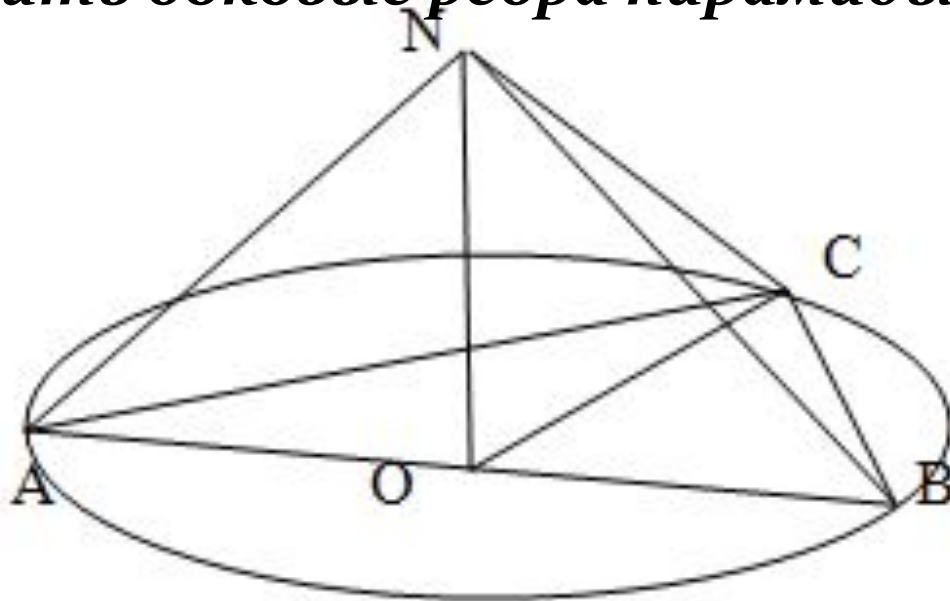




*В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого 8 см, а радиус описанной около него окружности равен 5 см. Основанием высоты этой пирамиды является середина гипотенузы. Высота пирамиды равна 12 см. Вычислить боковые ребра пирамиды.*



## Решение.

В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на его гипотенузе. Соответственно,  $AB = 10$  см,  $AO = 5$  см.

Поскольку высота  $ON = 12$  см, то величина ребер  $AN$  и  $NB$  равна

$$AN^2 = AO^2 + ON^2$$

$$AN^2 = 5^2 + 12^2$$

$$AN = \sqrt{169}$$

$$AN = 13$$

Поскольку нам известна величина  $AO = OB = 5$  см и величина одного из катетов основания (8 см), то высота, опущенная на гипотенузу, будет равна

$$CB^2 = CO^2 + OB^2$$

$$64 = CO^2 + 25$$

$$CO^2 = 39$$

$$CO = \sqrt{39}$$

Соответственно, величина ребра  $CN$  будет равна

$$CN^2 = CO^2 + NO^2$$

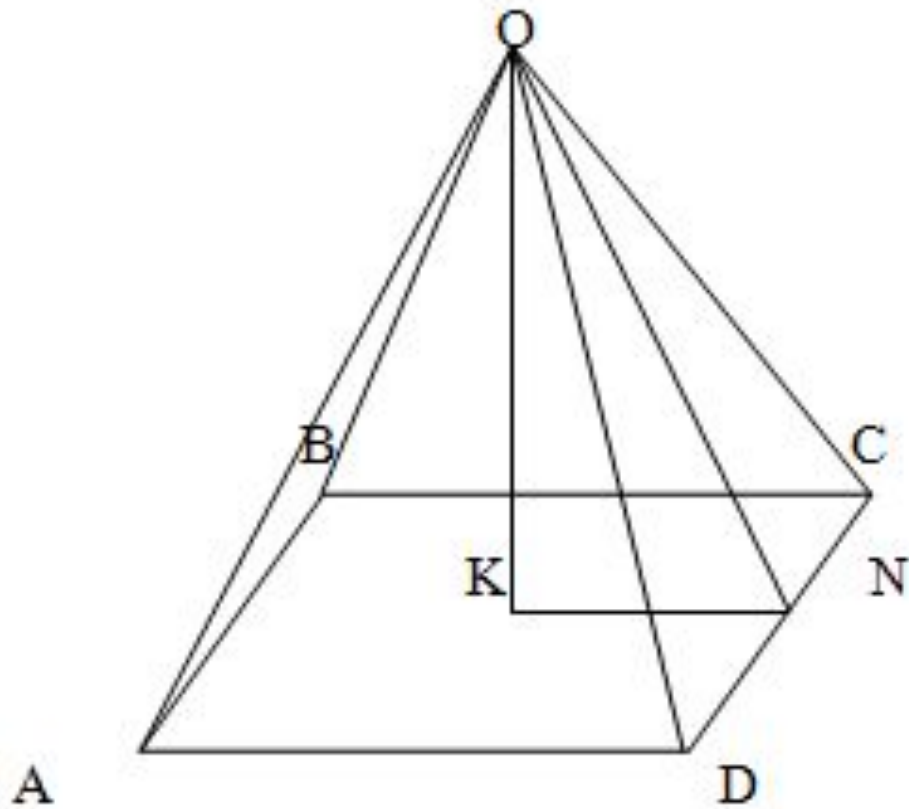
$$CN^2 = 39 + 144$$

$$CN = \sqrt{183}$$

**Ответ:** 13, 13,  $\sqrt{183}$

● **Задача.**

*В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а боковое ребро 13 см. Найти площадь боковой поверхности и высоту пирамиды*



$$S = \frac{1}{2} b \sqrt{\left(a + \frac{1}{2} b\right) \left(a - \frac{1}{2} b\right)}$$

$$S = \frac{1}{2} a^2 \sin \beta = \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{b^2}{2 \cos \frac{\beta}{2}}$$

- Исходя из свойств правильной пирамиды, каждая из ее сторон является равнобедренным треугольником.  
Площадь равнобедренного треугольника найдем по формуле:

$$S = 5 \sqrt{(13 + 5)(13 - 5)}$$
$$S = 5 \sqrt{144} = 60$$

Поскольку сторон у пирамиды четыре, то площадь боковой поверхности будет равна  $60 * 4 = 240 \text{ см}^2$

Поскольку основанием пирамиды является квадрат, то  $KN = 10/2 = 5 \text{ см}$

Поскольку каждая грань правильной пирамиды представляет собой равнобедренный треугольник, а в равнобедренном треугольнике медиана, биссектриса и высота, проведенные к третьей стороне совпадают, то  $CN = 10/2 = 5$

$$ON^2 + CN^2 = OC^2$$

$$ON^2 + 25 = 169$$

$$ON^2 = 144$$

$$ON = 12$$

$$OK^2 + KN^2 = ON^2$$

$$OK^2 + 25 = 144$$

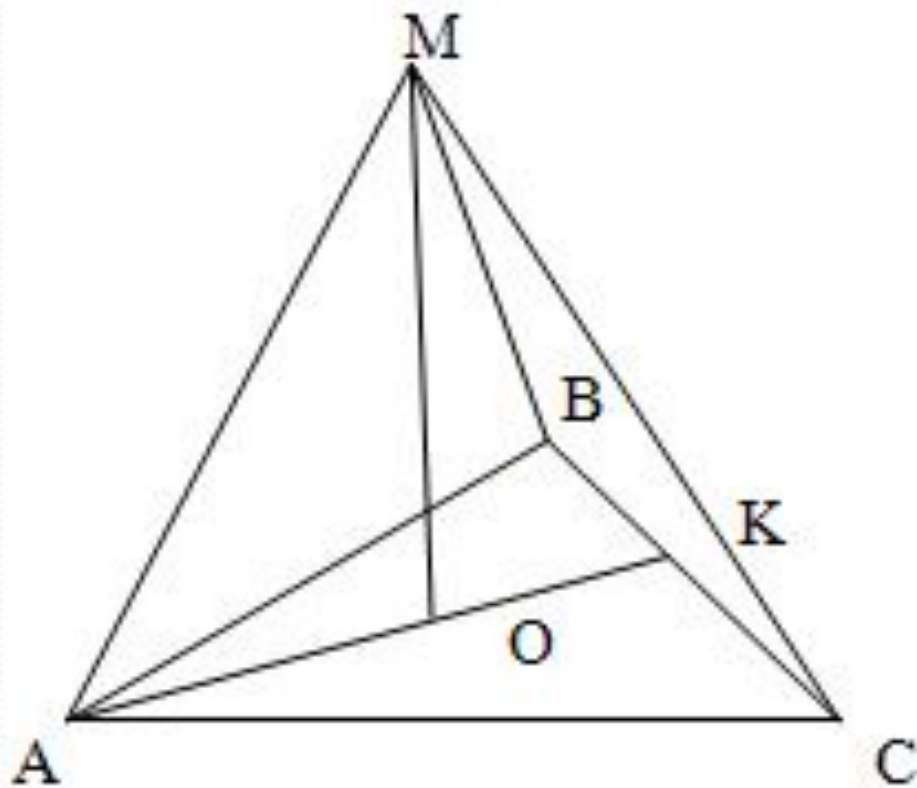
$$OK = \sqrt{119}$$

**Ответ:**  $\sqrt{119}$ ,  $240 \text{ см}^2$ .

● **Задача.**

***Высота правильной треугольной пирамиды 4 см, а ее апофемы 8 см.***

***Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды.***



$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$P = 3a = 3\sqrt{R} = 6\sqrt{3}r$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 = 3\sqrt{3}r^2$$



Исходя из того, что  $МК = 8$ ,  $МО = 4$ , синус угла ОКМ равен  $МО/МК = 1/2$   
откуда угол равен  $\arcsin 1/2 = 30$  градусов.

Откуда  
 $КО / МК = \cos 30$   
 $КО / 8 = \cos 30$   
 $КО = 8 \cos 30$

По таблице тригонометрических функций найдем значение косинуса 30 градусов

$$КО = 8\sqrt{3}/2 = 4\sqrt{3}$$

Учтем, что КО является радиусом вписанной окружности в основание правильной треугольной пирамиды (согласно свойствам правильной пирамиды). Тогда по свойству равностороннего треугольника

$$r = a\sqrt{3}/6$$

Подставим в формулу известное нам значение радиуса вписанной окружности, откуда найдем значение стороны равностороннего треугольника

$$4\sqrt{3} = a\sqrt{3}/6$$
$$a = 24$$

Теперь, зная размер основания боковой грани и ее апофему, найдем площадь боковой грани как площадь равнобедренного треугольника:

$$S_T = 1/2 * 24 * 8 = 96 \text{ см}^2$$

Откуда площадь боковой поверхности пирамиды

$$S = 3 S_T = 3 * 96 = 288 \text{ см}^2 .$$

**Ответ:**  $288 \text{ см}^2$ .

● **Задача.**

*Найдите площадь поверхности треугольной пирамиды, у которой каждое ребро равно  $\sqrt{3}$*

● **Решение.**

Поскольку все ребра треугольной пирамиды равны - она является правильной. Площадь поверхности правильной треугольной пирамиды равна  $S = a^2\sqrt{3}$

.

Тогда

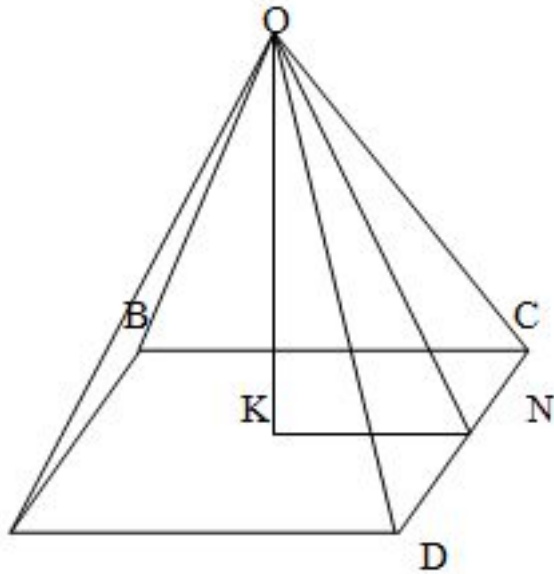
$$S = 3\sqrt{3}$$

**Ответ:**  $3\sqrt{3}$

● **Задача.**

***Высота боковой грани правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см. Определите полную поверхность пирамиды, если боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .***

Поскольку угол  $ONK$  равен  $60$  градусам, то  
 $KN = ON \cos 60 = 10 * 1/2 = 5$  см



Так как, по условию задачи, пирамида является правильной, то  $K$  - проектируется в центр основания, которое является квадратом. Значит сторона основания равна

$$AD = 2KN = 2 * 5 = 10 \text{ см}$$

Таким образом, площадь основания

$$S_1 = AD^2 = 10^2 = 100 \text{ см}^2 .$$

Найдем площадь боковой грани

$$S_2 = 1/2 CD * ON$$

$$S_2 = 1/2 * 10 * 10 = 50 \text{ см}^2 .$$

Таким образом общая площадь

$$S = S_1 + 4S_2 = 100 + 4 * 50 = 300 \text{ см}^2 .$$

**Ответ:**  $300 \text{ см}^2$  .