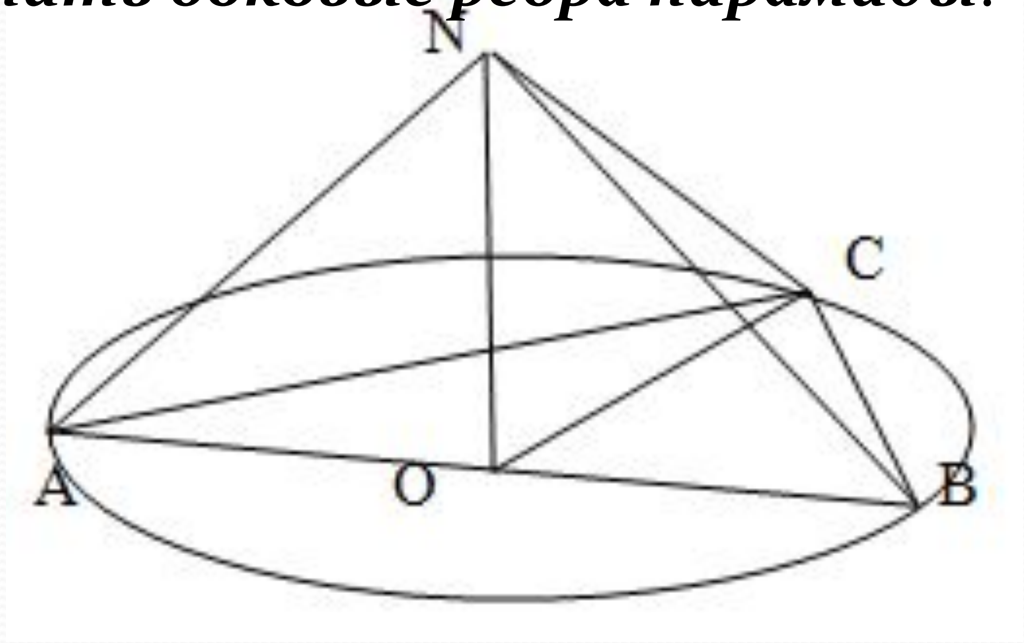
В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого 8см, а радиус описанной около него окружности равен 5 см. Основанием высоты этой пирамиды является середина гипотенузы. Высота пирамиды равна 12см. Вычислить боковые ребра пирамиды.



Решение.

В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на его гипотенузе. Соответственно, $AB = 10$ см, $AO = 5$ см.

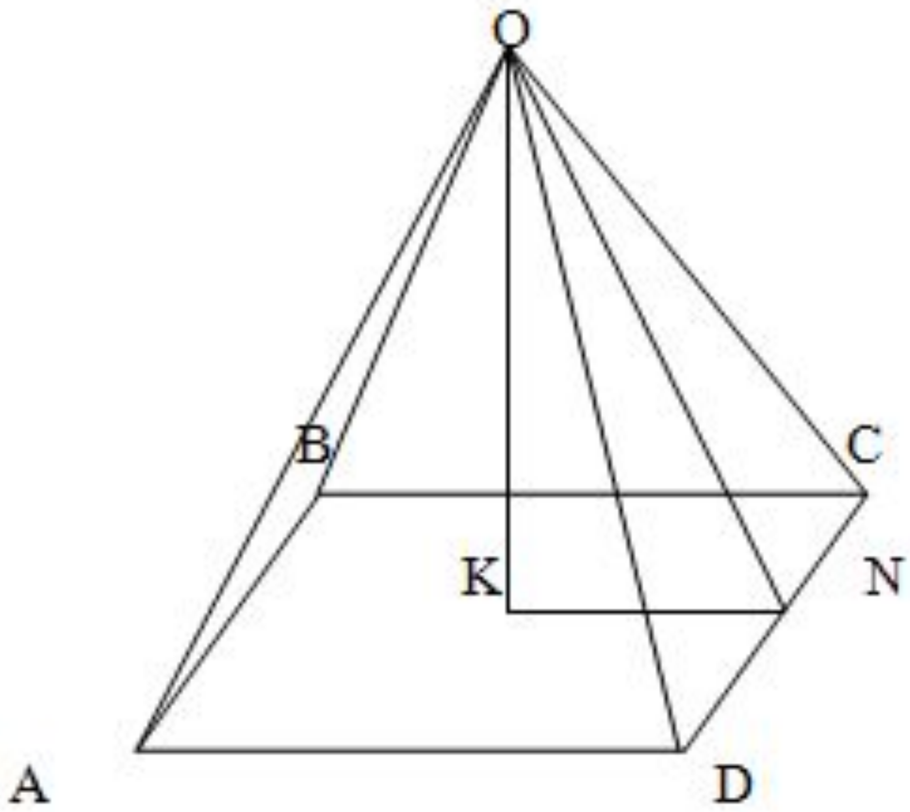
Поскольку высота $ON = 12$ см, то величина ребер AN и NB равна
$AN^2 = AO^2 + ON^2$
$AN^2 = 5^2 + 12^2$
$AN = \sqrt{169}$
$AN = 13$

Поскольку нам известна величина $AO = OB = 5$ см и величина одного из катетов основания (8 см), то высота, опущенная на гипотенузу, будет равна
$CB^2 = CO^2 + OB^2$
$64 = CO^2 + 25$
$CO^2 = 39$
$CO = \sqrt{39}$

Соответственно, величина ребра CN будет равна
$CN^2 = CO^2 + NO^2$
$CN^2 = 39 + 144$
$CN = \sqrt{183}$

Ответ: $13, 13, \sqrt{183}$

- **Задача**.
  В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а боковое ребро 13 см. Найти площадь боковой поверхности и высоту пирамиды



$$S = \frac{1}{2} b \sqrt{\left(a + \frac{1}{2} b \right)\left(a - \frac{1}{2} b \right)}$$

$$S = \frac{1}{2} a^2 \sin \beta = \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{b^2}{2 \cos \frac{\beta}{2}}$$

- Исходя из свойств правильной пирамиды, каждая из ее сторон является равнобедренным треугольником.
Площадь равнобедренного треугольника найдем по формуле:

S = 5 sqrt ((13 + 5) (13 - 5))
S = 5 √ 144 = 60

Поскольку сторон у пирамиды четыре, то площадь боковой поверхности будет равна 60 * 4 = 240 см2

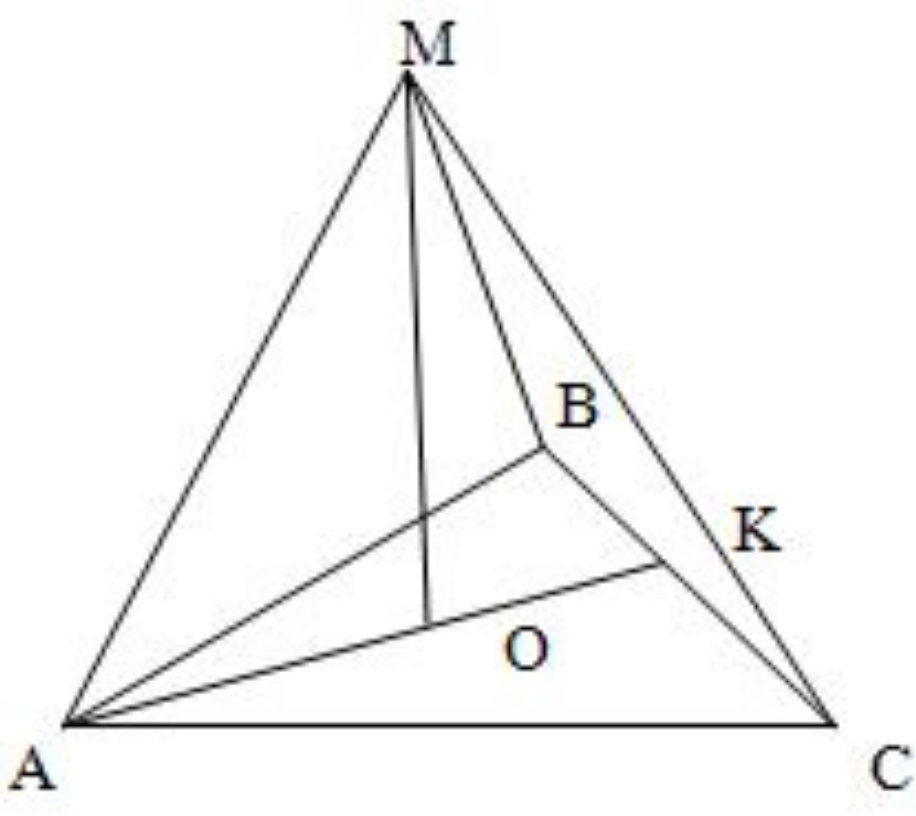
Поскольку основанием пирамиды является квадрат, то KN = 10/2 = 5 см
Поскольку каждая грань правильной пирамиды представляет собой равнобедренный треугольник, а в равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведенные к третьей стороне совпадают, то CN = 10/2 = 5

$ON^2 + CN^2 = OC^2$
$ON^2 + 25 = 169$
$ON^2 = 144$
$ON = 12$

$OK^2 + KN^2 = ON^2$
$OK^2 + 25 = 144$
$OK = \sqrt{119}$

Ответ: $\sqrt{119}$, 240 $см^2$.

- **Задача**.
  Высота правильной треугольной пирамиды 4 см, а ее апофемы 8 см.
  Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды.



$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$P = 3a = 3\sqrt{R} = 6\sqrt{3}r$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 = 3\sqrt{3}r^2$$

Исходя из того, что МК = 8, МО = 4, синус угла ОКМ равен
МО/МК = 1/2
откуда угол равен arcsin 1/2 = 30 градусов.

Откуда
КО / МК = cos 30
КО / 8 = cos 30
КО = 8 cos 30

По таблице тригонометрических функций найдем значение косинуса 30 градусов

$KO = 8\sqrt{3}/2 = 4\sqrt{3}$

Учтем, что КО является радиусом вписанной окружности в основание правильной треугольной пирамиды (согласно свойствам правильной пирамиды). Тогда по свойству равностороннего треугольника

$r = a\sqrt{3}/6$
Подставим в формулу известное нам значение радиуса вписанной окружности, откуда найдем значение стороны равностороннего треугольника

$4\sqrt{3} = a\sqrt{3}/6$
a = 24

Теперь, зная размер основания боковой грани и ее апофему, найдем площадь боковой грани как площадь равнобедренного треугольника:
$S_т = 1/2 * 24 * 8 = 96$ см²

Откуда площадь боковой поверхности пирамиды
$S = 3\ S_т = 3 * 96 = 288$ см² .

Ответ: 288 см².

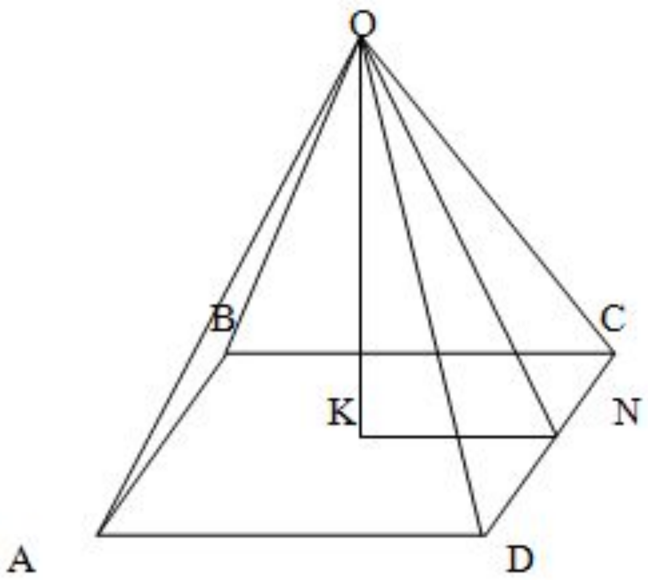
- **Задача**.
  Найдите площадь поверхности треугольной пирамиды, у которой каждое ребро равно √3

- **Решение**.
  Поскольку все ребра треугольной пирамиды равны - она является правильной. Площадь поверхности правильной треугольной пирамиды равна $S = a^2\sqrt{3}$
  .
  Тогда
  $S = 3\sqrt{3}$

  Ответ: $3\sqrt{3}$

- **Задача**.
Высота боковой грани правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см. Определите полную поверхность пирамиды , если боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 60.

Поскольку угол ONK равен 60 градусам, то
$KN = ON \cos 60 = 10 * 1/2 = 5$ см



Так как, по условию задачи, пирамида является правильной, то K - проецирется в центр основания, которое является квадратом. Значит сторона основания равна

$AD = 2KN = 2 * 5 = 10$ см

Таким образом, площадь основания

$S_1 = AD^2 = 10^2 = 100$ см^2 .

Найдем площадь боковой грани
$S_2 = 1/2\ CD * ON$
$S_2 = 1/2 * 10 * 10 = 50$ см^2 .

Таким образом общая площадь
$S = S_1 + 4S_2 = 100 + 4 * 50 = 300$ см^2 .

Ответ: 300 см^2 .