



ДВИЖЕНИЕ ПО ЗАМКНУТОЙ ЛИНИИ

Выполнили: Кузнецов Алексей, Быкова Наталья, ученики 10 класса
Руководители: Соколова В.А., учитель математики, Попова И.А., учитель физики

Актуальность:

- **Задание В12 из ЕГЭ** включает в себя практически все типы **текстовых задач**, среди них - задания **на движение по окружности**;
- В литературе отсутствуют универсальные рекомендации к решению задач на движение по окружности

Новизна:

- **обобщение** полученных знаний и опыта в решении задач на движение по окружности с учетом **математических** и **физических** методов, терминологии и формул;
- **составление алгоритма решения** для основных сюжетных вариантов.

Цель:

- **оптимизация процесса решения** текстовых задач на движение по замкнутой линии **на основе сопоставления** различных **подходов и методов** решения

Задачи:

1. Исследовать большое количество текстовых задач на движение по замкнутой линии из материалов ЕГЭ, олимпиад различного уровня;
2. Исследовать задачи на движение по окружности из курса физики;
3. Сопоставить математические и физические методы решения задач, выявить аналогию решения;
4. Составить алгоритм решения для решения текстовых задач на движение по замкнутой линии.

В задаче используются величины, связанные с **расстоянием**;
с точки зрения физики – **линейные величины** (**линейная
скорость, длина окружности**)

- **Задача 1.** Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

	v	t	s
велосипедист	x	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}x$
мотоциклист	y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}y$

В задаче используются величины, связанные со **временем**; с точки зрения физики – **период** (**частота**)

- **Задача 2.** Через какое время, начиная с 8.00 утра, минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?
- **Задача 3.** Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 16 км, в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч и через 40 минут после старта, он опережает второй автомобиль ровно на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.
- **Задача 7.** С какой частотой вращается тело по окружности, если за любые 2 с тело совершает три полных оборота?

В задаче используются величины, связанные с **углами**; с точки зрения физики – угловые величины (**угол поворота, угловая скорость**)

- **Задача 4.** По двум концентрическим окружностям равномерно вращаются две точки. Одна из них совершает полный оборот на 5 с быстрее, чем другая, и поэтому за 1 мин успевает сделать на два оборота больше. Считая, что в начале движения точки находились на одном луче, выходящем из центра окружностей, вычислить величину угла между этими точками через 1 с.
- **Задача 8.** Во сколько раз угловая скорость минутной стрелки часов больше угловой скорости часовой стрелки?

3 типа задач

- I. В задаче используются величины, связанные с **расстоянием**; с точки зрения физики – **линейные величины** (линейная скорость, длина окружности);
- II. В задаче используются величины, связанные со **временем**; с точки зрения физики – **период (частота)**;
- III. В задаче используются величины, связанные с **углами**; с точки зрения физики – угловые величины (**угол поворота, угловая скорость**);

Рекомендации к решению

Условие, применяемое ко всем типам задач:
Если в задаче движутся 2 объекта, то следует учитывать **скорость сближения** или **удаления** (с точки зрения физики – **«относительную»**

Величина	v	t	s
В одном направлении	$v_1 - v_2$	$t = \frac{s}{v_1 - v_2}$	S
В противоположных направлениях	$v_1 + v_2$	$t = \frac{s}{v_1 + v_2}$	S

Рекомендации к решению (I тип)

- Если в задаче используются величины, связанные с расстоянием; с точки зрения физики – **линейные величины** (линейная скорость, длина окружности), то **задачу можно свести к движению по прямой**.

Величина	v	t	s
Формула	$x = \frac{S}{t}$	$t = \frac{S}{x}$	$x \cdot t$

Рекомендации к решению (III тип)

- Если в задаче используются величины, связанные с **углами** (физически – угловые величины: **угол поворота, угловая скорость**), то **длину окружности можно задать как часть круга:**

Величина	v	t	s
Формула	$\omega = \frac{360^\circ}{T} = \frac{\varphi}{t}$	$T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$	$N \cdot 360^\circ$, где N – число оборотов

Рекомендации к решению (II тип)

- Если в задаче используются величины, связанные со **временем** (с точки зрения физики – **период** или **частота**), то необходимо **учитывать длину окружности**.

Величина	v	t	s
Формула	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$	$T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$	$S = 2\pi \cdot R$

В задаче используются величины, связанные с **расстоянием**; с точки зрения физики – **линейные величины** (линейная скорость, длина окружности) – **I тип**

Задача 10. Леша, Лена и Юля, стартовав одновременно на 250 – метровой трассе, имеющей форму окружности, бегут в одном направлении. Леша догнал Лену, делая свой третий круг на расстоянии от места старта, а через 20 минут он в третий раз обогнал Юлю. Лена догнала Юлю через полчаса после старта.



В задаче используются величины, связанные **со временем**; с точки зрения физики – **период (частота)** – **II тип**

Решение будем строить на основании рекомендаций по каждому типу

Образец	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$	$T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$	$S = 2\pi \cdot R$
Леша - Лена	$v_1 - v_2 = \frac{250}{T_1}$	$T_1 = \frac{250}{v_1 - v_2}$	250
Леша - Юля	$v_1 - v_3 = \frac{250}{T_2}$	$T_2 = \frac{250}{v_1 - v_3}$	250
Лена - Юля	$v_2 - v_3 = \frac{250}{T_3}$	$T_3 = \frac{250}{v_2 - v_3}$	250

Решение будем строить на основании рекомендаций по каждому типу

Образец	v	$t = \frac{S}{v}$
---------	-----	-------------------

Для места встречи Леша и Лены

Леша	v_1	$T_1 = \frac{312,5}{v_1}$
------	-------	---------------------------

Для места встречи Леша и Юли

Леша	v_1	$T_2 = \frac{1688 + v_1}{3v_1}$
------	-------	---------------------------------

Для места встречи Лены и Юли

Лена	v_2	$\frac{1}{2}$
------	-------	---------------

Леша догнал Лену, делая свой третий круг на расстоянии $\frac{1}{4}$ от места старта

$$250 \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 250 = 312,5$$

через 20 минут Леша в третий раз обогнал

$$250 \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 250 + \frac{1}{3} \cdot v_1 = 562,5 + \frac{1}{3} \cdot v_1$$

Лена догнала Юлю через полчаса после старта

$$\frac{1}{2} \cdot v_2$$

Величины T_1, T_2, T_3 выражены в
таблицах дважды

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = \frac{312,5}{v_1} = \frac{250}{v_1 - v_2} \\ T_2 = \frac{250}{v_1 - v_3} = \frac{1688 + v_1}{3v_1} \\ T_3 = \frac{250}{v_2 - v_3} = \frac{250}{v_3} \end{array} \right.$$

Решение системы:

$$\begin{cases} v_1 = 854 \frac{2}{3} \text{ км/мин} \approx 14,2 \text{ км/ч} \\ v_2 = 170 \frac{14}{15} \text{ км/мин} \approx 2,8 \text{ км/ч} \\ v_3 = \frac{85 \frac{7}{15} \text{ км}}{\text{мин}} \approx 1,4 \text{ км/ч} \end{cases}$$

- Полученные данные были проверены на практике и получили подтверждение.

Помогли ли наши рекомендации?

С помощью составленных таблиц и рекомендации мы быстрее смогли выявить связи между величинами и составить уравнения.

Заключение

- Математические и физические методы, используя различную терминологию, при составлении уравнений сводится к **одним и тем же смысловым выражениям**: **линейная скорость, длина окружности, период обращения, частота обращения, угловая скорость** и т.д.;
- При движении нескольких объектов необходимо учитывать **скорость сближения** или **удаления** (с точки зрения физики – **«относительную скорость»**);

Заключение: 3 типа задач

- I. В задаче используются величины, связанные с расстоянием; с точки зрения физики – **линейные величины** (линейная скорость, длина окружности);
- II. В задаче используются **величины, связанные со временем**; с точки зрения физики – период (частота);
- III. В задаче используются **величины, связанные с углами**; с точки зрения физики – угловые величины (угол поворота, угловая скорость);

Заключение: таблицы связи величин

Занесите в таблицу известные величины, а остальные найдите по формулам:

Величина	v	t	s
В одном направлении	$v_1 - v_2$	$t = \frac{s}{v_1 - v_2}$	s
В противоположных направлениях	$v_1 + v_2$	$t = \frac{s}{v_1 + v_2}$	s

Заключение: таблицы связи величин

1. Если в задаче используются величины, связанные с расстоянием;
с точки зрения физики –
линейные величины (линейная скорость, длина окружности),
то задачу можно свести к движению по прямой.
Занесите в таблицу известные величины, а остальные найдите по формулам:

Величина	v	t	s
Формула	$x = \frac{s}{t}$	$t = \frac{s}{x}$	$x \cdot t$

задач

на движение по замкнутой

2. Если в задаче используются величины, связанные со временем

(с точки зрения физики – период или частота), то необходимо

учитывать длину окружности.

Формулы для определения величин запишем следующим образом:

Величина	v	T	S
Формула	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$	$T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$	$S = 2\pi \cdot R$

задач

на движение по замкнутой

3. Если в задаче используются величины, связанные с углами

(физически – угловые величины: угол поворота, угловая скорость),

то длину окружности можно задать как часть круга:

– пройденное расстояние измеряют в угловых (дуговых) градусах

(градусная мера дуги равна градусной мере центрального угла),

– а угловую скорость — в градусах за единицу времени (возможно, также — в числе оборотов за единицу времени; один оборот равен 3600°)

– Формулы
образом:

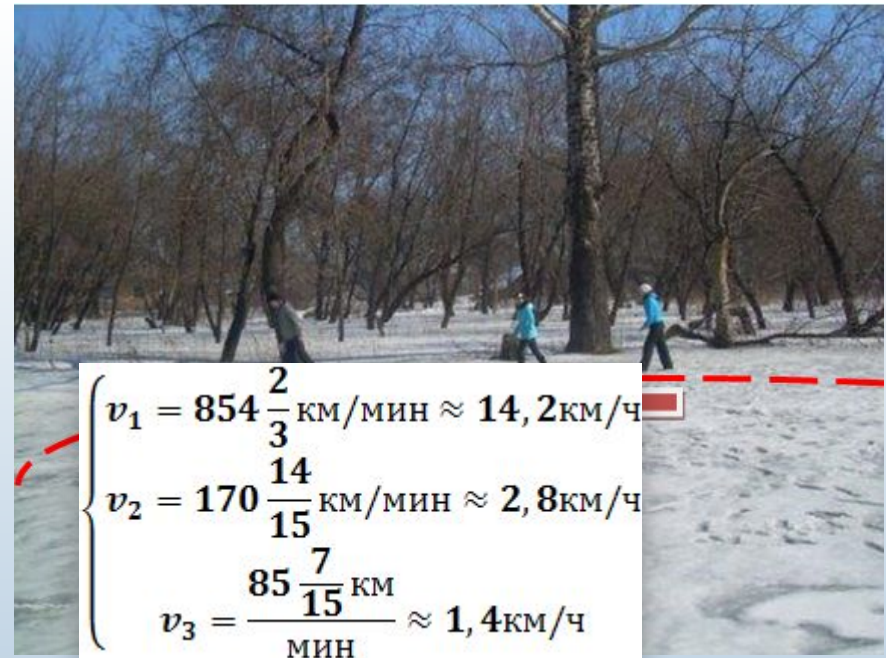
Величина	ω	t	φ
Формула	$\omega = \frac{360^\circ}{T} = \frac{\varphi}{t}$	$T = \frac{2\pi \cdot R}{v}$	$N \cdot 360^\circ$, где N – число оборотов

ЛМ

Заключение

- Практическое применение таблиц для составления уравнений подтверждает целесообразность их применения.

Оптимизация процесса решения текстовых задач на движение по замкнутой линии представлена нами в виде **рекомендаций к решению** задач на движение по замкнутой линии


$$\begin{cases} v_1 = 854 \frac{2}{3} \text{ км/мин} \approx 14,2 \text{ км/ч} \\ v_2 = 170 \frac{14}{15} \text{ км/мин} \approx 2,8 \text{ км/ч} \\ v_3 = \frac{85 \frac{7}{15} \text{ км}}{\text{мин}} \approx 1,4 \text{ км/ч} \end{cases}$$

Литература

- Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М. Московские математические регаты. – М. «МЦНМО». 2007 г., - 358 с.;
- Воронов И.Н., Дорошенко Н.К. Экзаменационные задачи по физике для поступающих в СибГИУ: Учебное пособие. СибГИУ. – Новокузнецк, 2001 г., 200 с.;
- Кабардин О.Ф., Орлов В.А., Эвенчик Э.Е., Шамаш С.Я., Пинский А.А., Кабардина С.И., Дик Ю.И., Никифоров Г.Г., Шефер Н.И. Физика. 10 класс, М.: «Просвещение», 2007 г.;
- Открытый банк задач ЕГЭ по математике. Летопись МИФИ [Электронный ресурс] / <http://live.mephist.ru/show/mathege2010/view/B12/all/>;
- Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы. – М. Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1963 г., - 416 с.;



**СПАСИБО
ЗА
ВНИМАНИЕ**