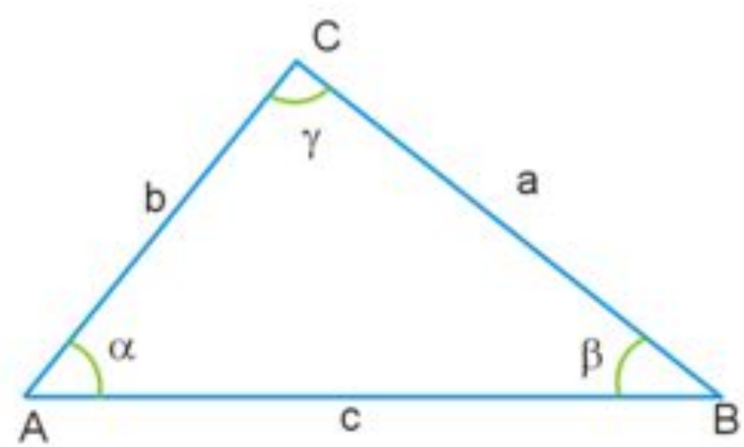
Неравенство треугольника

Урок решения задач

7 класс

Неравенство треугольника

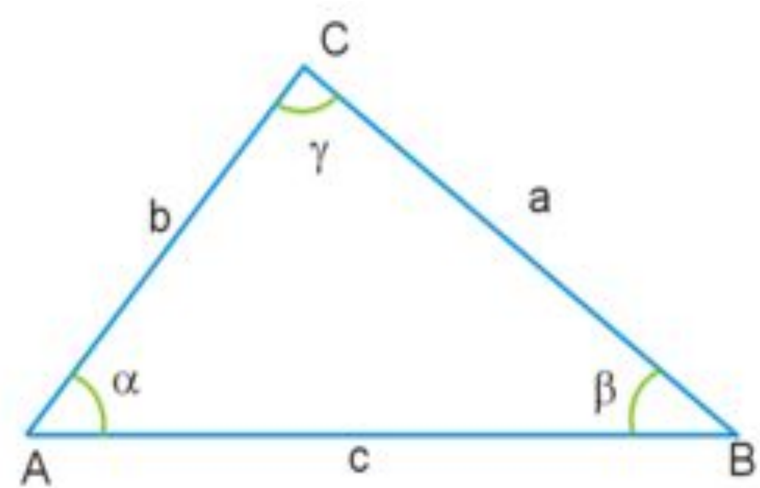
- Длина любой стороны треугольника не превосходит сумму длин двух других



$|AC| \leq |AB| + |BC|$

Следствия из неравенства треугольника

- Равенство | AC | = | AB | + | BC | достигается только тогда, когда треугольник вырожден, и точка B лежит строго между A и C, на отрезке AC.
- Обратное неравенство треугольника
- | AC | - | AB | ≥ | BC



Задача 1:

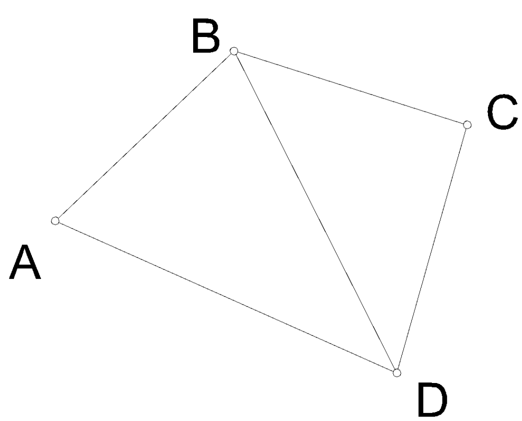
- a, b, c – стороны треугольника, c – целое число. Найти c.
- 1) $a=8$, $b=6$, $c>12$
- 2) $a = 3{,}17$, $b = 0{,}75$

Задача 1

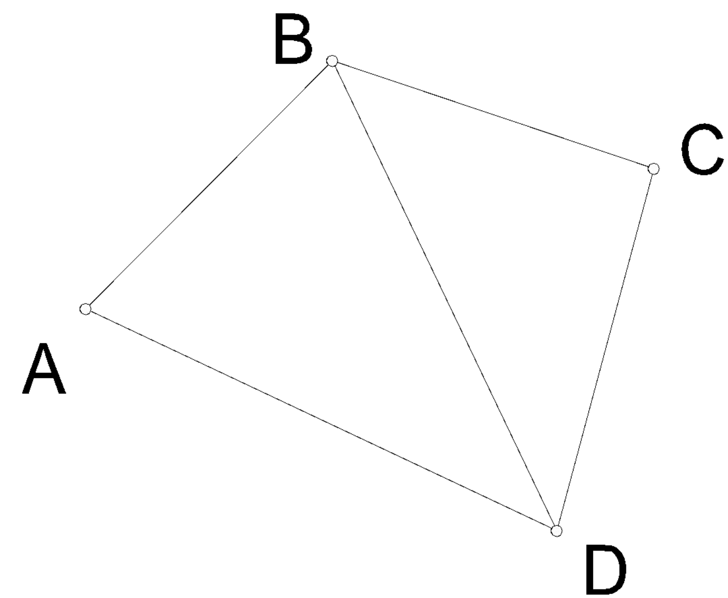
- РЕШЕНИЕ
- 1) Из неравенства треугольника $c < a+b$, $c < 8+6$, $c<14$, по условию $c>12$. Т.к. c - целое число, оно равно 13.
- 2) Из неравенства треугольника $c < a+b$, $c<3{,}17+0{,}75$, $c< 3{,}92$; но из обратного неравенства треугольника $c>a-b$, т.е. $c> 3{,}17-0{,}75$, $c>2{,}42$. Т.к. c - целое число, оно равно 3.

Задача 2

- Доказать, что в четырехугольнике диагональ меньше половины периметра.



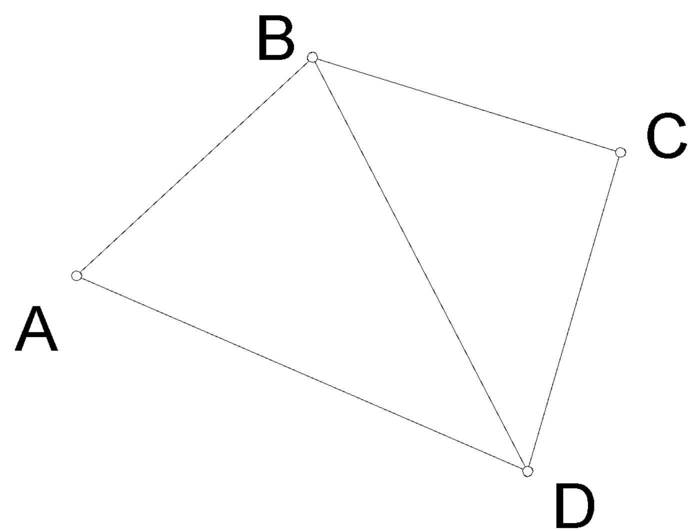
Задача 2



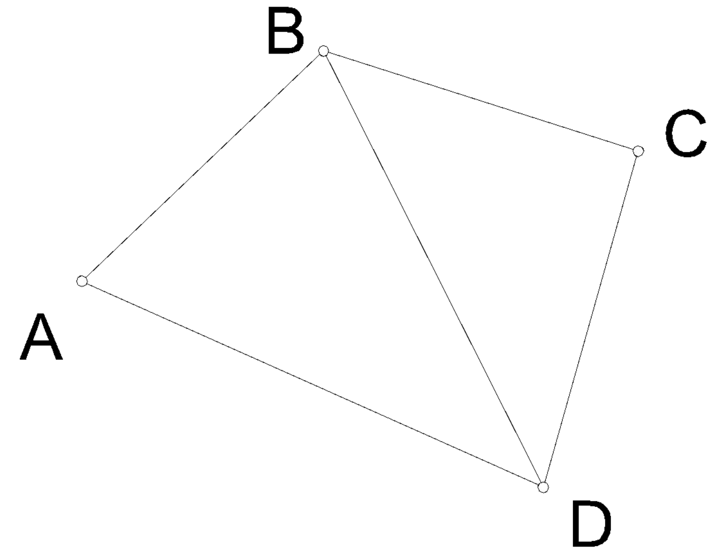
- РЕШЕНИЕ. Рассмотрим четырехугольник ABCD. Из неравенства треугольника BD<BC+CD, BC<BA+AD, тогда 2BD<BC+CD+DA+AB, 2BD<PABCD.

Задача 3:

- Доказать, что в четырехугольнике любая сторона меньше суммы остальных.



Задача 3



РЕШЕНИЕ.

Рассмотрим четырехугольник ABCD.

Из неравенства треугольника

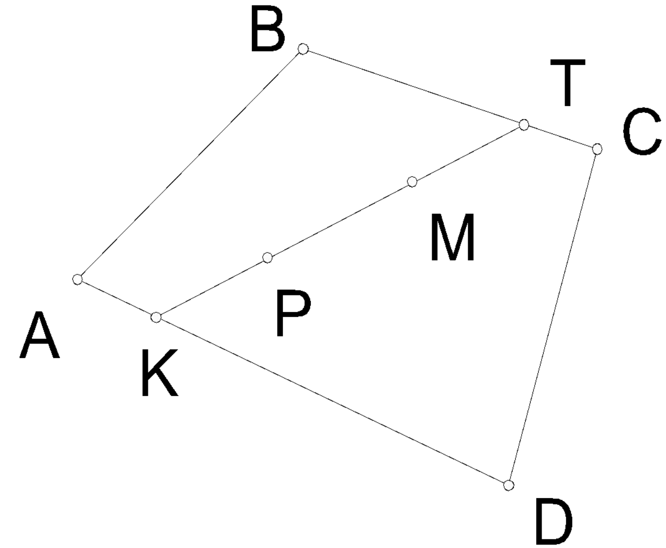
$AB<AD+DB$, $BD<BC+CD$, отсюда

$AB<AD+BC+CD$.

Задача 4

- М и Р – точки внутри четырехугольника. Доказать, что расстояние между ними меньше половины периметра четырехугольника.

Задача 4



- РЕШЕНИЕ. Рассмотрим четырехугольник ABCD. Продлим отрезок MP до пересечения со сторонами четырехугольника – K и T. KT>PM. Т.к. в четырехугольнике любая сторона меньше суммы остальных (задача 3), то KT<KD+DC+CT, KT<KA+AB+BT, получаем 2KT<PABCD и PM < KT < 0.5PABCD.

Задача 5

- Есть 7 прутьев длиннее 9 см, но короче 1 м. Доказать, что из трех из них можно составить треугольник.

Задача 5

- РЕШЕНИЕ. Предположим, что треугольник составить нельзя. Берем 2 самых коротких, их длина больше 9 см. Следующим должен быть больше 9 + 9 = 18 см, иначе можно составить треугольник. Четвертый больше 18 + 9 = 27, пятый больше 27 + 18 = 45, шестой больше 45 + 27 = 72, и последний будет больше 72 + 45 = 112, что больше метра. Получили противоречие.