


# Язык уравнений

МОУ «Гимназия №10»  
г. Тверь

Учитель математики  
Горшкова И.А.



***«Мне приходилось делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по – моему, гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно.»***

***( А. Эйнштейн)***

## Упростите выражения:

I вариант

а)  $6m + 5m - 4n - 4m + 3n + m$ ;

б)  $7m + 6n - 5n - 8m + 3n + m$ ;

в)  $7x - 8y + 9y - 5x + 6$ ;

г)  $3x - 5y + 7y - 2x + 4$ ;

д)  $3(2x - 3y) + 9(y - 4x)$ ;

е)  $7(2x - 3y) - 3(4x + 2y)$ ;

I вариант

а)  $8m - n$ ;

б)  $4n$ ;

в)  $2x + y + 6$ ;

г)  $x + 2y + 4$ ;

д)  $-30x$ ;

е)  $2x - 27y$ .

II вариант

а)  $2m + 5n - 4n - 6m + 3n + m$ ;

б)  $3m + 2n - 5n - 4m + 7n - m$ ;

в)  $6x - 3y + 8y - 4x + 7$ ;

г)  $5x - 7y + 5y - 2x + 4$ ;

д)  $5(2x - 3y) + 2(15y - 3x)$ ;

е)  $4(2x - 3y) - 8(x + 2y)$ .

II вариант

а)  $-3m + 4n$ ;

б)  $-2m + 4n$ ;

в)  $2x + 5y + 7$ ;

г)  $3x - 2y + 4$ ;

д)  $4x + 15y$ ;

е)  $-28y$ .

*Из заданных выражений составьте уравнения с одной переменной и решите их:*

$$3x-1$$

$$3a+1$$

$$z+4$$

$$b-9$$

$$\frac{4y+5}{2}$$

$$x+1$$

$$\frac{2y+2}{3}$$

$$\frac{c-1}{2}+2$$

$$7z+9$$

$$b-9$$

$$\frac{1-2c}{3}$$

$$3a-1$$

$$a) 3x-1=x+1$$

$$b) 3a+1=3a-1$$

$$c) z+4=7z+9$$

$$d) e-9=e-9$$

$$e) \frac{4y+5}{2} = \frac{2y+2}{3}$$

$$f) \frac{c-1}{2} + 2 = \frac{1-2c}{3}$$

- Что значит решить уравнение?
- Что называют корнем уравнения?
- Какое равенство называют уравнением?  
Сколько корней в уравнении?

### Задание 1.

**Решить уравнение** это значит найти все его корни или убедиться, что это уравнение не имеет ни одного корня.  
Проверьте, является ли число 7 корнем уравнений  $x - 3 = 4$  и  $5 \cdot (x - 3) = 20$ .  
Какой вывод можно сделать?

### Задание 2.

**Корнем уравнения** называют то значение неизвестного, при котором решенное уравнение обращается в верное равенство.  
Решите данное уравнение другим способом, используя то, что сумма противоположных чисел равна 0.  $x + 8 - 8 = -15 - 8$

**Уравнением** называют равенство, содержащее букву, значение которой надо найти.

Решить уравнения:

- а)  $6x = 6x + 9$ ;                      г)  $|2x + 5| = 1$ ;  
 б)  $3x - 18 = 2(1,5x - 9)$ ;        д)  $|1 - 7x| = -9$ .  
 в)  $(9 - 0,1x)(5 + 3x) = 0$ .

# Линейные уравнения.

*«Алгебра дает общую «отмычку», которой открываются любые задачные «замки», тогда как арифметика подбирает к каждой задаче свой ключ.» (И.К. Андронов)*

*Линейным уравнением* с одним неизвестным называют уравнение которое можно привести к виду  $ax=b$ , где  $a \neq 0$ .

Если  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{a}{b}$ , в уравнении один корень.

Если  $a=0$ ,  $b \neq 0$ , то  $0x=b$  и уравнение не имеет корней.

Если  $a=0$ ,  $b=0$ , то  $0x=0$  и уравнение имеет бесконечное число корней,  $x$ -любое число.

*Модулем числа  $a$*  называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки  $A(a)$ .

Модуль отрицательного числа есть положительное число, ему противоположное.

Модуль положительного числа равен самому числу;

Модуль нуля равен нулю.

## Алгоритм решения уравнений:

- 1) сначала уравнение упрости, если это возможно (раскрой скобки, приведи подобные);
- 2) затем перенеси слагаемые, содержащие неизвестное, в одну часть уравнения, а остальные слагаемые – в другую часть уравнения, изменив при этом их знаки на противоположные;
- 3) приведи подобные члены;
- 4) найди корни уравнения или докажи, что их нет.



## 1. Решить уравнения:

$$а) 8x + 5,9 = 7x + 20;$$

$$8x - 7x = 20 - 5,9$$

$$x = 14,1$$

$$\text{Ответ: } x = 14,1$$

$$б) 6x - 8 = -5x - 1,6;$$

$$6x + 5x = 8 - 1,6$$

$$11x = 6,4$$

$$x = 6,4 : 11$$

$$x = \frac{32}{55}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{32}{55}$$

## 2. Найти корни уравнений:

$$а) \frac{7}{9}x + 3 = \frac{2}{3}x + 5;$$

$$7x + 27 = 6x + 45$$

$$7x - 6x = 45 - 27$$

$$x = 18$$

$$\text{Ответ: } x = 18$$

$$в) \frac{x-3}{6} = \frac{7-x}{3}.$$

$$3(x-3) = 6(7-x)$$

$$3x - 9 = 42 - 6x$$

$$3x + 6x = 42 + 9$$

$$9x = 51$$

$$x = \frac{51}{9}$$

$$x = 5\frac{2}{3}; \quad \text{Ответ: } x = 5\frac{2}{3}$$

$$б) \frac{2}{3}y - \frac{1}{2}y + 2 = \frac{1}{4}y - 3.$$

$$8y - 6y + 24 = 3y - 36$$

$$8y - 6y - 3y = -36 - 24$$

$$-y = -60$$

$$y = 60$$

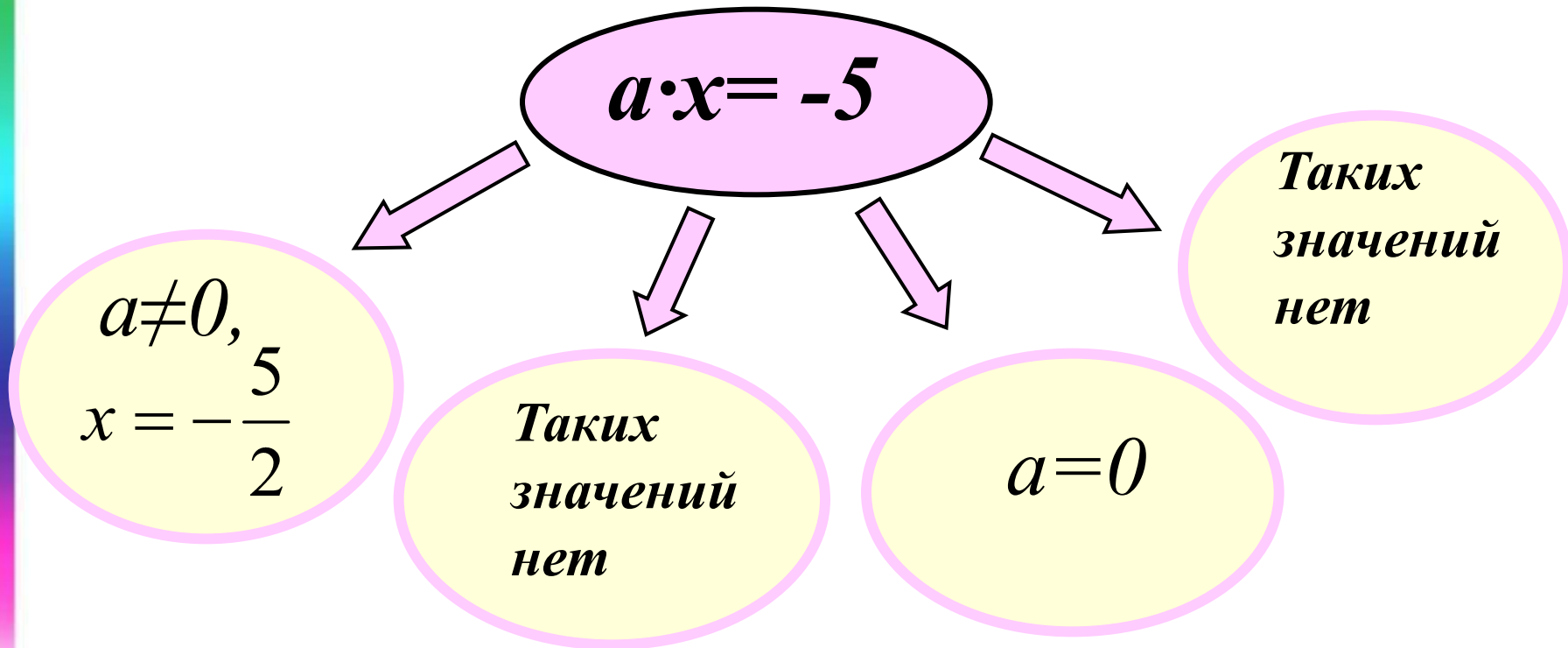
$$\text{Ответ: } y = 60$$

# Уравнения с параметром.

Задание 1. Найдите значение коэффициента  $a$ ,

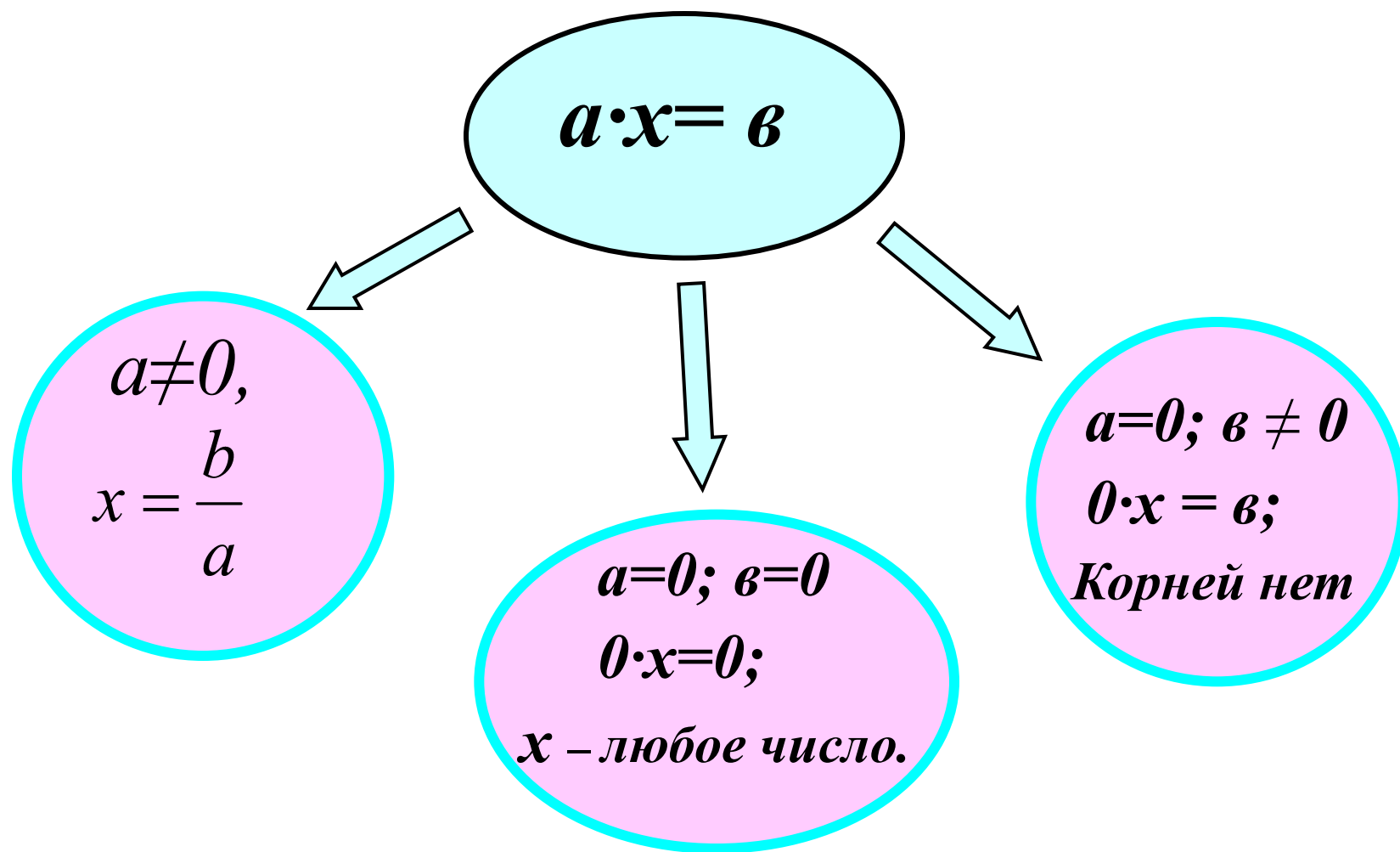
при котором уравнение  $ax=-5$ :

- 1) Имеет один корень. Найдите этот корень.
- 2) Имеет один корень, равный 0.
- 3) Не имеет корней.
- 4) Имеет в качестве корня любое число.



## Задание 2. Найдите все возможные решения

уравнения  $ax = b$ , где  $x$  - переменная,  $a$  и  $b$  – некоторые числа.



**Задание 3.** Решите уравнения, где  $x$  - переменная,  $a, b, m, n$  – некоторые числа.

$$a) ax + 2 = 3ax - 4;$$

$$б) ax - 3(1 + x) = 5;$$

$$в) ax = b + 1;$$

$$г) mx - 2x = n;$$

$$д) \frac{mx - 4}{2} = \frac{2mx - n}{5}.$$

$$a) ax + 2 = 3ax - 4$$

$$3ax - ax = 2 + 4$$

$$2ax = 6$$

$$x = \frac{3}{a}$$

Ответ: при  $a = 0$ , корней нет;

при  $a \neq 0$ ,  $x = \frac{3}{a}$ .

$$в) ax = b + 1$$

$$x = \frac{b + 1}{a}$$

1.  $a \neq 0$ ;

2.  $a = 0, b + 1 = 0 \quad 0x = 0$ ;

$$b = -1$$

3.  $a = 0, b \neq -1 \quad 0x = b + 1$ .

Ответ: при  $a \neq 0$ ,  $x = \frac{b + 1}{a}$ ;

при  $a = 0, b \neq -1$ , корней нет;

при  $a = 0, b = -1$ ,  $x$  — любое.

$$б) ax - 3(1 + x) = 5$$

$$ax - 3 - 3x = 5$$

$$x(a - 3) = 8$$

$$x = \frac{8}{a - 3}$$

Ответ: при  $a \neq 3$ ,  $x = \frac{8}{a - 3}$ ;

при  $a = 3$ , корней нет.

$$г) mx - 2x = n$$

$$(m - 2)x = n$$

$$x = \frac{n}{m - 2}$$

1.  $m \neq 2$ ,  $x = \frac{n}{m - 2}$ ;

2.  $m = 2, n = 0$ ,  $0x = 0$ ;

3.  $m \neq 2, n \neq 0$ ,  $0x = n$ .

Ответ: при  $m \neq 2$ ,  $x = \frac{n}{m - 2}$ ;

при  $m = 2, n = 0$ ,  $x$  — любое;

при  $m = 2, n \neq 0$ , корней нет.

$$\partial) \frac{mx - 4}{2} = \frac{2mx - n}{5}$$

$$5(mx - 4) = 2(2mx - n)$$

$$5mx - 20 = 4mx - 2n$$

$$mx = 20 - 2n$$

$$x = \frac{20 - 2n}{m}$$

$$1. m \neq 0, \quad x = \frac{20 - 2n}{m};$$

$$2. m = 0, n \neq 10, \quad 0x = 20 - 2n;$$

$$3. m = 0, n = 10, \quad 0x = 0.$$

$$\text{Ответ : при } m \neq 0, \quad x = \frac{20 - 2n}{m};$$

$$\text{при } m = 0, n \neq 10, \quad \text{корней нет};$$

$$\text{при } m = 0, n = 10, \quad x - \text{любое.}$$

$$\text{№125(1)} \quad 2x - 3(x - a) = 3 + a$$

$$2x - 3x + 3a = 3 + a$$

$$-x = 3 + a - 3a$$

$$-x = -2a + 3$$

$$x = 3 - 2a$$

Ответ :  $x = 3 - 2a$  при любом  $a$ .

$$\text{№123(1)} \quad 5x - 7 = 5x - a$$

$$5x - 5x = 7 - a$$

$$0x = 7 - a$$

Ответ : если  $a = 7$ , то  $x$  – любое.

$$\text{№125(3)} \quad \frac{ax - 2}{2} = \frac{3 - ax}{4}$$

$$2ax - 2 = 3 - ax$$

$$2ax + ax = 3 + 2$$

$$3ax = 5$$

$$x = \frac{5}{3a}$$

Ответ : при  $a \neq 0$ ,  $x = \frac{5}{3a}$ .