

Задача 7

Рыбаки и рыбки

Презентация составлена на основе решения задания «Рыбаки и рыбки» одной из команд, участвовавшей в заочном конкурсе Турнира юных естествоиспытателей 2012 года.

Оргкомитет ТЮЕ-2013

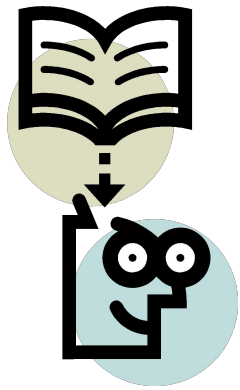


Условие задания

Три рыбака, наловив рыбы, улеглись спать, решив разделить улов следующим утром. Первый рыбак проснулся раньше других и решил забрать свою долю, не дожидаясь, когда проснутся остальные. Он разделил улов на три равные по количеству рыбок части, но одна рыбка оказалась лишней. Тогда он выпустил лишнюю рыбку в реку, забрал свою долю улова и ушел. Затем проснулся второй рыбак. Он не заметил, что первого рыбака уже нет, и решил забрать свою долю улова, не дожидаясь, когда проснутся остальные. С ним получилось то же, что и с первым рыбаком: разделил улов, выпустил лишнюю рыбку, забрал свою долю, ушел. То же произошло и с последним рыбаком.

Сколько рыбок было в улове?





??????

СКОЛЬКО БЫЛО РЫБОК В УЛОВЕ ?



Решение задачи :
составим таблицу из неизвестных

	<i>Перед дележкой</i>	<i>Взяли</i>	<i>Осталось</i>
<i>1-й рыбак</i>	$3x+1$	x	$2x$
<i>2-й рыбак</i>	$2x$	y	$2y$
<i>3-й рыбак</i>	$2y$	z	$2z$



Получаем систему уравнений :

$$\begin{cases} 2x=3y+1, \\ 2y=3z+1, \\ 3x+1=1+x+1+y+3z+1; \end{cases}$$

Выразим x и z из первых двух уравнений и подставим в третье уравнение :

$$x=1/2(3y+1),$$

$$z=1/3(2y-1),$$

$$3*1/2(3y+1)=3+1/2(3y+1)+y+3*1/3*(2y-1);$$

Тогда получаем, что $0=0$, следовательно третье уравнение эквивалентно первым двум, и т. к.

остается два уравнения с тремя неизвестными, то

решений бесконечно много

x?z - окончание задачи связано с начальными условиями

$$2x=3y+1$$

$$2y=3z+1$$

$$2 \cdot \frac{1}{3}(2x-1)=3z+1$$

$$2(2x-1)=9z+3$$

$$4x-9z=5$$

$$x=\frac{1}{4}(5+9z)$$

Дальше решаем методом подбора :

x, y, z – должны быть **целыми** , т. к. рыбаки забирали только целые рыбки;



Если $z=1$ или 2 , то x – не целое число

Если $z=3$, то $x=8$

Так как $y=1/3(2x-1)$, то $y=5$;

Получаем минимальное количество рыбы, которую выловили рыбаки:

$N = 3 \cdot 8 + 1 = 25$ рыб (минимальное количество, которое они могли выловить)

И так далее по такому же принципу подбирая z и выполняя условия что x, y, z – целые – получаем последовательность решений...



<i>Наловили</i>	<i>I рыбак</i>	<i>II рыбак</i>	<i>III рыбак</i>
25	8	5	3
52	17	11	7
106	35	23	15

И так далее по такому же принципу...



Решение Дирака

Ответ Дирака(D) : -2.

Дирак – математик, и «-1» рыба его не смущала ☺

N'_k и N_k – два “соседних” решения :

$$N'_k = N_k - D$$

$$N'_{k+1} = N_{k+1} - D = \frac{2}{3}(N_k - D) - \frac{2}{3}(D - 1) = \frac{2}{3}(N_k - D)$$

2/3 остается после
предыдущего рыбака

Очевидно, данное выражение представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем 2/3

$$N_k = (2/3) N_0^k - D = (2/3)^k (N+2) - 2$$

N_k – должно быть **целым** числом,

следовательно $(N+2)$ – должно быть **кратным $3^3 = 27$** (так как рыбаков трое)

$N+2 = 27n$, где n – любое целое число



$$\mathbf{N = 27n - 2}$$

$n = 1$, то $N = 25$

$n = 2$, то $N = 52$

$n = 3$, то $N = 106$ и т.д.

Т.е. получаем решения, которые представлены ранее в таблице





**СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ**