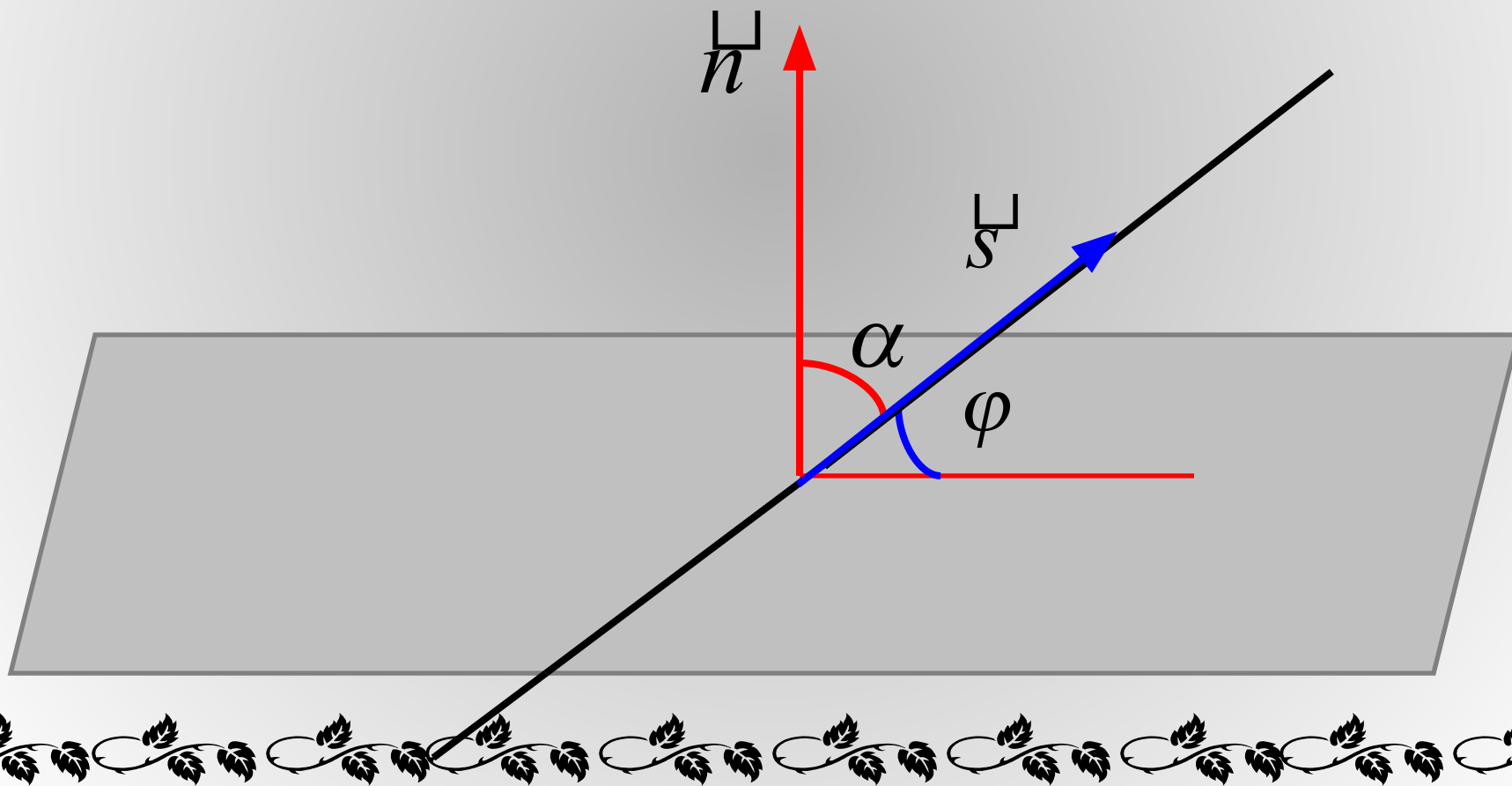



**Прямая пересекает плоскость в одной точке.
Тогда выполняется условие**

$$(n, s) = Am + Bn + Cp \neq 0$$



Углом между прямой и плоскостью называется меньший из двух углов между этой прямой и ее проекцией на плоскость.






Синус угла φ между прямой и плоскостью равен косинусу угла α между нормальным вектором плоскости и направляющим вектором прямой:

$$\sin \varphi = \cos \alpha$$

Найдем угол α , как угол между двумя векторами:

$$\cos \alpha = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$




$$\sin \varphi = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}$$

*угол между прямой
и плоскостью*



Если прямая перпендикулярна плоскости, то направляющий вектор прямой параллелен нормальному вектору плоскости:

$$\perp S \parallel \perp n$$

$$\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$$

*условия перпендикулярности
прямой и плоскости*



Если прямая параллельна плоскости, то

$$\boxed{s} \perp \boxed{n}$$

$$Am + Bn + Cp = 0$$

условия параллельности
прямой и плоскости

