Презентацию выполнила ученица 593 школы 10-1 класса Зубова Кристина

Учитель:

Петрова Наталья Васильевна

Задачи на прогрессии

- *Последовательность* a_n *каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же постоянным для данной последовательности числом d, называется арифметической прогрессией*

Арифметическая прогрессия

- *Формула n-ого члена арифметич* $a_n=a_1+(n-1)d$ *ссии*
- *Формула суммы n первых членов арифметической прогресс* $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$

$$S_n=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$$

Характеристическое свойство (признак) арифметической прогрессии: каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, есть среднее арифметическое соседних с ним членов

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

где

$n \in N$

$n \geq 2$

Геометрическая прогрессия

b_n

Последовательность,

первый член которой

отличен от нуля, и каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и тоже, отличное от нуля, постоянное для данной последовательности число *q*, называется геометрической прогрессии.

Число *q* - знаменатель прогрессии

b_n

Называется n-ым членом последовательности

$$b_{n+1} = b_n \times q$$

Формула n-ого члена геометрической прогрессии имеет вид

$$b_n = b_1 \times q^{n-1}$$

Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии имеет вид

$$S_n = \frac{b_n \times q - b_1}{q - 1}$$

или

$$S_n = \frac{b_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

есл и $q \neq 1$

Геометрическая прогрессия, у которо $|q| < 1$
называется бесконечно убывающей

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии имеет вид

$$S_n = \frac{b_1}{1 - q}$$

гд
е

$$|q| < 1$$

Задача 1

Продавец киоска обратил внимание на то, что каждый год в последние 7 дней перед 8 марта количество продаваемых в день поздравительных открыток увеличивается в одно и тоже число раз по сравнению с предыдущим днём. Начав торговать открытками за 7 дней перед праздником, он подсчитал, что в третий день было продано 48 открыток, а в пятый день – 192 открытки. Сколько всего открыток будет продано за 7 дней торговли, если замеченная продавцом закономерность сохраняется?

Решение

Количество открыток, продаваемых продавцом, изменяется по закону геометрической прогрессии. При этом

$b_1 = x$ где $x > 0$ и $q > 1$, так как прогрессия является возрастающей, используюя формулу n-ого члена геометрической прог $b_3 = b_1 x q$, им $b_5 = b_1 x q^4$

По условию $b_3 = 48$ $b_5 = 192$

Значит, составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} b_1 q^2 = 48 \\ b_1 q^4 = 192 \end{cases}$$

Так как $b_1 \neq 0$ $q \neq 0$

то $\dfrac{b_1 q^2}{b_1 q^4} = \dfrac{192}{48}$ $q^2 = 4$

Так как $q > 1$, *то* $q = 2$

Найдём b_1 : $b_1 \times 4 = 48$ $b_1 = 12$

Сумма первых n членов прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Где $q \neq 1$

Т.е.

$$S_7 = \frac{b_1 \times (q^7 - 1)}{q - 1}$$

$$S_7 = \frac{12 \times (2^7 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_7 = 1524$$

Ответ: 1524

Задача 2

Если положить на вклад «Накопительный» некоторую сумму денег, то ежегодно она увеличивается на 10% от имеющейся на вкладе суммы. Вкладчик положил на вклад «Накопительный» 30000 рублей и три года подряд пополнял свой вклад и не снимал с него денег. Определите, на сколько рублей увеличился его вклад за эти три года

Решение

$$A_n = A_o\left(1 + \frac{X}{100}\right)^n$$

По условию x=10%, A_o *= 30000, n=3,* A_n *=* A_o *+* $\vartriangle A$

Следовательно $A_o + \vartriangle A = \left(1 + \frac{X}{100}\right)^n$

$$30000 + \vartriangle A = 30000\,(1+0{,}1)^3$$

$$30000 + \vartriangle A = 30000 \times 1{,}331$$

$$30000 + \vartriangle A = 39930$$

$$\vartriangle A = 9930$$

Ответ: 9930

Задача 3

В первый год строительства нового микрорайона в него прибыло 250 жителей.

Районная управа планирует, что по мере сдачи новых домов число прибывших жителей ежегодно будет увеличиваться в 1,4 раза по сравнению с прошлым годом. Сколько жителей поселится в микрорайоне по данному плану за первые четыре года строительства?

Решение

№ года	Число жителей
1	250
2	350
3	490
…	…

Количество жителей, прибывших в микрорайон, изменяется по закону геометрической прогрессии:

b_1 *= 250 и q=1,4; q > 1 (прогрессия является возрастающей)*

$$S_n = \frac{b_1 x (q^n - 1)}{q - 1}$$ *и* $$q \neq 1$$ *значит,*

$$S_4 = \frac{250\ (1{,}4^4 - 1)}{0{,}4} = \frac{250\ (3{,}8416 - 1)}{0{,}4} = \frac{250 \times 2{,}8416}{0{,}4} = 1776$$

Ответ: 1776

Задачи для самостоятельного решения

1. В несколько колб вылили две кислоты. Первую кислоту наливали по 12 мл в каждую колбу. Вторую кислоту наливали в те же колбы по такой схеме: 3 мл в первую колбу, а в каждую последующую на 3 мл больше, чем в предыдущую. Всего разлили 285 мл кислоты. Сколько миллилитров кислоты налили в последнюю колбу?

Ответ: 42 мл

2. На каждый из нескольких опытных участков внесли по два удобрения. Первое вносили по 3,5 кг на каждый участок. Второе удобрение вносили по такой схем: 05, кг на первый участок, а на каждый следующий участок на 05, кг больше. Чем на предыдущий. Всего внесли 46 кг удобрений. Сколько килограммов удобрений внесли на последний участок?

Ответ: 7,5 кг

3. Компьютерная игра в последовательном прохождении нескольких уровней. За прохождение каждого уровня игрок получает 10 баллов. Кроме того, начисляются премиальные баллы по следующей схеме: 4 балла за второй уровень, а за каждый следующий уровень на 4 балла больше, чем за предыдущий. Сколько уровней надо пройти, чтобы набрать ровно 570?

Ответ: 15 уровней

4. Первоначальная цена товара на торгах повышалась несколько раз на одно и тоже количество рублей. После третьего повышения цена равнялась 1200 рублей, а после двенадцатого повышения – 1650 рублей. Через сколько повышений первоначальная цена удвоилась?

Ответ: 21

5. При подготовке к экзаменам ученик каждый день с 1 по 8 июня включительно увеличивал количество решенных задач на одно и тоже число. С 1 июня по 4 июня включительно он решил 24 задачи, а со 2 по 6 июня – 45 задач. Сколько задач ученик решил 8 июня?

Ответ: 17 задач

6. В течении календарного года зарплата каждый месяц повышалась на одно и тоже число рублей. За июнь, июль, август зарплата в сумме составила 9900 рублей, а сентябрь, октябрь, ноябрь – 10350 рублей. Найдите сумму зарплат за весь год.

Ответ: 39300 рублей

7. Хозяин магазина заметил, что из года в год в последние 7 дней декабря число продаваемых в день новогодних наборов увеличивается в 4 раза по сравнению с предыдущим днём. Начав торговлю наборами за 7 дней перед Новым годом, он подсчитал, что за первые два дня было продано всего 10 наборов. Сколько наборов будет продано за первые 6 дней, если замеченная хозяином закономерность сохраняется?

Ответ: 2730

8. В микрорайоне проживало 1544 человека. В первый год строительство новых домов прибыло 400 новоселов. Планируется, что каждый год будут строится новые дома, и число новоселов ежегодно будет увеличиваться в 1,2 раза по сравнению с предыдущим годом. Через сколько лет по данному плану в микрорайоне будет проживать 3000 человек?

Ответ: 3 года

9. Первоначальная цена товара на торгах повышалась несколько раз на одно и тоже количество рублей. После четвертого повышения цена равнялась 1250 рублей. А после двадцать первого повышения она стала в два раза больше первоначальной цены, и торги закончились. Какова была предпоследняя цена?

Ответ: 2050

10. При подготовке к экзамену ученик каждый день увеличивал количество решенных задач на одно и тоже число. С 3 мая по 6 мая включительно он решил 24 задачи, а с 5 по 10 мая – 72 задачи. Сколько задач ученик решил с 3 по 10 мая включительно?

Ответ: 80 задач