

# Задачи и упражнения на готовых чертежах 10 класс

## Глава 1. Параллельность прямых и плоскостей

к учебнику «Геометрия 10-11»

Автор Л.С. Атанасян

Обвинцева Надежда Александровна,  
МОУ «Средняя общеобразовательная школа  
№4»

г. Шадринск

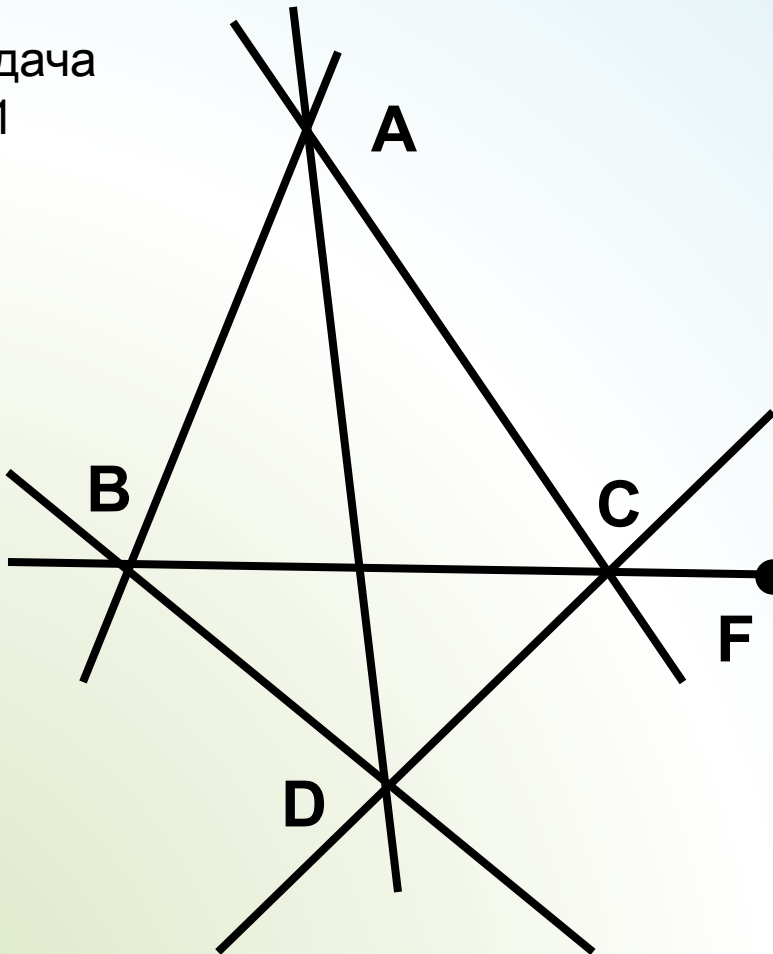


# Содержание

- ✓ Аксиомы стереометрии (введение)
- ✓ Параллельность прямых, прямой и плоскости (гл.1 §1)
- ✓ Взаимное расположение прямых в пространстве (гл.1 §2)
  - Скрещивающиеся прямые (п. 7)
  - Угол между прямыми (п. 9)
- ✓ Параллельность плоскостей

# Аксиомы стереометрии

Задача  
№1



**Дано:** точки  $F$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$   
не лежат в одной  
плоскости

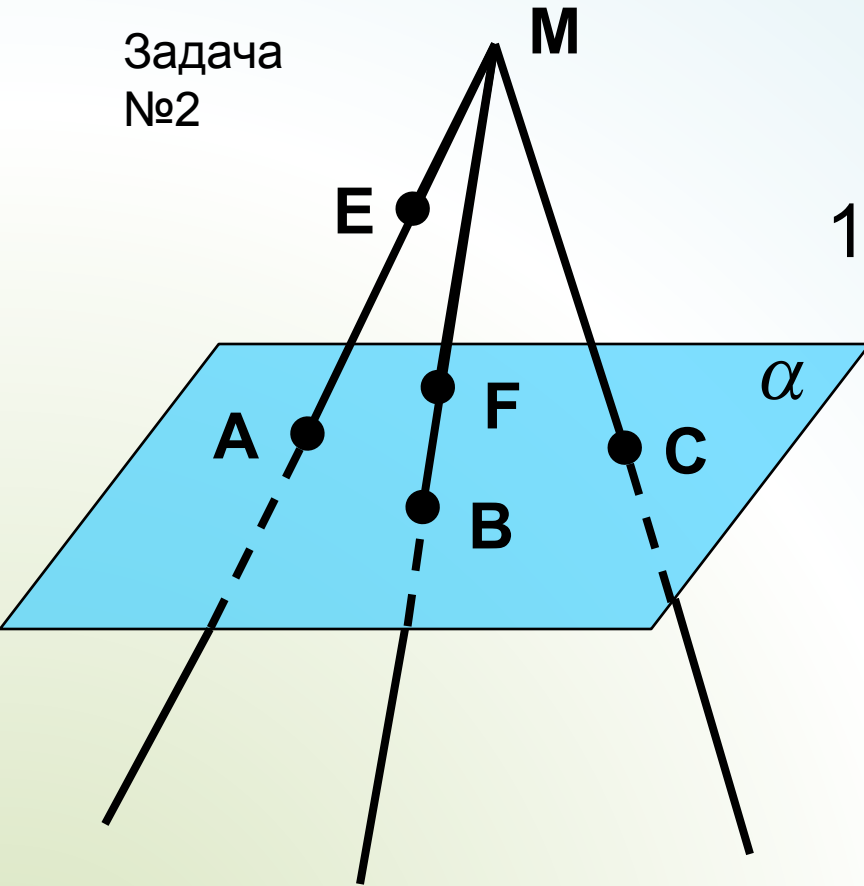
**Указать:**

1. Плоскости, которым принадлежит:  
Прямая  $AB$ ; точка  $F$ ;  
точка  $C$
2. Прямую пересечения плоскостей:
  - a)  $ABC$  и  $ACD$
  - b)  $ABD$  и  $DCF$



# Аксиомы стереометрии

Задача  
№2



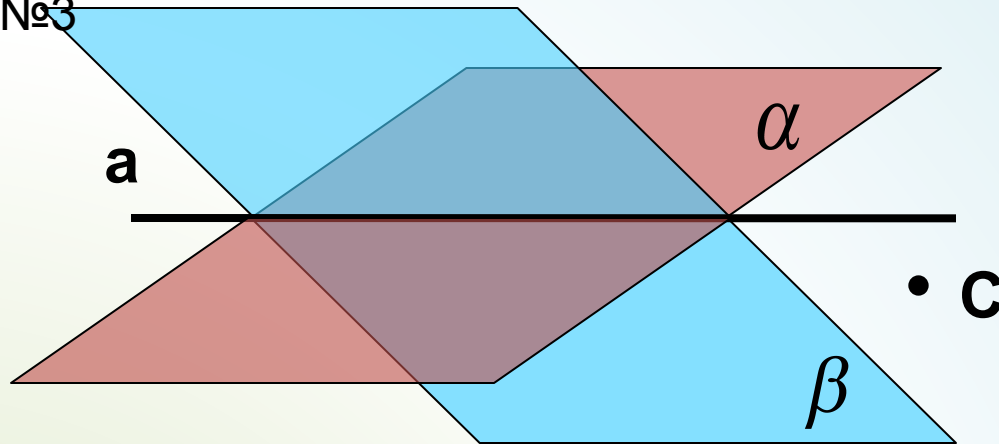
**Дано:** точка  $M$  лежит вне плоскости  $\alpha$ , а точки  $A, B$  и  $C$  принадлежат этой плоскости.

1. Принадлежит ли точка  $F$  плоскости  $\alpha$ ?
2. Указать прямую пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $ABM$ ;  $ABM$  и  $BMC$ .
3. Может ли точка  $E$  принадлежать плоскости  $\alpha$ ?
4. Принадлежит ли прямая  $AC$  плоскости  $MBC$ ?



# Аксиомы стереометрии

Задача  
№3



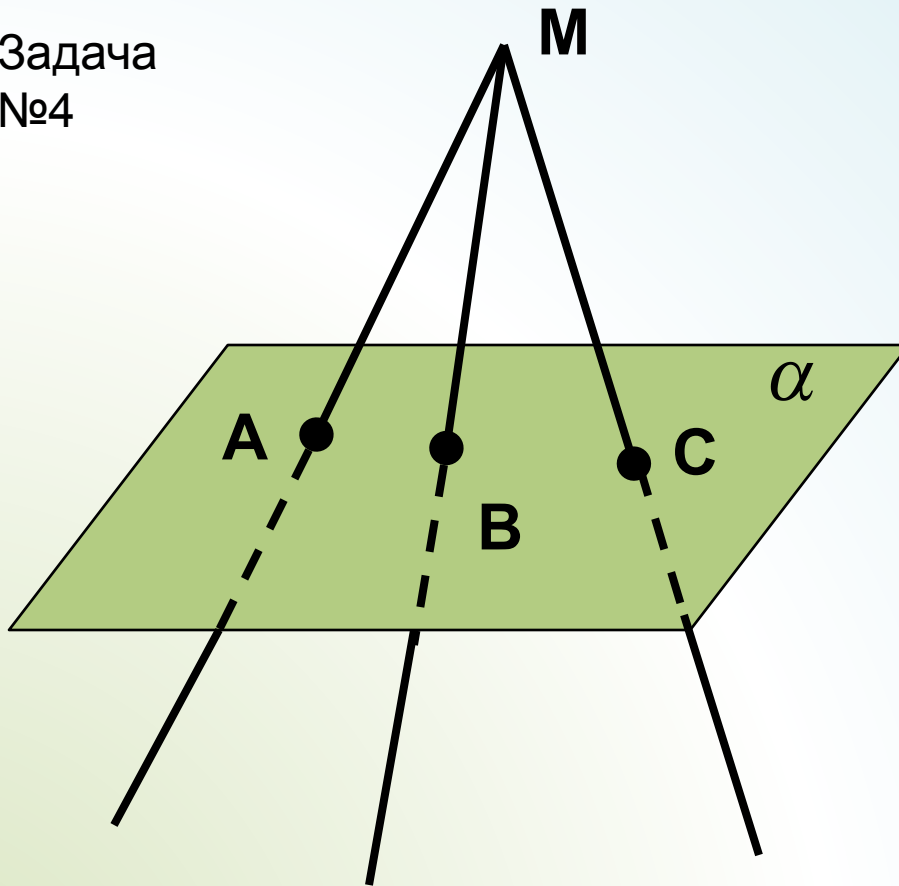
**Дано:** плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$ .

Может ли точка  $C$  принадлежать плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$  ?



# Аксиомы стереометрии

Задача  
№4



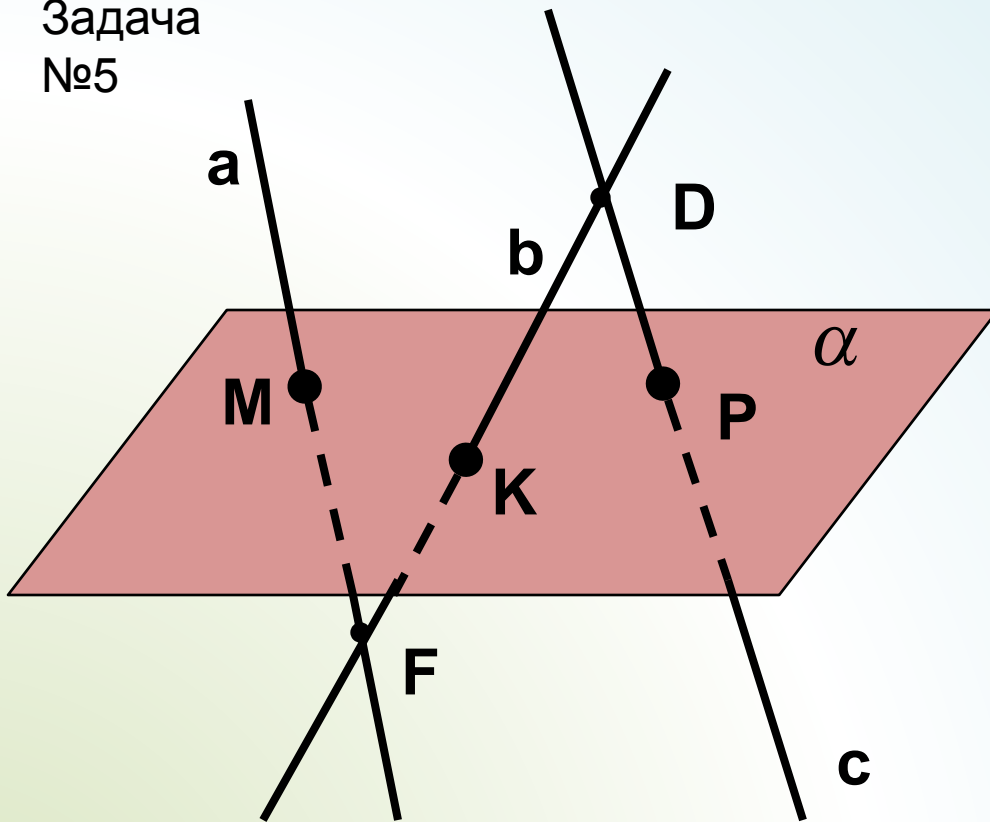
**Дано:** лучи  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  лежат в одной плоскости и пересекают плоскость  $\alpha$  в точках  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

**Доказать,** что точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на одной прямой



# Аксиомы стереометрии

Задача  
№5



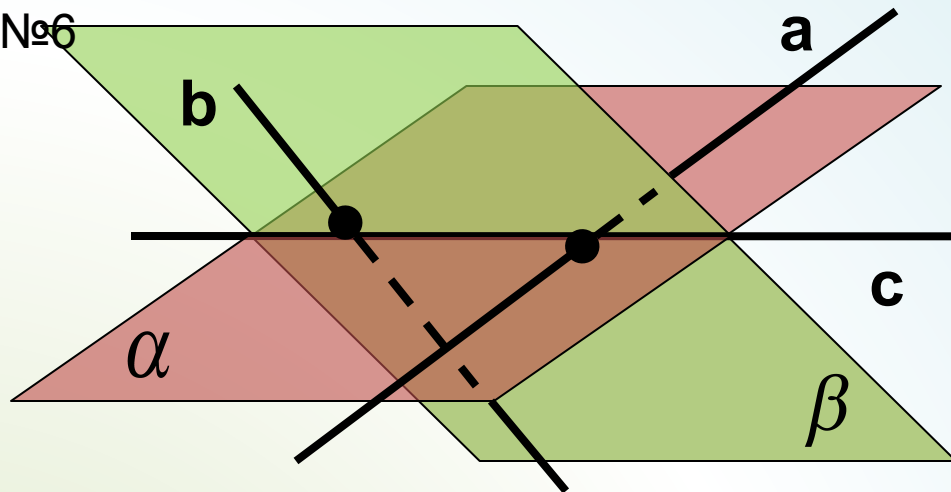
**Дано:** прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$  пересекают плоскость  $\alpha$  в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ .

Лежат ли прямые  $a$ ,  $b$  и  $c$  в одной плоскости?



# Аксиомы стереометрии

Задача  
№6



**Дано:** прямая  $c$  – линия пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ . Прямые  $a$  и  $b$  принадлежат плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно.

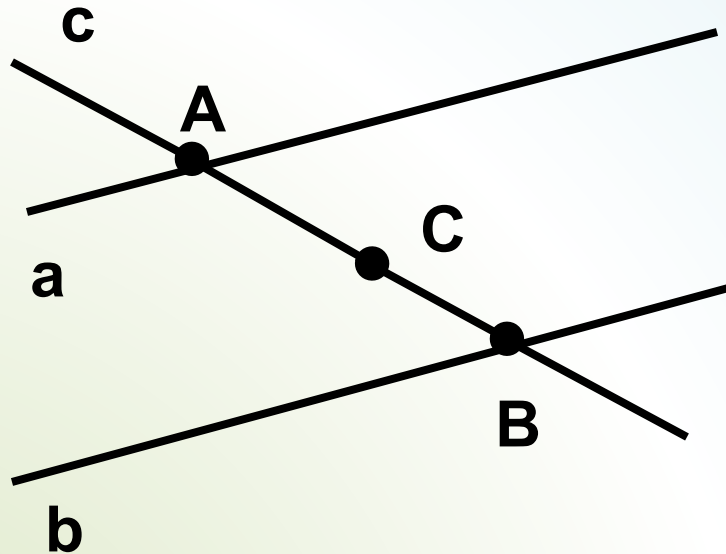
**Доказать:** прямые  $a$  и  $b$  не лежат в одной плоскости.





# Параллельность прямых

Задача  
№1



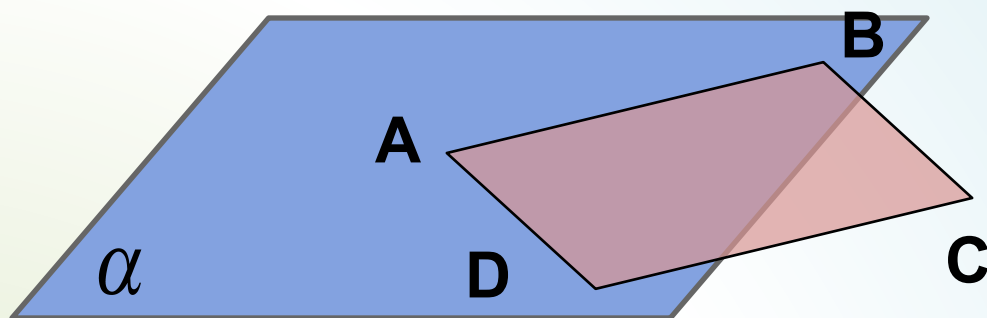
**Дано:**  $a \parallel b$

**Доказать:**  $a$ ,  $b$  и  $c$   
лежат в одной  
плоскости



# Параллельность прямых

Задача  
№2



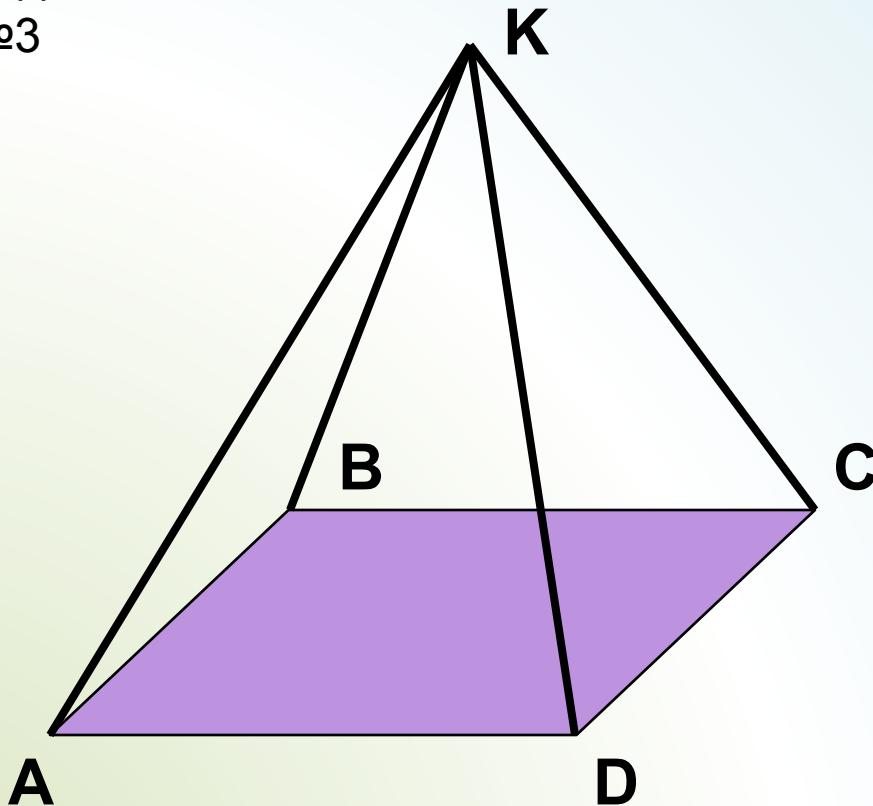
**Дано** :  $ABCD$  –  
параллелограмм.  
Точки  $A$ ,  $B$  и  $D$  лежат  
в плоскости  $\alpha$  .

**Доказать**: точка  $C$   
лежит в плоскости  $\alpha$



# Параллельность прямой и плоскости

Задача  
№3



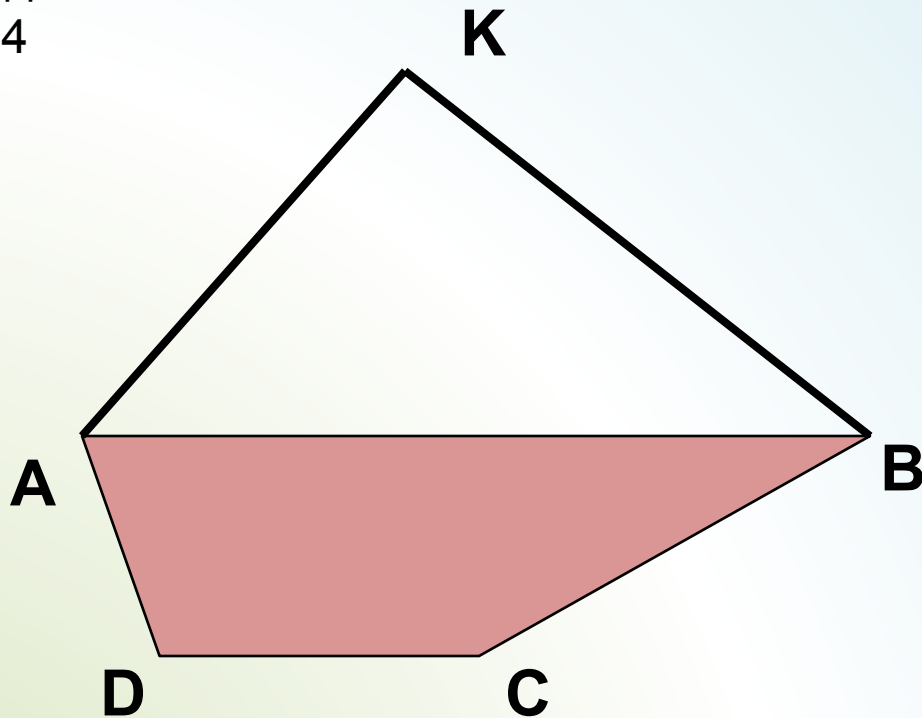
**Дано:** точка  $K$  лежит  
вне плоскости  
параллелограмма  
 $ABCD$

**Указать:** пары  
параллельных  
прямых и  
плоскостей



# Параллельность прямой и плоскости

Задача  
№4



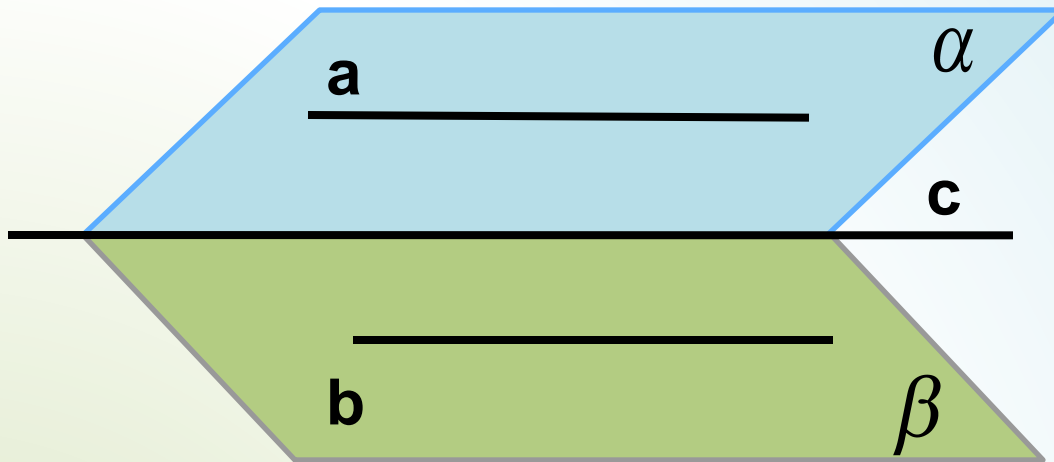
**Дано:** точка  $K$   
лежит вне  
плоскости  
трапеции  $ABCD$

**Доказать:**  
 $CD \parallel АКВ$



# Параллельность прямой и плоскости

Задача  
№5



**Дано:**

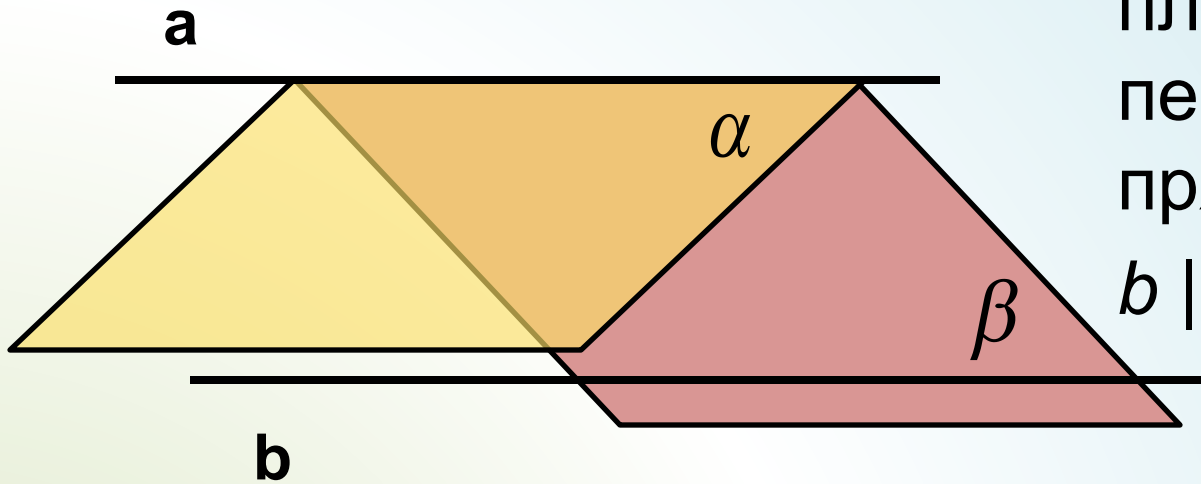
плоскости  $\alpha$  и  $\beta$   
пересекаются по  
прямой  $c$ .  
Прямые  $a$  и  $b$   
принадлежат  
плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$ .  
 $a \parallel b$ .

**Доказать:**  $a \parallel b \parallel c$



# Параллельность прямой и плоскости

Задача  
№6



**Дано:**

плоскости  $\alpha$  и  $\beta$   
пересекаются по  
прямой  $a$ .

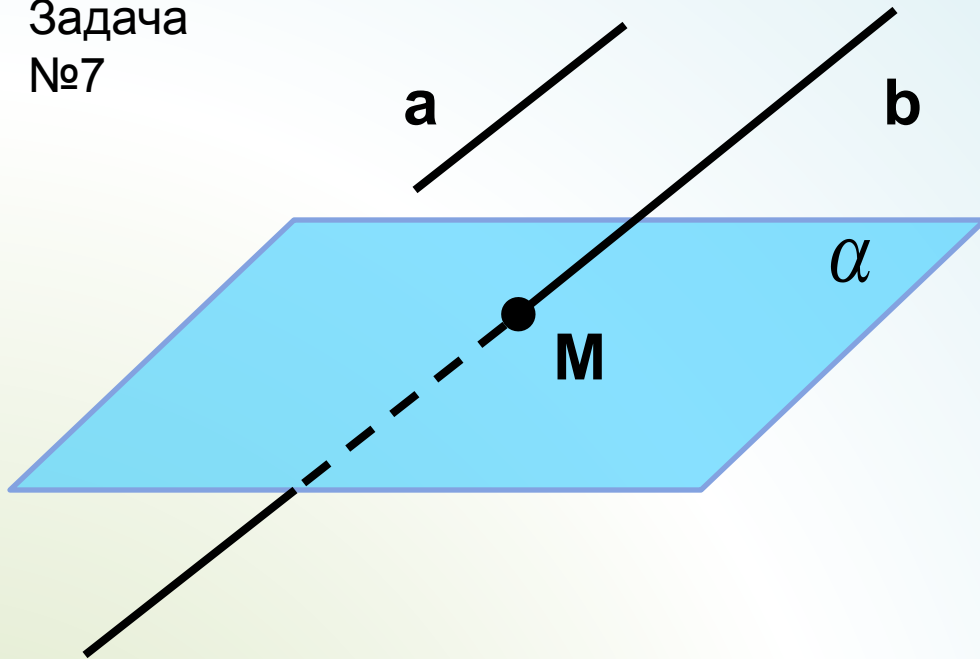
$b \parallel \alpha$  ,  $b \parallel \beta$  .

**Доказать:**  $b \parallel a$



# Параллельность прямой и плоскости

Задача  
№7



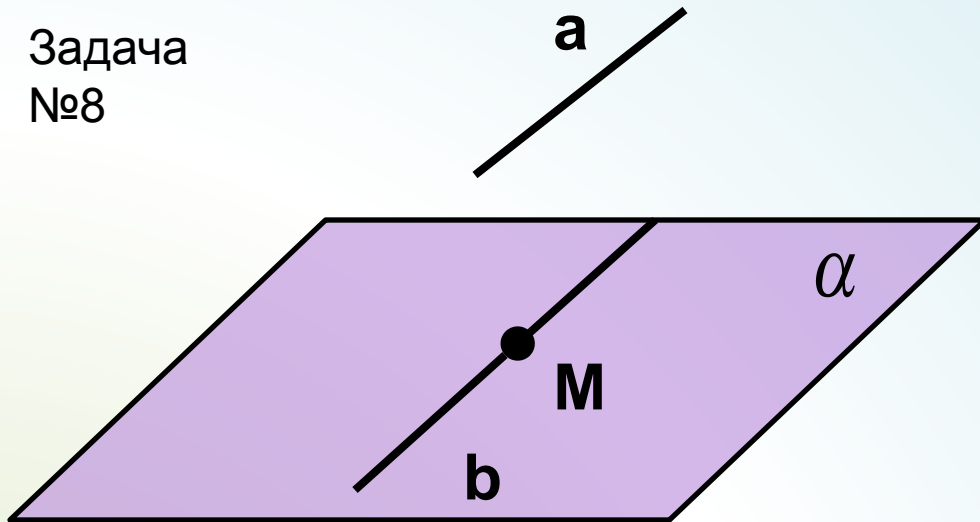
**Дано:** прямая  $b$   
пересекает  
плоскость  $\alpha$  в  
точке  $M$ .  
 $a \parallel b$ .

**Доказать:**  $a$  пересекает  $\alpha$



# Параллельность прямой и плоскости

Задача  
№8



**Дано:**  $a \parallel \alpha$ ,  $a \parallel b$ ,  
 $M$ -общая точка  
плоскости  $\alpha$  и  
прямой  $b$ .  
 $a \parallel b$ .

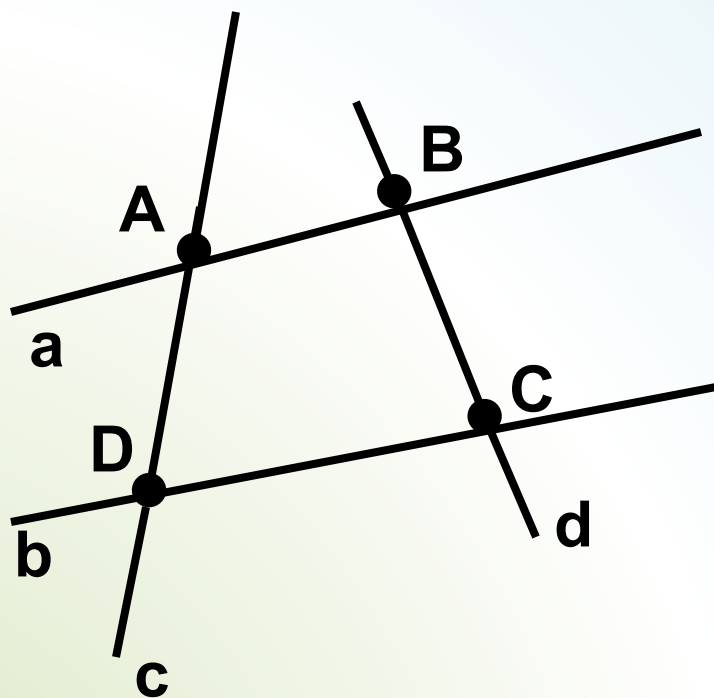
**Доказать:**  $b$  принадлежит  $\alpha$ .





# Скрещивающиеся прямые

Задача  
№1



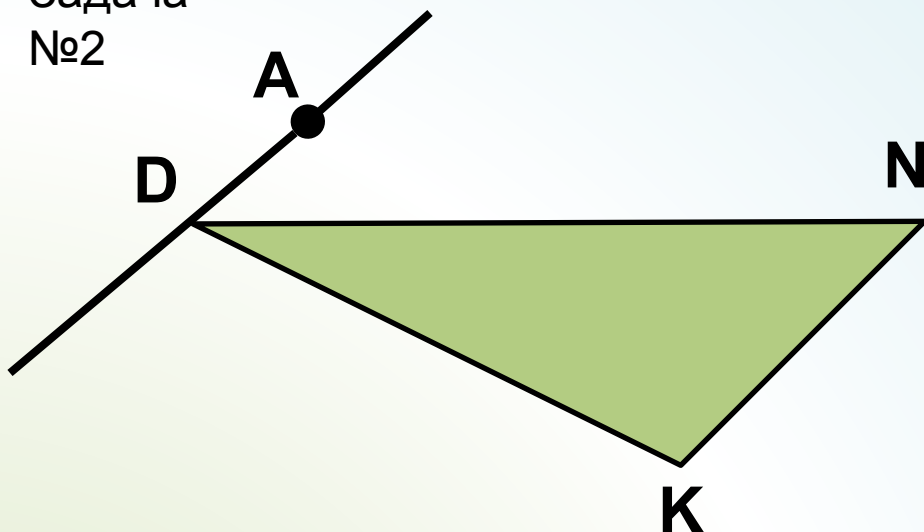
**Дано**: прямые  $a$  и  $b$  - скрещивающиеся

**Доказать**:  $a$ ,  $b$  и  $c$  лежат в одной плоскости



# Скрещивающиеся прямые

Задача  
№2



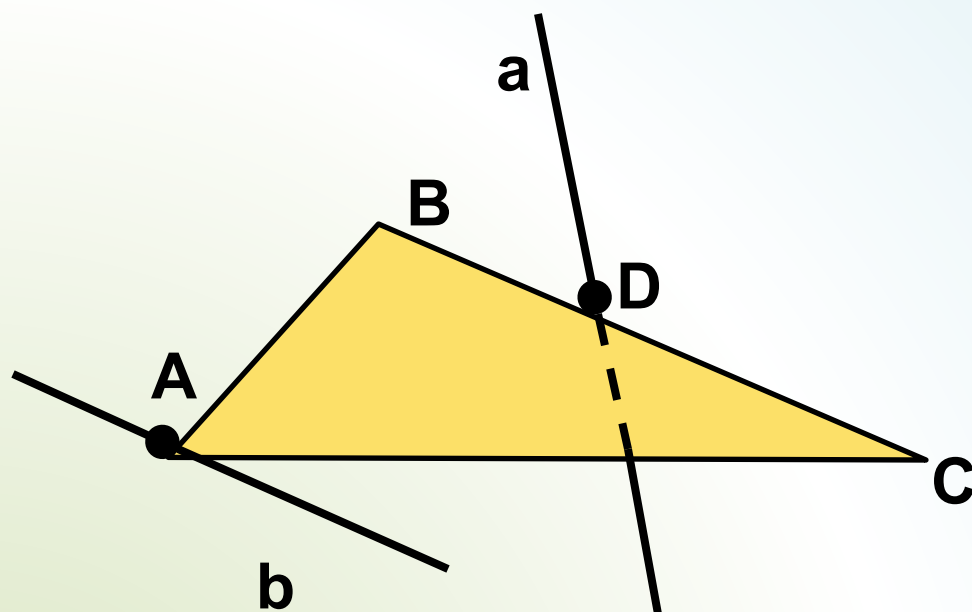
**Дано:** точка  $A$  лежит  
вне плоскости  $DNK$ .

**Доказать:** прямые  
 $AD$  и  $NK$  -  
скрещивающиеся



# Скрещивающиеся прямые

Задача  
№3



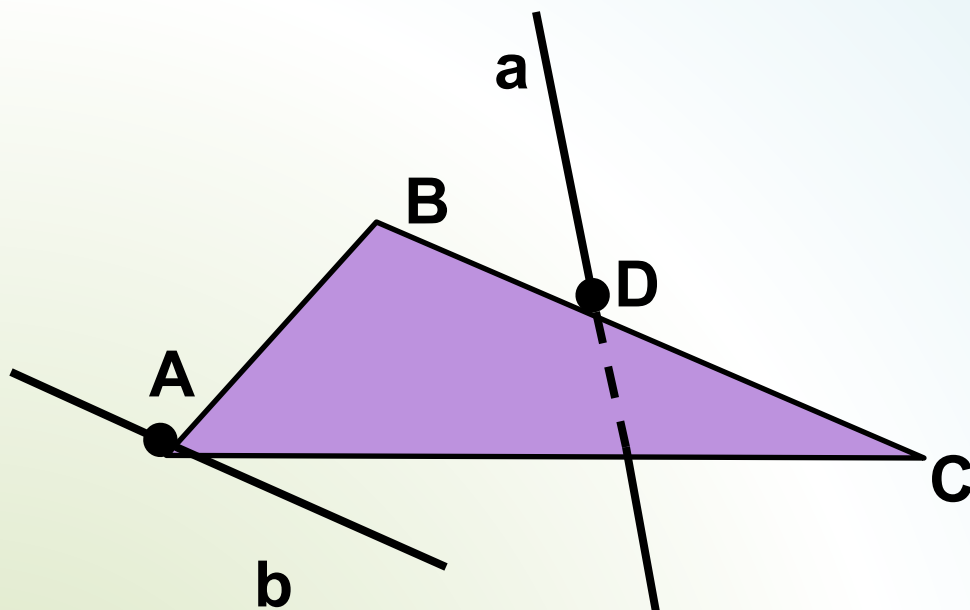
**Дано:**  $b \parallel BC$ , прямая  $a$  не принадлежит плоскости  $ABC$

**Доказать:** прямые  $a$  и  $b$  - скрещивающиеся



# Скрещивающиеся прямые

Задача  
№4



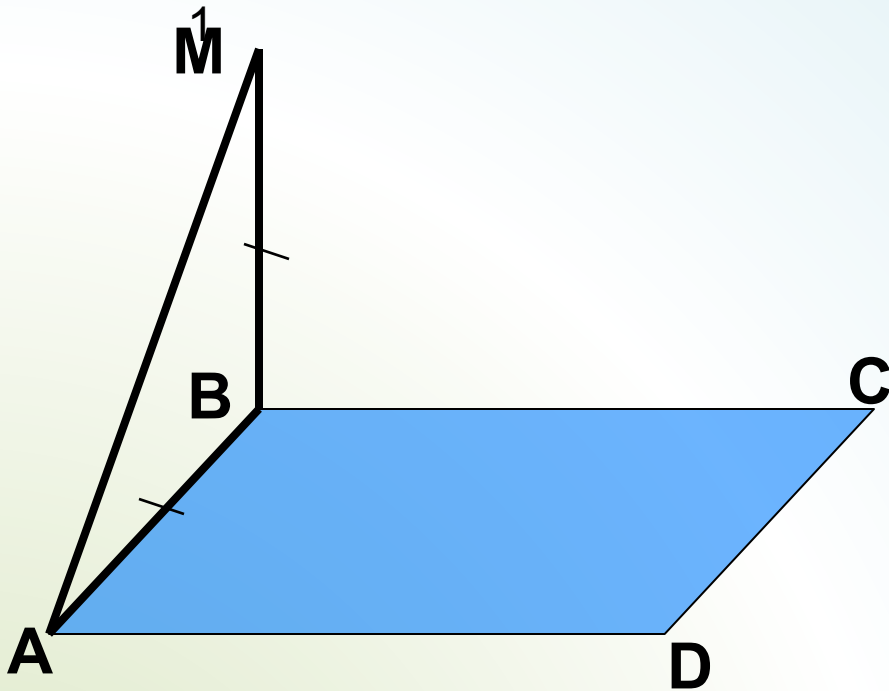
**Дано**:  $b \parallel BC$ , прямая  $a$  не принадлежит плоскости  $ABC$

**Доказать**: прямые  $a$  и  $b$  - скрещивающиеся



# Угол между прямыми

Задача №



**Дано**: прямая  $MB$   
перпендикулярна  
плоскости  $ABCD$

$ABCD$  -

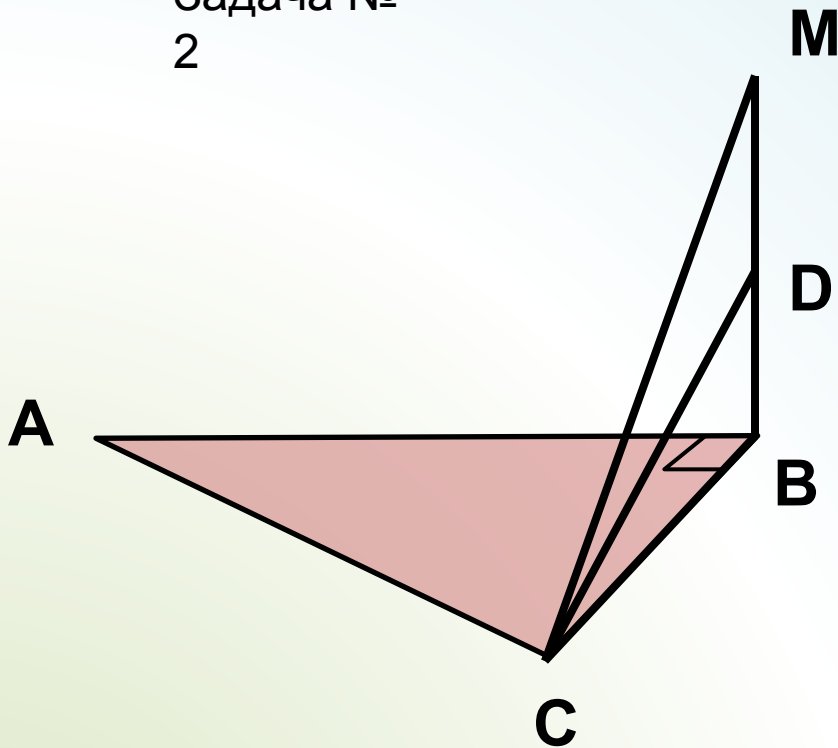
прямоугольник

**Найти**: угол между  
прямыми а)  $MB$  и  $AD$ ,  
б)  $AM$  и  $CD$ , в)  $AM$  и  
 $BC$



# Угол между прямыми

Задача №  
2



**Дано**: прямая  $MB$   
перпендикулярна  
плоскости  $ABC$

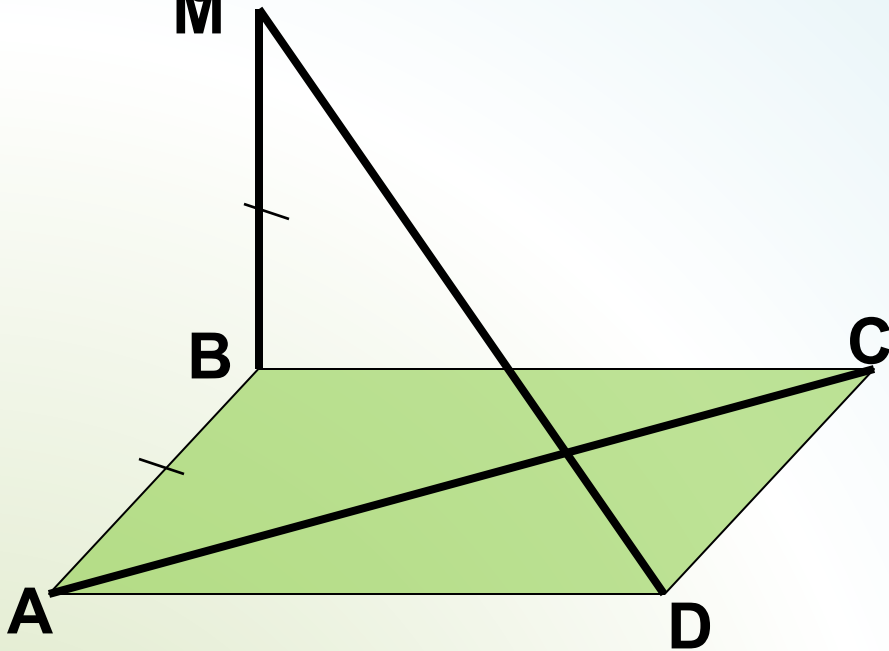
**Найти**: угол между  
прямыми  $AB$  и  $CD$ ,



# Угол между прямыми

Задача №

3



**Дано**: прямая  $MB$   
перпендикулярна  
плоскости  $ABC$   
 $ABCD$  - ромб

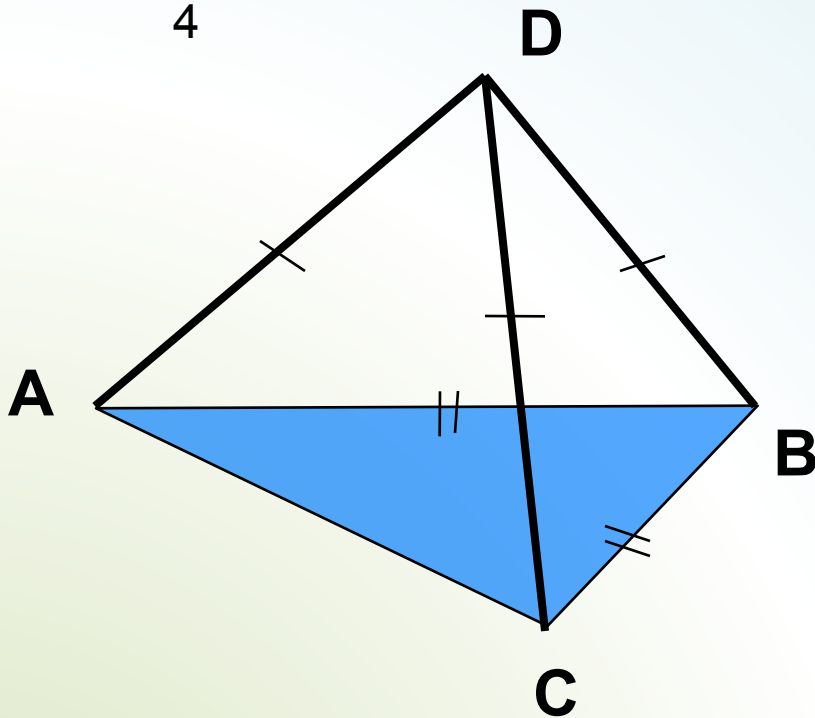
**Найти**: угол между  
прямыми  $MD$  и  $BC$



# Угол между прямыми

Задача №

4



**Дано**: точка D лежит  
вне плоскости  $ABC$

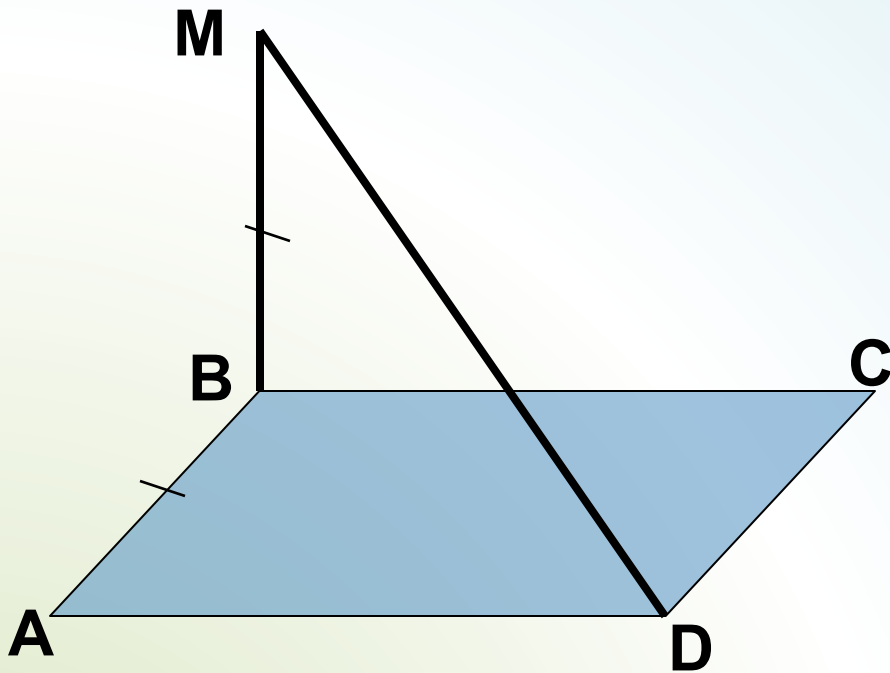
**Найти**: угол между  
прямыми  $AC$  и  $BD$ ,





# Угол между прямыми

Задача № 5



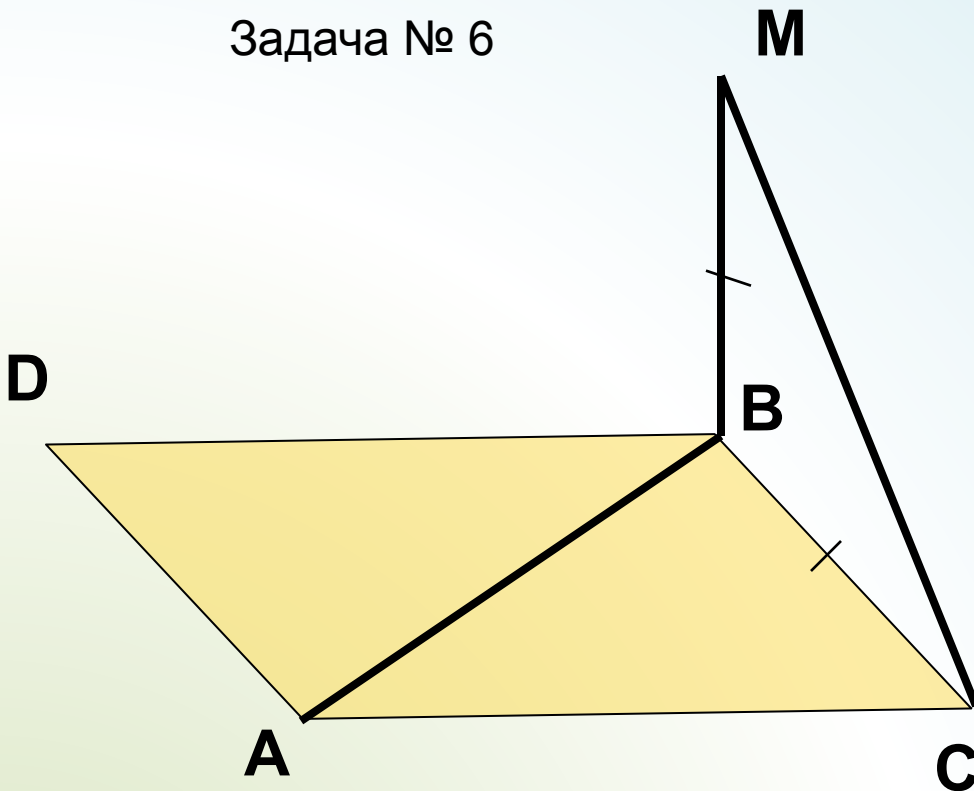
**Дано**: прямая  $MB$   
перпендикулярна  
плоскости  $ABC$   
 $ABCD$  – квадрат

**Найти**: угол между  
прямыми  $MD$  и  $BC$



# Угол между прямыми

Задача № 6



**Дано**: прямая  $MB$   
перпендикулярна  
плоскости  $ABC$   
 $ABCD$  - квадрат

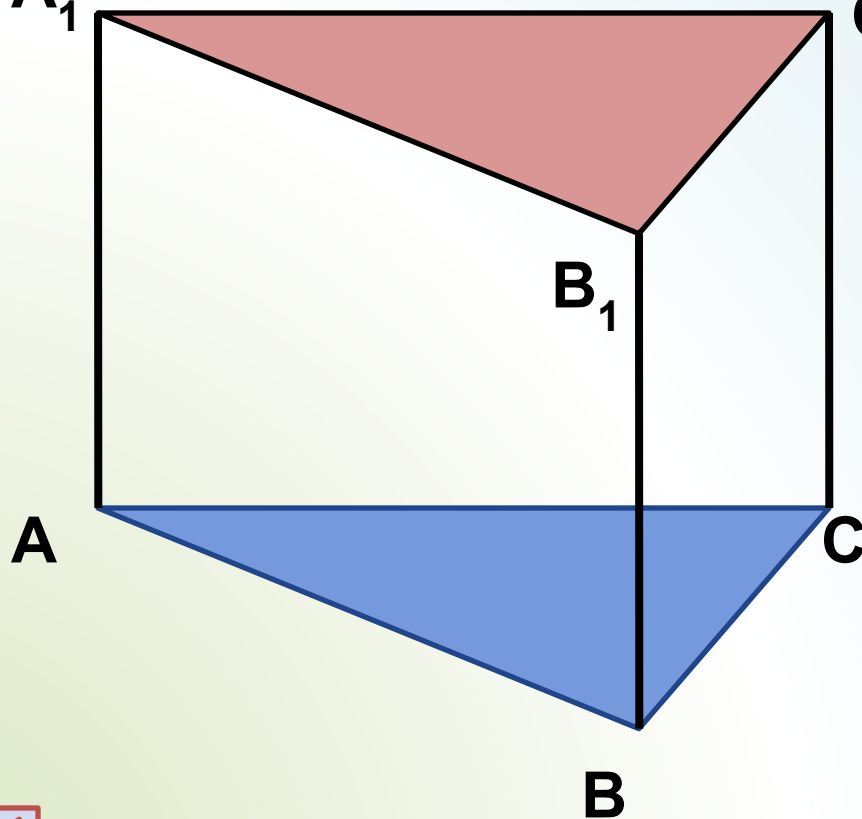
**Найти**: угол между  
прямыми  $BD$  и  $CM$



# Параллельность плоскостей

Задача

№1  $A_1$



**Дано:**

$$AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$$
$$AA_1 = BB_1 = CC_1$$

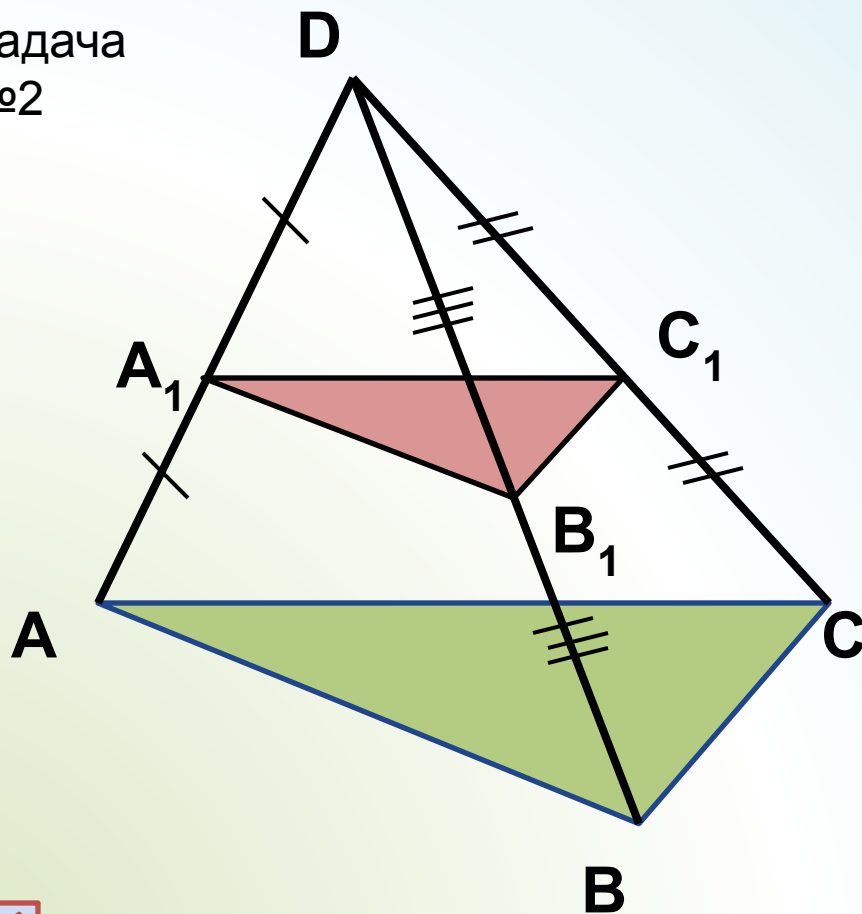
**Доказать:**

параллельность  
плоскостей  $ABC$  и  
 $A_1B_1C_1$



# Параллельность плоскостей

Задача  
№2



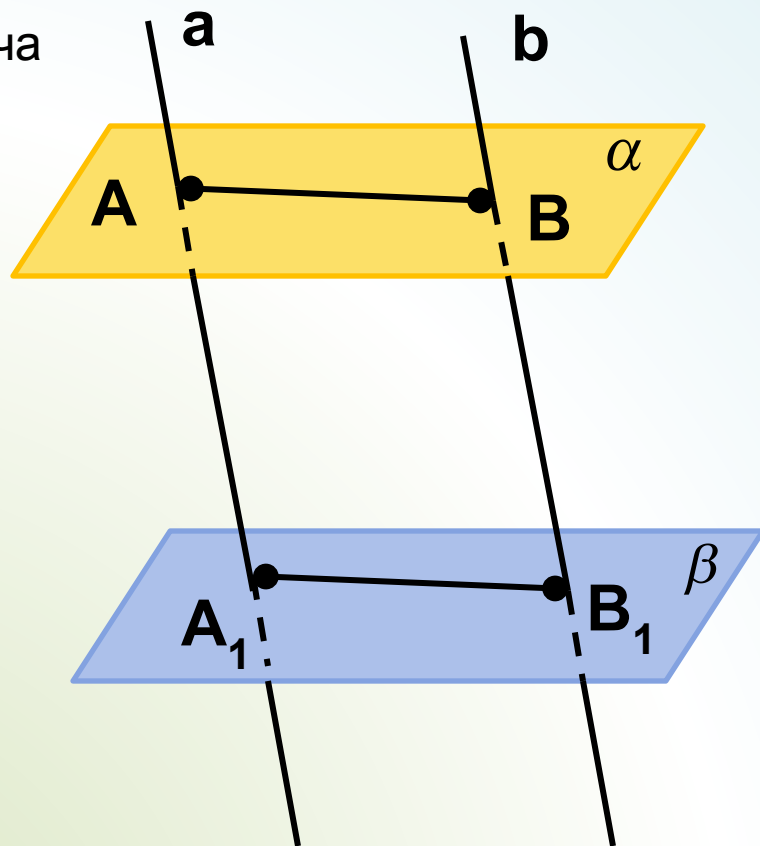
**Дано:**  $D$  лежит вне  
плоскости  $ABC$

**Доказать:**  
параллельность  
плоскостей  $ABC$  и  
 $A_1B_1C_1$



# Параллельность плоскостей

Задача  
№3



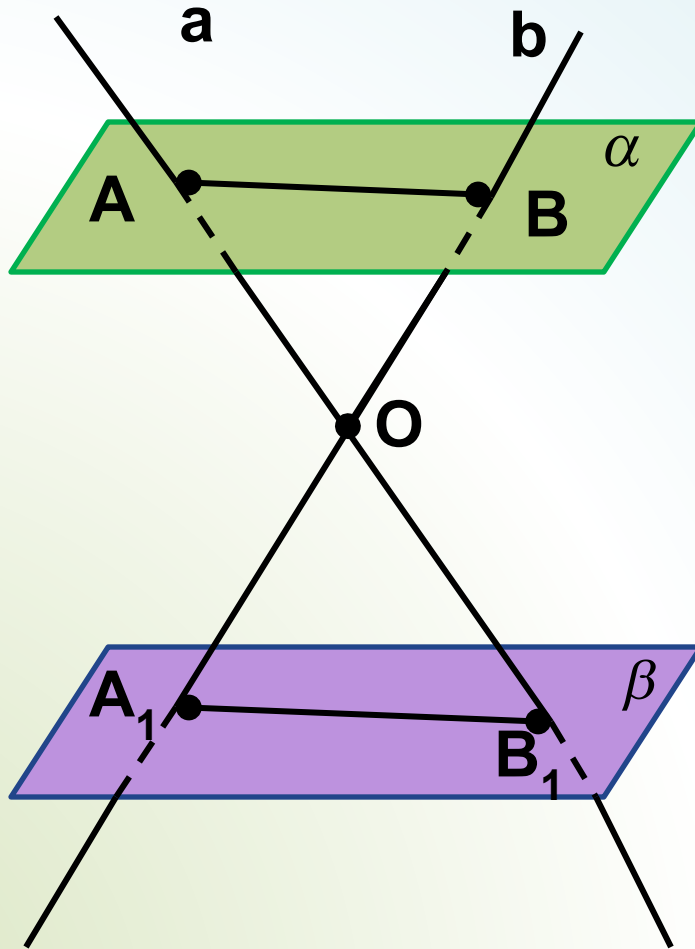
**Дано:** плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны  
 $a \parallel b$

**Доказать:**  $AB = A_1B_1$



# Параллельность плоскостей

Задача  
№4



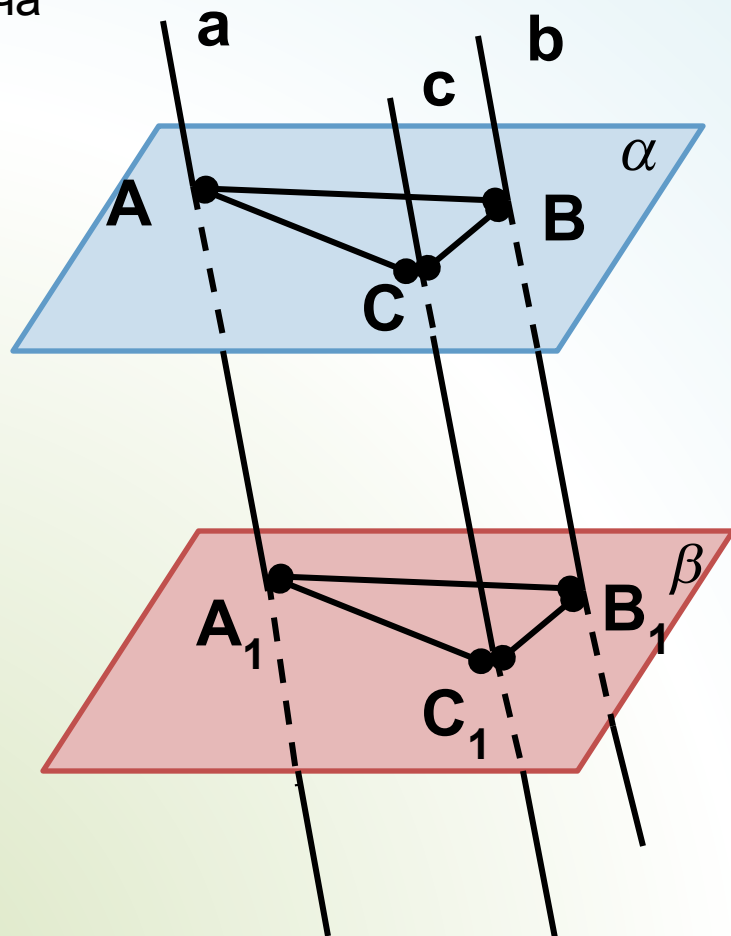
**Дано:** плоскости  $\alpha$   
и  $\beta$  параллельны  
прямые  
 $a$  и  $b$  пересекаются в  
точке  $O$ .

**Доказать:**  $AB \parallel A_1B_1$ .



# Параллельность плоскостей

Задача  
№5



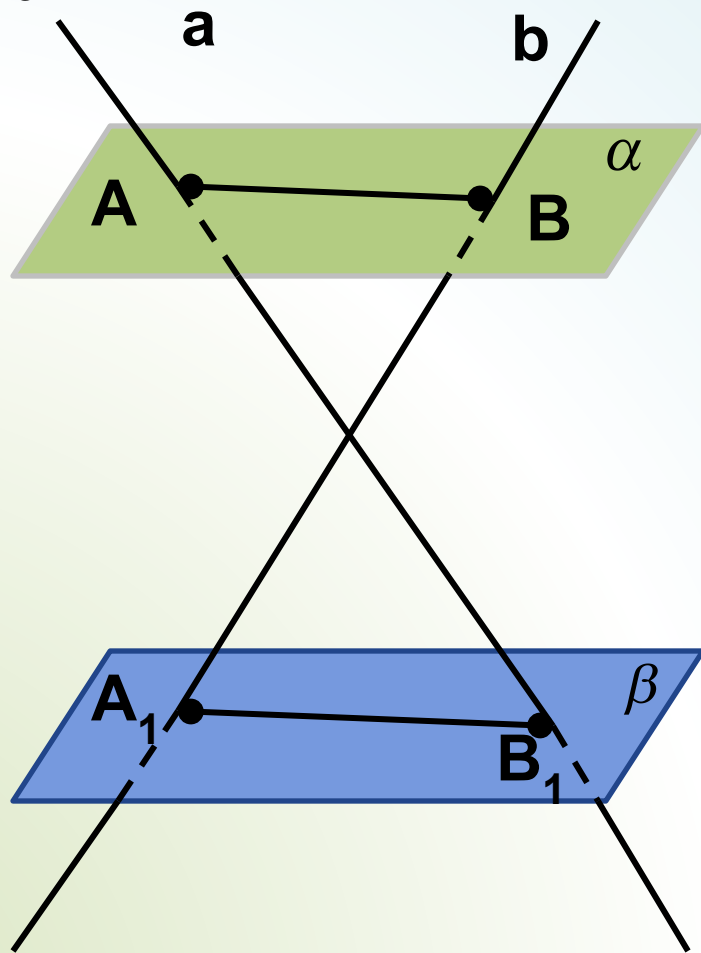
**Дано:** плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  параллельны  
 $a \parallel b \parallel c$

**Доказать:**  $\triangle ABC =$   
 $\triangle A_1B_1C_1$



# Параллельность плоскостей

Задача  
№6



**Дано:** плоскости  $\alpha$   
и  $\beta$  параллельны  
прямые  
 $a$  и  $b$   
скрещивающиеся

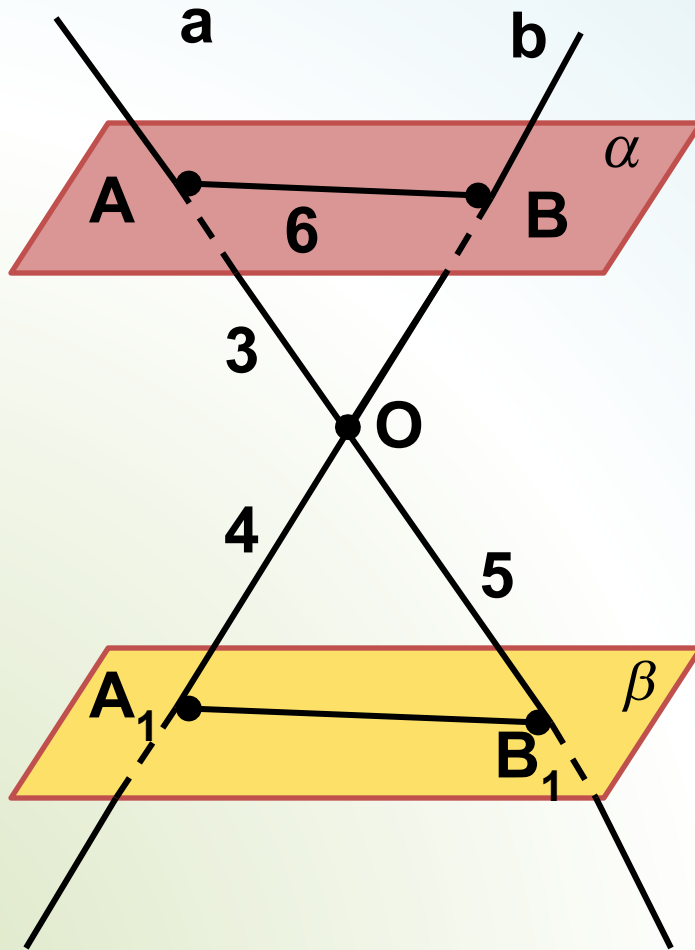
**Доказать:** прямые  $AB$   
и  $A_1B_1$  -  
скрещивающиеся





# Параллельность плоскостей

Задача  
№7



**Дано:** плоскости  $\alpha$   
и  $\beta$  параллельны  
прямые  
 $a$  и  $b$  пересекаются в  
точке  $O$ .

**Найти:**  $OB$  и  $A_1B_1$ .



# Литература

- Геометрия 10-11 кл. Учебник для общеобразовательного учреждения. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.- М.: Просвещение, 2009
- Е.М. Рабинович. Геометрия 10-11 классы. Задачи и упражнения на готовых чертежах.- М.: Илекса, 2008