

# ЗАДАЧИ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ, СМЕСИ И СПЛАВЫ

**Подготовка к ГИА**

Вебинар №4 кафедры ЕМД и ИТ  
2016 год

Задачи на смеси и сплавы вызывают трудности, связанные с не пониманием химических процессов. Необходимо иметь ввиду, что в задачах такого рода, предлагаемых на ГИА по математике, никаких химических процессов, влияющих на количественные соотношения задачи, не происходит.

- Задачи на смеси и сплавы вызывают трудности, связанные с не пониманием химических процессов. Необходимо иметь ввиду, что в задачах такого рода, предлагаемых на ГИА по математике, никаких химических процессов, влияющих на количественные соотношения задачи, не происходит.

Способов решения таких задач много. Эти способы разнообразны.

# Старинный способ решения задач на концентрацию по правилу «креста»

- В верхней строке записываются процентные содержания основного вещества в имеющихся растворах
- Посредине записываем процентное содержание растворов в полученной смеси
- В нижней строчке записываем разности процентных содержаний (вычитаем из большего числа меньшее и записываем на ту диагональ, где находятся соответственно уменьшаемое и вычитаемое )

# Старинный способ решения задач на концентрацию по правилу «креста»

- В верхней строке записываются процентные содержания основного вещества в имеющихся растворах
- Посредине записываем процентное содержание растворов в полученной смеси
- В нижней строчке записываем разности процентных содержаний (вычитаем из большего числа меньшее и записываем на ту диагональ, где находятся соответственно уменьшаемое и вычитаемое )

# Задача.

В каких пропорциях надо смешать  $m$ -процентную и  $n$ -процентную кислоты, чтобы получить  $p$ -процентный раствор.

**РЕШЕНИ  
Е:**

$m\%$				$n\%$
		$p\%$		
$p - n$				$p - m$

(от большего , естественно, отнимаем меньшее)

1. Один раствор содержит 20% кислот, а второй - 70% кислот. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100 л раствора с 50% содержанием кислот?

<b>20%</b>				<b>70%</b>
		<b>50%</b>		
<b>70-50</b>				<b>50-20</b>

**1 способ**

Объемы искомых растворов

относятся как  $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Т.е. 2 части первого и 3 части второго раствора

$$2x + 3x = 100$$

$x = 20$ . 20л приходится на одну часть. Значит, первого раствора надо взять 40 л, а второго 60 л.

Ответ: 40 л и 60 л



1. Один раствор содержит 20% кислот, а второй - 70% кислот. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100 л раствора с 50%

<b>20%</b>				<b>70%</b>
		<b>50%</b>		
<b>70-50</b>				<b>50-20</b>

**1 способ**

Объемы искомым  
растворов

относятся как  $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

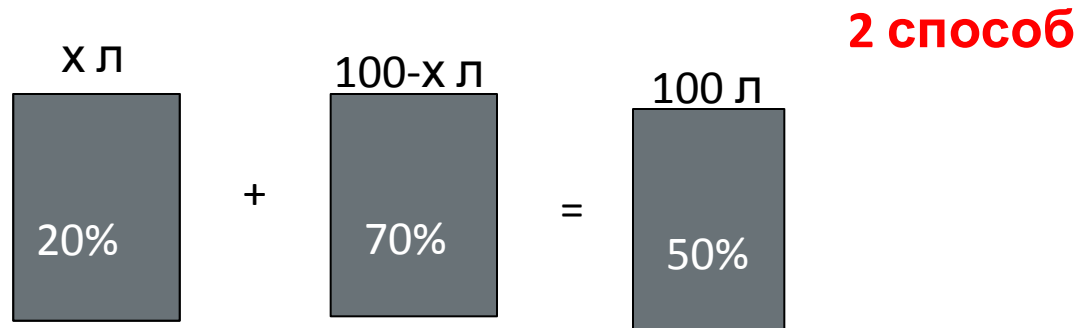
Т.е. 2 части первого и 3  
части второго раствора

$$2x + 3x = 100$$

$x = 20$ . 20л приходится на одну часть. Значит, первого  
раствора надо взять 40 л, а второго 60 л.

Ответ: 40 л и 60 л

Один раствор содержит 20% кислот, а второй - 70% кислот. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100 л раствора с 50% содержанием кислот?



$$20x + 70(100-x) = 50 \cdot 100$$

$$20x + 7000 - 70x = 5000$$

$$-50x = -2000$$

$$x = 40$$

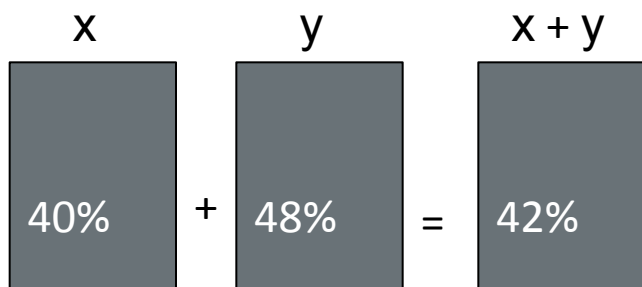
Значит, первого раствора надо взять 40 л, а второго 60 л.

Ответ: 40 л и 60 л

З  
а  
д  
а  
ч  
а  
2

При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты оба раствора?

1 способ



$$40x + 48y = 42(x + y)$$

$$40x + 48y = 42x + 42y$$

$$40x - 42x = 42y - 48y$$

$$-2x = -6y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

Ответ : в отношении 3 : 1

2 способ

40%				48%
		42%		
6				2

З  
а  
д  
а  
ч  
а  
2

При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты оба раствора?

3 способ

Первый раствор 40%	Второй раствор 48%	Смесь 42%
0,4 x	0,48 y	0,42(x+y)

$$0,4x + 0,48y = 0,42(x + y)$$

$$0,4x + 0,48y = 0,42x + 0,42y$$

$$0,4x - 0,42x = 0,42y - 0,48y$$

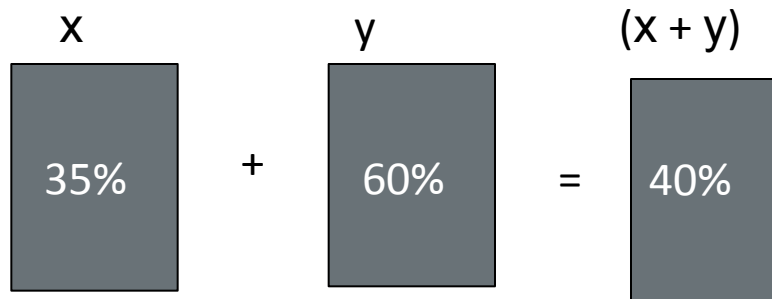
$$-0,02x = -0,06y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

Ответ : в отношении 3 : 1

Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35 %, во втором - 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить новый сплав, содержащий 40% золота?

**1 способ**



$$\begin{aligned} 35x + 60y &= 40 \cdot (x + y) \\ 35x + 60y &= 40x + 40y \\ 35x - 40x &= 40y - 60y \\ -5x &= -20y \\ x &= 4y \end{aligned}$$

Ответ:  $x : y = 4 : 1$

Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35 %, во втором - 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить новый сплав, содержащий 40% золота.

**2**  
**способ**

Пусть  $x$  – масса 1 сплава, а  $y$  – масса 2 сплава. Количество золота в 1 сплаве  $0,35x$ , а  $0,6y$  – во втором сплаве. Масса нового сплава  $(x + y)$ , а количество золота в нем  $0,4(x + y)$

$$0,35x + 0,6y = 0,4(x+y)$$

$$0,35x + 0,6y = 0,4x + 0,4y$$

$$0,35x - 0,4x = 0,4y - 0,6y$$

$$-0,05x = -0,2y$$

$$x = 4y$$

Ответ:  $x : y = 4 : 1$

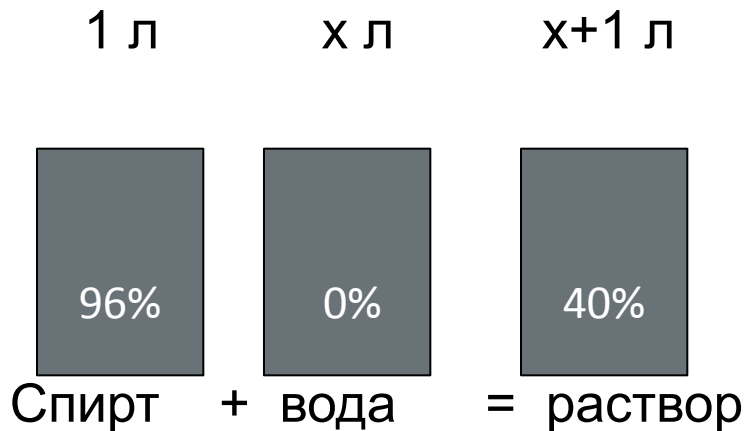
З  
а  
д  
а  
ч  
а  
4

Сколько воды надо добавить в 1 л раствора, содержащего 96% спирта, чтобы получить раствор с содержанием спирта 40 %?

**1 способ** 1 л раствора, в котором содержится 96% спирта содержит этого спирта  $1 \cdot 0,96 = 0,96$  л. Это же количество спирта должны содержать и  $x$  л раствора с содержанием спирта 40%.

Следовательно,  $0,96 = x \cdot 0,4$ ,  $x = 2,4$  л, и надо добавить  $2,4 - 1 = 1,4$  л. Ответ: 1,4 л.

**2 способ**



$$96 \cdot 1 + 0 \cdot x = 40(x+1)$$
$$96 = 40x + 40$$

$$40x = 96 - 40$$
$$40x = 56$$
$$x = 1,4$$

Ответ: 1,4 л.

З

Процент содержания меди в первом сплаве на 40% меньше, чем во втором сплаве. После того, как эти слитки сплавили вместе, получили новый сплав с содержанием меди 36%. Определить процентное содержание меди в первоначальных сплавах, если в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором 12 кг.

1 способ

а

Пусть  $x\%$  меди содержалось в первом сплаве, тогда  $x + 40\%$  её содержалось во втором. В первом сплаве меди было 6 кг, а во втором 12 кг, следовательно, 1% первого и второго сплавов имели массы  $6:x$  и  $12:(x + 40)$  кг соответственно. Поскольку каждый сплав составляет 100%, то их массы будут  $M_1 = 6:x$  кг и  $M_2 = 12:(x+40)$  соответственно.

д

а

Новый сплав содержит меди то же количество, которое было до сплавления в двух слитках, т.е.  $6+12=18$  кг. Это по условию задачи составляет 36% нового сплава, поэтому масса нового сплава есть:  $18:36*100=50$  кг.

ч

Масса нового сплава состоит из масс двух старых сплавов, так что  $50 = (6:x) + 12:(x+40)$

а

$$1 = (12:x) + 24:(x+40).$$

$$x_1 = 20, x_2 = -24;$$

$$x > 0, \text{ то } x = 20.$$

$$20\% + 40\% = 60\%$$

Ответ: 20%, 60%

5



**З** Процент содержания меди в первом сплаве на 40% меньше, чем во втором сплаве. После того, как эти слитки сплавили вместе, получили новый сплав с содержанием меди 36%. Определить процентное содержание меди в первоначальных сплавах, если в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором 12 кг.

**а** **2 способ**

**Д**

$M_1 = 6:x$ <div style="background-color: #cccccc; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;"> <math>x\%</math> </div>	+	$M_2 = 12:(x+40)$ <div style="background-color: #cccccc; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;"> <math>x + 40\%</math> </div>	=	$6:x + 12:(x+40)$ <div style="background-color: #cccccc; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;"> <math>36\%</math> </div>	$18:36 = 0,5$ М нового сплава  $6:x + 12:(x+40) = 0,5$
<b>а</b> Меди 6 кг		Меди 12 кг		Меди 18 кг	$\frac{12}{x} + \frac{24}{x+40} = 1$

**ч**

**а**

**5**

$12(x+40) + 24x = x(x+40)$   
 $12x + 480 + 24x = x^2 + 40x$   
 $x^2 + 4x + 480 = 0$   
 $x_1 = 20,$   
 $x_2 = -24$  – посторонний корень  
 Значит, 20% меди в 1 сплаве,  $20\% + 40\% = 60\%$  - во втором

# Задача 6. Сироп содержит 18% сахара. Сколько кг воды нужно добавить к 40 кг сиропа, чтобы содержание сахара составило 15% ?

I. Пусть надо добавить  $x$  кг воды.  
Заполним таблицу по условию задачи.

	$\alpha$	$M(\text{кг})$	$m$ (кг)
Было	$18\%=0,18$	40	$0,18 \cdot 40$
Стало	$15\%=0,15$	$40+x$	$0,15(40+x)$

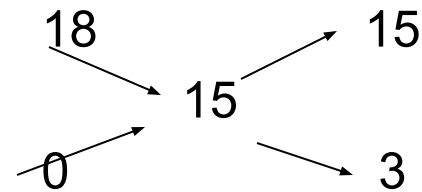
Составим и решим уравнение:

$$0,15(40+x)=0,18 \cdot 40$$

$$x=8$$

Ответ: 8 кг.

II. Правило «креста»



Значит, 40 кг – 15 частей,  
тогда, чтобы получить 15% р-р,  
нужно добавить 3 части воды  
 $40:15 \cdot 3=8$  кг.

Ответ: 8 кг

## Задача 7 (прототип 99571)

В сосуд, содержащий 5 л 12%-го водного раствора некоторого вещества, добавили 7 л воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? (Ответ: 5%)



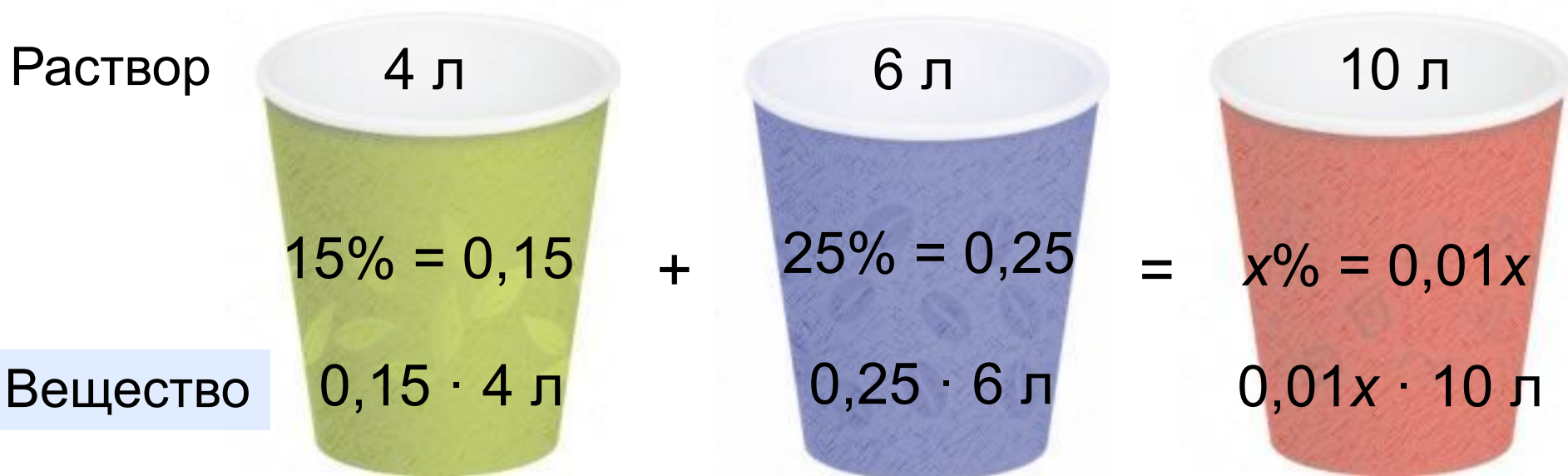
## Задача 8 (прототип №99572)

Смешали некоторое количество 15%-го раствора некоторого вещества с таким же количеством 19%-го раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Раствор	100 г		100 г		200 г
	15% = 0,15	+	19% = 0,19	=	x% = 0,01x
Вещество	0,15 · 100 г		0,19 · 100 г		0,01x · 200 г

. Задача 9 (прототип №99573)

Смешали 4 л 15%-го водного раствора некоторого вещества с 6 л 25%-го водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



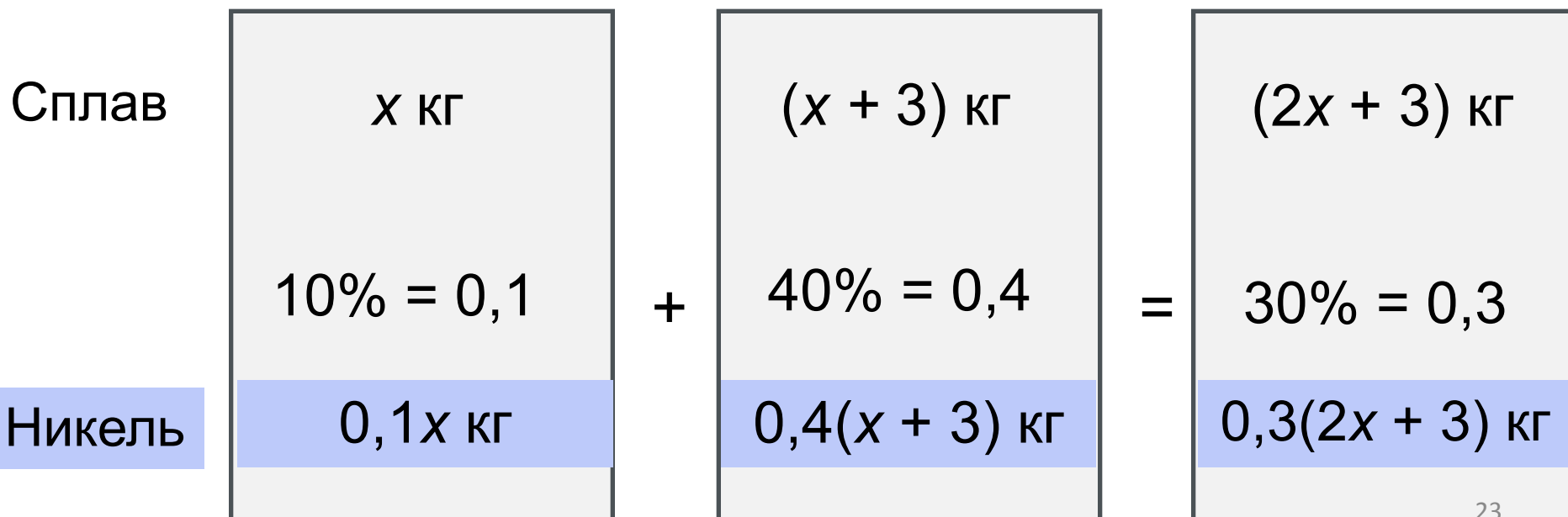
## Задача 10

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Сплав	$x$ кг	$(200 - x)$ кг	$200$ кг
	$10\% = 0,1$	$30\% = 0,3$	$25\% = 0,25$
Никель	$0,1x$ кг	$0,3(200 - x)$ кг	$0,25 \cdot 200$ кг
		кг	

# Задача 11

Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.



## Задача 12

Смешав 30%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 41%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 30%-го раствора использовали для получения смеси?



## Решение задачи12

$$\begin{array}{ccccccc} x \text{ кг} & & y \text{ кг} & & 10 \text{ кг} & & (x + y + 10) \text{ кг} \\ 30\% = 0,3 & + & 60\% = 0,6 & + & 0\% & = & 36\% = 0,36 \\ 0,3x \text{ кг} & & 0,6y \text{ кг} & & 0 \cdot 10 \text{ кг} & & 0,36(x + y + 10) \text{ кг} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} x \text{ кг} & & y \text{ кг} & & 10 \text{ кг} & & (x + y + 10) \text{ кг} \\ 30\% = 0,3 & + & 60\% = 0,6 & + & 50\% = 0,5 & = & 41\% = 0,41 \\ 0,3x \text{ кг} & & 0,6y \text{ кг} & & 0,5 \cdot 10 \text{ кг} & & 0,36(x + y + 10) \text{ кг} \end{array}$$

## Задача 13

Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

# К задаче 13

## 1 случай

Раствор

30 кг

$$x\% = 0,01x$$

+

20 кг

$$y\% = 0,01y$$

=

50 кг

$$68\% = 0,7$$

Кислота

$$0,01x \cdot 30 \text{ кг}$$

$$0,01y \cdot 20 \text{ кг}$$

$$0,68 \cdot 50 \text{ кг}$$

# К задаче 13

## 2 случай

Раствор

100 кг

$$x\% = 0,01x$$

+

100 кг

$$y\% = 0,01y$$

=

200 кг

$$70\% = 0,7$$

Кислота

$$0,01x \cdot 100 \text{ кг}$$

$$0,01y \cdot 100 \text{ кг}$$

$$0,7 \cdot 200 \text{ кг}$$

## Задача 14

Виноград содержит 90% влаги, изюм — 5%. Сколько кг винограда требуется для получения 20 кг изюма?

*Решение.*

Так как в изюме воды 5%, то сухого вещества 95% от общей массы изюма.

$$20 \cdot 0,95 = 19 \text{ кг сухого вещества.}$$

Так как в винограде воды 90%, то сухого вещества 10% от общей массы.

Значит, в винограде 19 кг сухого вещества, что составляет 10%.

$$19 : 0,1 = 190 \text{ кг — требуется взять винограда.}$$

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г. содержит 20% олова. Второй, массой 200 г, содержит 40% олова. Сколько % олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков? (28%)
1. В сосуд, содержащий 5 л 12% водного раствора кислоты, добавили 7л воды. Сколько % составляет концентрация, получившегося раствора? (5%)

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

3. Торговец продает орехи двух сортов. Первый по 90 центов, второй по 60 центов за 1 кг. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 цента за кг. Сколько потребуется взять орехов каждого сорта? (20 кг, 30 кг)
3. Сколько фунтов меди надо сплавить с 75 фунтами серебра 72-й пробы, чтобы получить серебро 64-й пробы? (9,375 фунта)

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

5. Торговец продает вино двух сортов: по 10 и по 6 гривен за ведро. Какие части этих вин ему надо взять, чтобы получить вино ценой в 7 гривен за ведро? ( $\frac{1}{4}$  ведра и  $\frac{3}{4}$  ведра)
6. Сколько томатной пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн томатов, содержащих 95% воды? (2 т)



# САМОСТОЯТЕЛЬНО

5. Торговец продает вино двух сортов: по 10 и по 6 гривен за ведро. Какие части этих вин ему надо взять, чтобы получить вино ценой в 7 гривен за ведро? ( $\frac{1}{4}$  ведра и  $\frac{3}{4}$  ведра)
6. Сколько томатной пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн томатов, содержащих 95% воды? (2 т)

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

14. Смешав 30% и 60% растворы кислоты и добавив 10кг чистой воды, получили 36% раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50% раствора этой же кислоты, то получили бы 41% раствор кислоты. Сколько килограммов 30% раствора использовали для получения смеси? (60 кг)
14. При смешивании первого раствора кислоты 20% концентрации со вторым - 50% концентрации, получили 30% раствор кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?(2 : 1)

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

8. Смешав 70%-й и 60% -й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50% раствор кислоты. Если бы вместо 2кг воды добавили 2 кг 90% раствора той же кислоты, то получили бы 70% раствор кислоты. Сколько кг 70% раствора использовали для получения смеси? (3 кг)
9. Первый сплав содержит 5% меди, второй - 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 2 кг. Сплавив их вместе, получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найти массу третьего сплава. (8 кг)

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

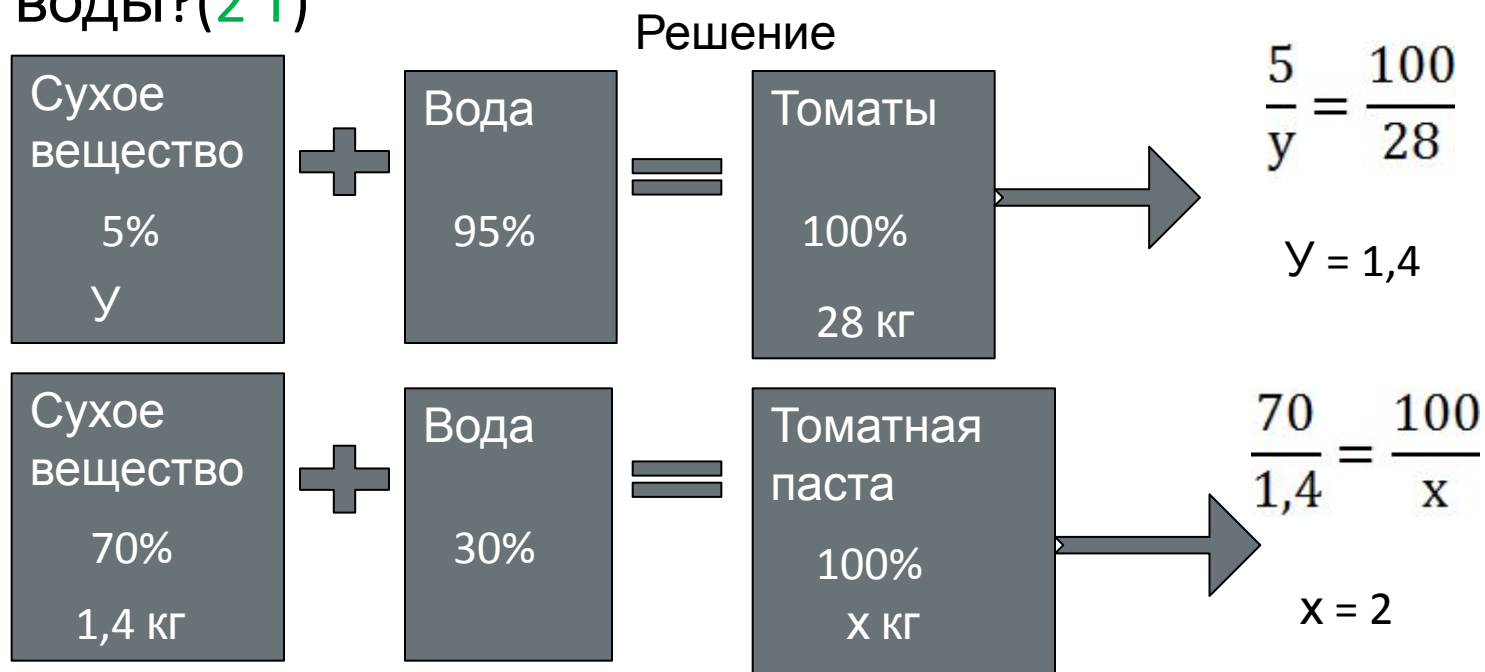
10. Смешали 4 л 15% водного раствора некоторого вещества с 6 л 25% водного раствора этого же вещества. Сколько % составляет концентрация получившегося раствора? (21%)
11. Смешали некоторое количество 15% раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% раствора этого же вещества. Сколько % составляет концентрация получившегося раствора? (17%)

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

12. Имеются два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля, из этих двух сплавов получили третий сплав, массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава? (на 100 кг)
13. Первый сплав содержит 10 % меди, второй сплав – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найти массу третьего сплава. (9кг)

# РАЗБОР задачи № 6

Сколько томатной пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн томатов, содержащих 95% воды?(2 т)



Ответ: 2 т