

**ВЗАЄМНЕ  
РОЗМІЩЕННЯ  
ПРЯМИХ І  
ПЛОЩИН**

**У ПРОСТОРИ**

# ПРОСТОРОВІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ

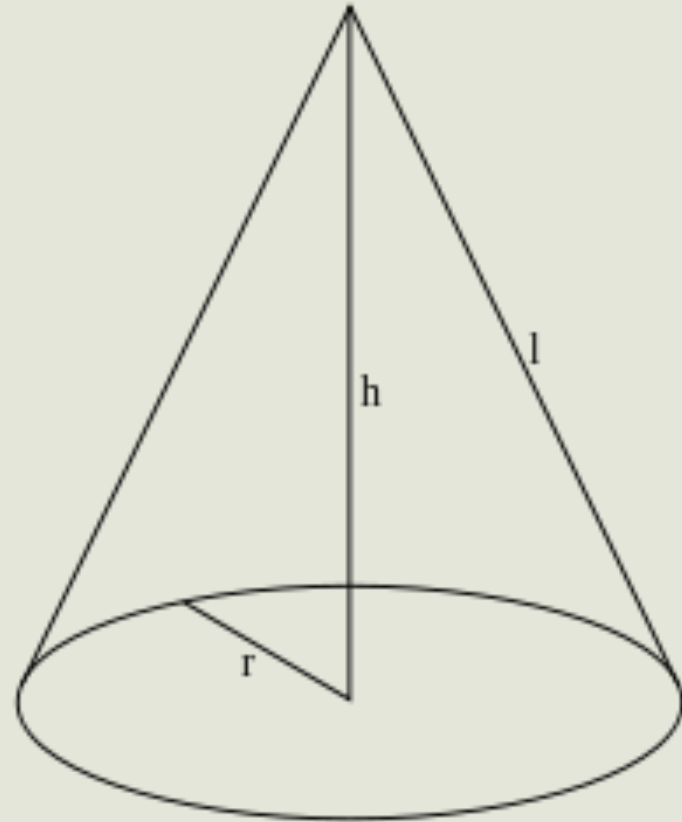
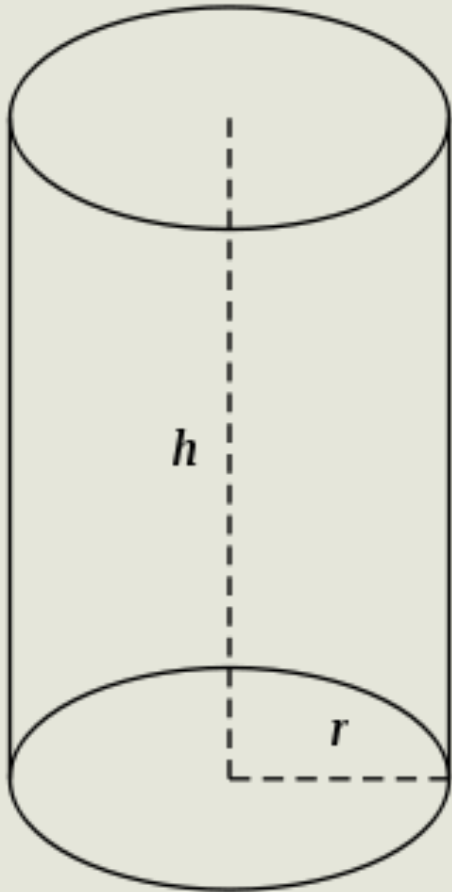
**Прямокутний паралелепіпед** – це просторова геометрична фігура, яка обмежена шістьма прямокутниками, що називаються гранями.

Сторони прямокутників називаються **ребрами прямокутного паралелепіпеда**, а вершини прямокутників – **вершинами прямокутного паралелепіпеда**. Верхню і нижню грані прямокутного паралелепіпеда називають **основами**, а ребра цих граней – **ребрами основи**, інші ребра називають **бічними ребрами**, а інші грані – **бічними гранями**.

**Куб** – це прямокутний паралелепіпед, у якого всі шість граней – квадрати.



Крім многогранників у геометрії розглядають й інші просторові фігури: **циліндри**, **конуси**, **кулі** тощо. Розділ геометрії, у якому вивчаються властивості просторових фігур, називається **стереометрією**.



# ОСНОВНІ ПРОСТОРОВІ ФІГУРИ

Основними фігурами простору є **точка, пряма** і **площина**.

Пригадаємо, що точки позначають великими латинськими буквами, наприклад, - **A, B, C**..., прямі позначають малими латинськими буквами, наприклад, - прямі **a, b, c**..., або двома великими буквами, наприклад, - прямі **AB, BC**, ....

Зображують площину у вигляді паралелограма або у вигляді довільної області і позначають площини малими грецькими буквами, наприклад – площини  **$\alpha, \beta, \gamma$** .



# ОСНОВНІ АКсіОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Властивості основних фігур у стереометрії виражаються **аксіомами**.

- **Аксіома 1.** Яка б не була площина, існують точки, які належать цій площині, і точки які їй не належать.
- **Аксіома 2.** Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.
- **Аксіома 3.** Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину і до того ж тільки одну.

Ніяких інструментів, якими б можна було побудувати в просторі площину, немає. Тому вираз «можна провести площину» вживається в значенні «існує площина».

**•Єдину площину можна провести:**

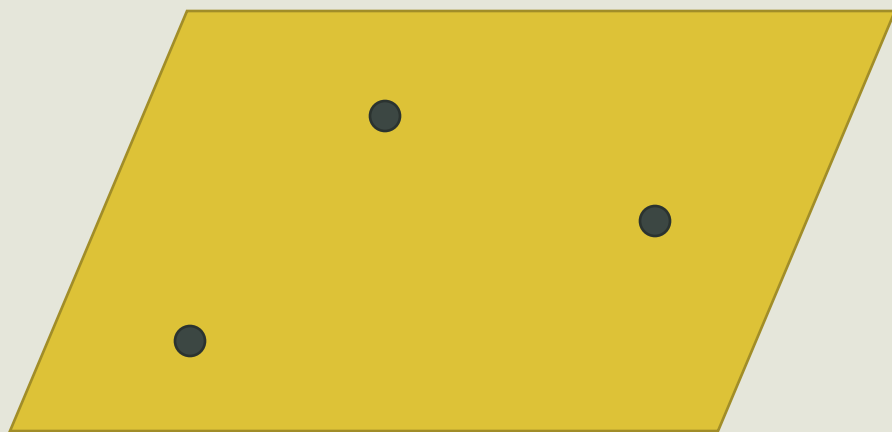
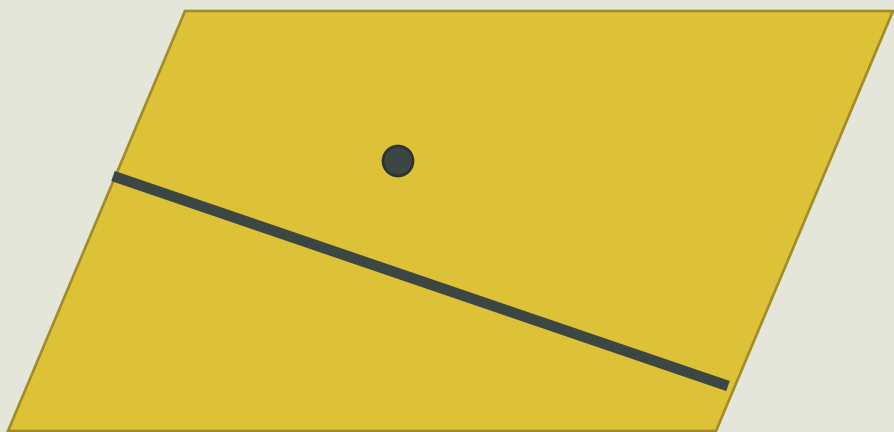
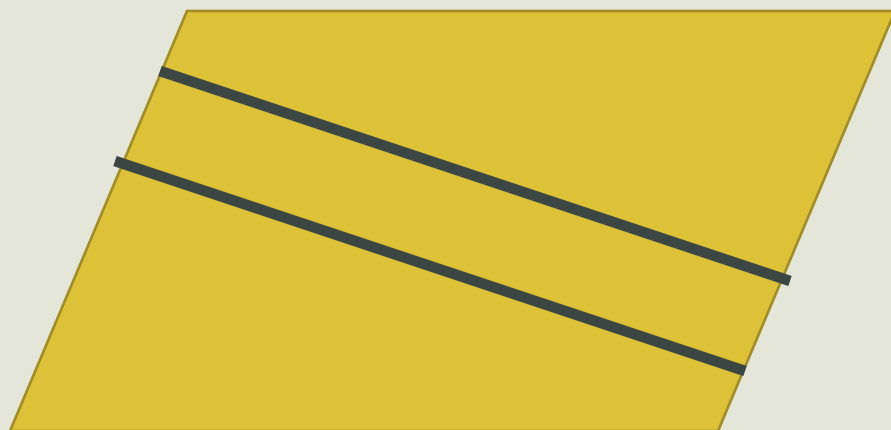
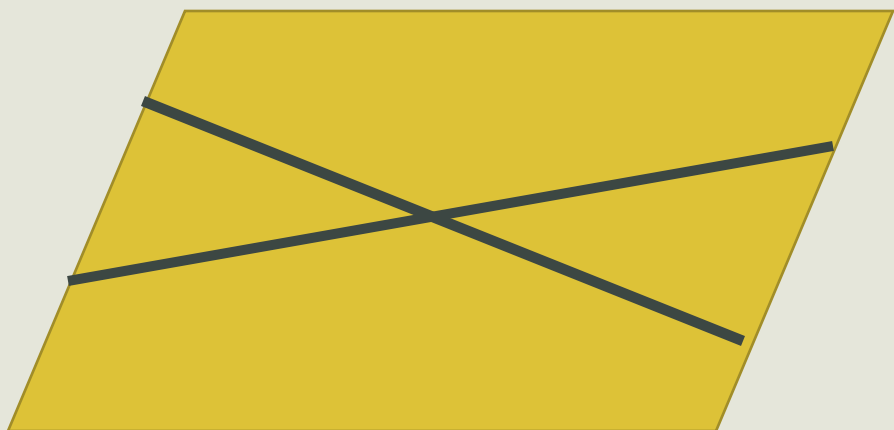
**•через дві прямі, що перетинаються**

**•через дві паралельні прямі**

**•через пряму і точку, яка не лежить на цій прямій**

**•через три точки, що не лежать на одній прямій**

# ПЛОЩИНИ





# Взаємне розміщення двох прямих у просторі

Із планіметрії відомо, що дві прямі, що лежать у площині, можуть перетинатися або не мати спільних точок. Якщо дві прямі лежать одній площині й не мають спільних точок, то вони називаються паралельними. У просторі дві різні прямі або перетинаються, або не перетинаються. Проте другий випадок допускає дві можливості: прямі лежать в одній площині або прямі не лежать в одній площині.

Прямі, які не перетинаються і лежать в одній площині, називаються **паралельними**.

Прямі, які не перетинаються і не лежать в одній площині, називаються **мимобіжними**.

(Випадки взаємного розташування двох прямих у просторі демонструються за допомогою стереометричного ящика або на каркасній моделі куба).

Отже, дві прямі ***a*** і ***b*** в просторі можуть перетинатися, бути паралельними, бути мимобіжними.

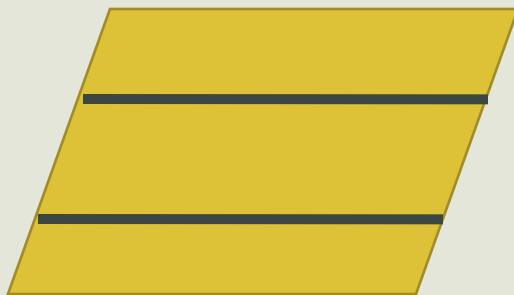
# Взаємне розміщення двох прямих у просторі

Лежать в одній площині  
площині



перетинаються

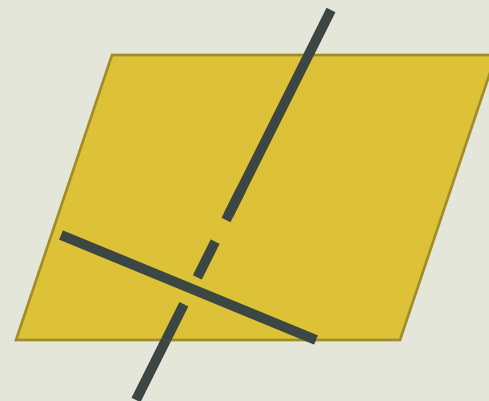
паралельні



Не лежать в одній

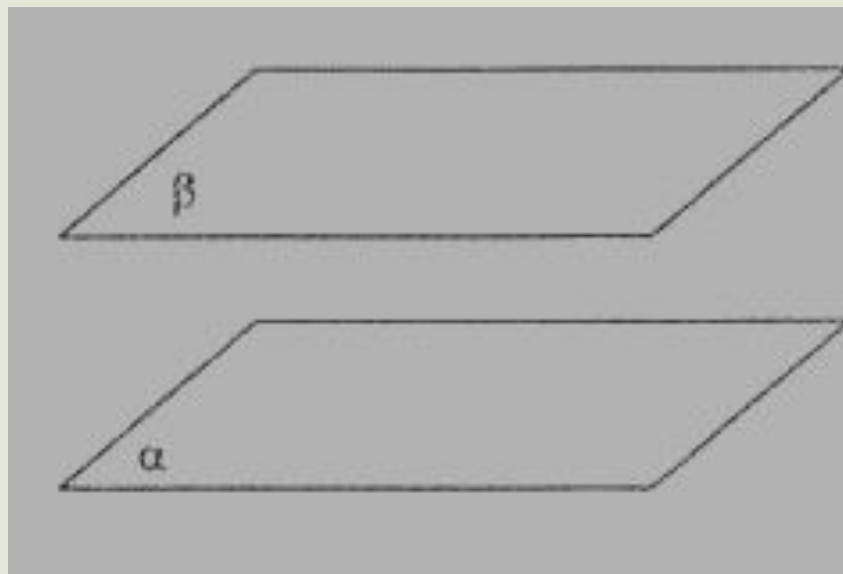
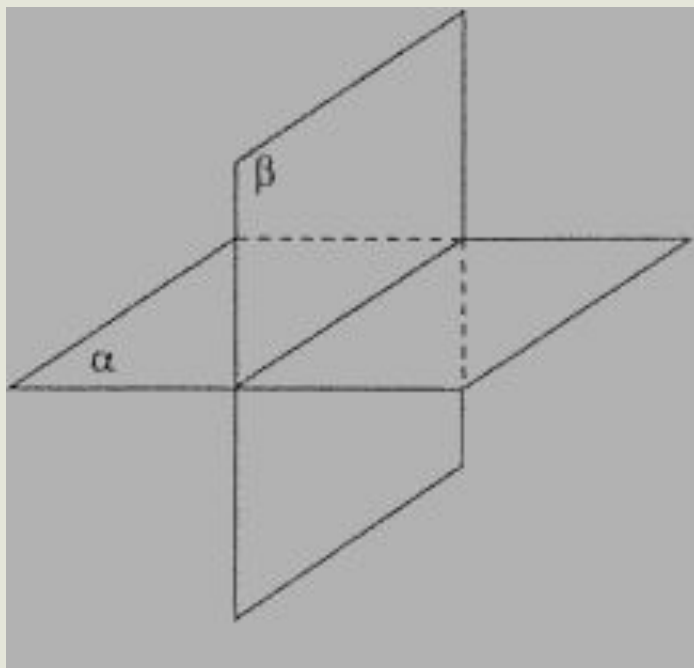


мимобіжні



# Взаємне розміщення двох площин

Ми знаємо, що якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку. Це твердження – аксіома стереометрії. Звідси випливає, що дві площини або перетинаються по прямій, або не перетинаються, тобто не мають спільних точок.

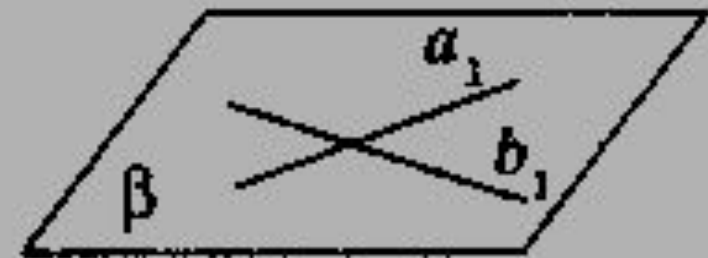
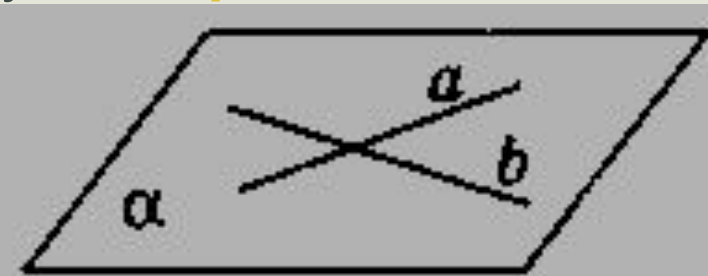


# Взаємне розміщення двох площин

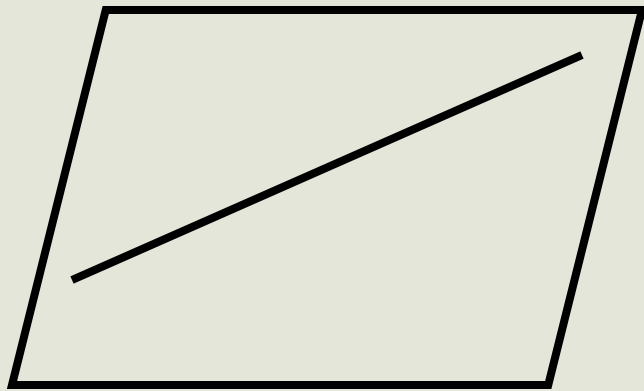
*Дві площини називаються паралельними, якщо вони не перетинаються.* Уявлення про паралельні площини дають підлога і стеля класної кімнати, дві протилежні стіни класної кімнати, поверхня стола і площина підлоги.

Якщо площини  $\alpha$  і  $\beta$  паралельні, то пишуть:  $\alpha \parallel \beta$ .

Дві площини будуть паралельними, якщо дві прямі, що лежать в одній площині й перетинаються, паралельні двом прямим другої площини, якщо  $a \parallel a_1$ ,  $b \parallel b_1$ , то  $\alpha \parallel \beta$

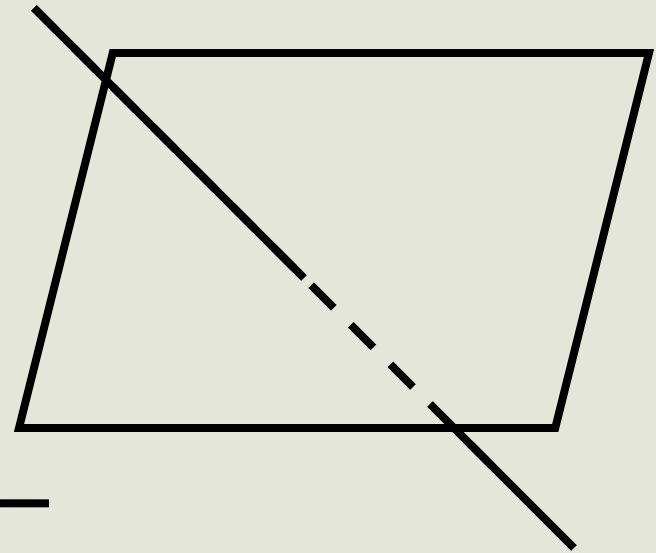


# Випадки взаємного розміщення прямої і площини

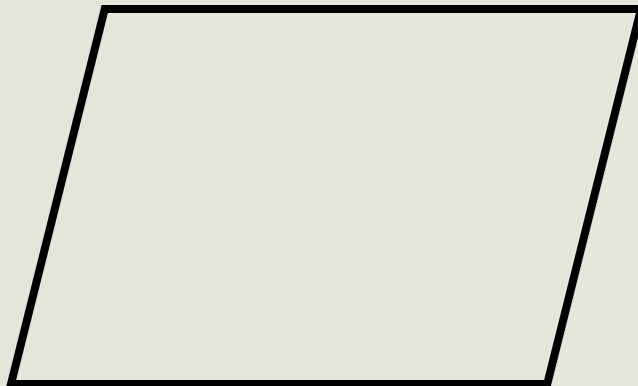


Пряма  
лежить у  
площині

Пряма  
паралельна  
площині

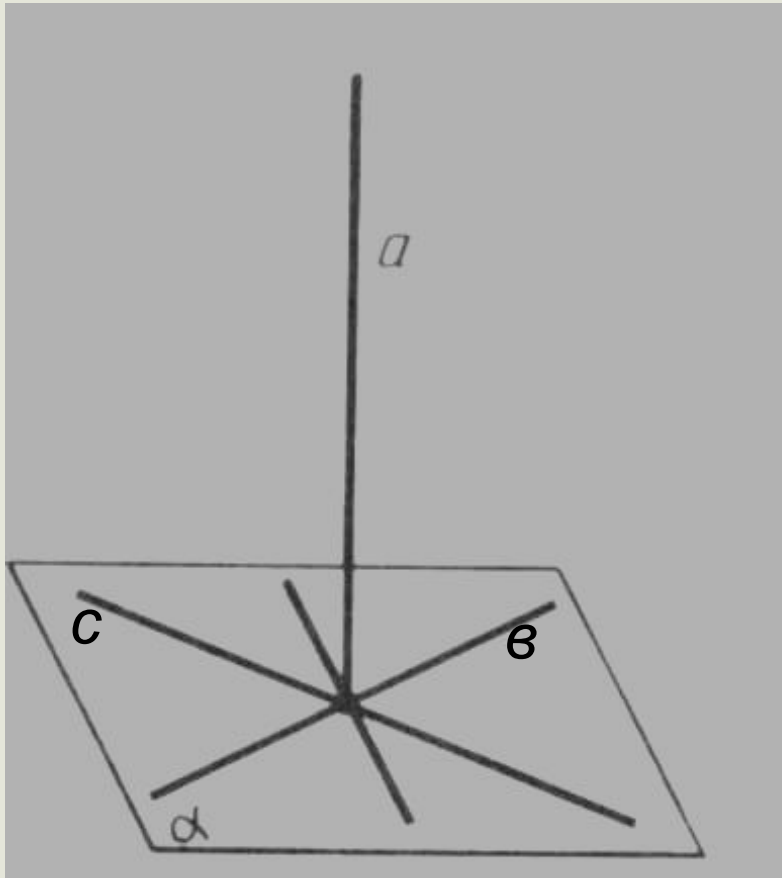


Пряма і  
площина  
перетинають  
ся





# Випадки взаємного розміщення прямої і площини



Пряма,  
перпендикулярна до  
площини

**Означення.**

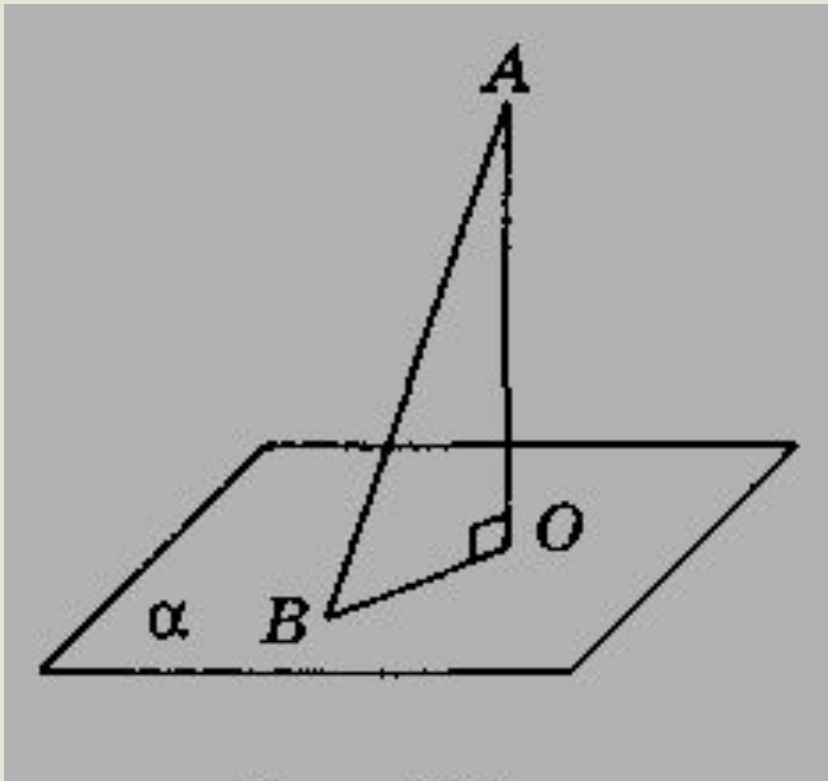
Пряма  $a$  перпендикулярна до площини  $\alpha$ , якщо  $a \perp c$ ,  $a \perp v$ .

**Теорема.**

Якщо  $a \perp c$ ,  $a \perp v$ , то  $a \perp \alpha$



# Випадки взаємного розміщення прямої і площини



Перпендикуляр і  
похила

**AO** – перпендикуляр

**AB** – похила

**BO** – проекція похилої **AB**  
на площину  $\alpha$

Відстанню від точки до  
площини називається  
довжина перпендикуляра,  
опущеного з цієї точки на  
площину.